ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

УДК 658.52.011.56.012.3

В.П. Махитько

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОГРАММ ЭКСПЛУАТАЦИИ НАУКОЕМКИХ ИЗДЕЛИЙ НА ОСНОВЕ АППАРАТА ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

***Махитько Вячеслав Петрович**, кандидат экономических наук, окончил радиотехнический факультет Ульяновского государственного технического университета. Доцент Ульяновского высшего авиационного училища гражданской авиации. Имеет статьи по интегрированным АСУ машиностроительными предприятиями. E-mail: vzlet_polosa@mail.ru*

Аннотация

Рассматриваются общие положения обоснования и формирования программ эксплуатации, принципы анализа и принятия управленческих решений. Приведены математические модели сложных технических систем массового обслуживания для определения и контроля их надежности в процессе эксплуатации.

Abstract

The article deals with generalities and generation of operation programs, decision-making analysis and management principles. The article cites mathematical models of complex technical systems of queueing to determine and control their reliability during operation process.

Введение

При решении задач по формированию программ эксплуатации наукоемких изделий можно успешно обойтись простыми математическими моделями. Если функция потерь $G_{ij}(\tau,x)=1$ при отказе $(\xi(t)=e_F G_{Fj}=1)$ и нулю во всех остальных состояниях системы ($G_{ij}=0$ при $i\neq F$), то удобный математический аппарат для исследования эксплуатации представляет теория массового обслуживания. Модели на ее основе хорошо соответствуют практике эксплуатации наукоемких изделий, работающих в режиме дежурства. В промышленности к ним относятся сложные технические системы (СТС), например, комплексы ИАСУ.

Анализ изменения состояний СТС

Объектом исследования в теории массового обслуживания являются системы дискретного типа, состояния которых меняются в случайные моменты времени скачком. Рассмотрим такую СТС, которая отказывает, переходя из работоспособного состояния $i = 0$ в неработоспособное $i = 1$, а затем восстанавливается, переходя из неработоспособного состояния $i = 1$ в работоспособное $i = 0$ (рис. 1).

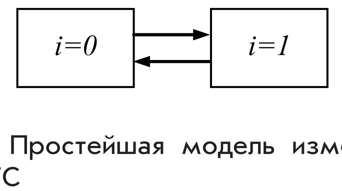


Рис. 1. Простейшая модель изменения состояния СТС

Вероятность того, что СТС окажется в работоспособном состоянии в момент $t + dt$, равна сумме вероятностей

$$P_0(t+dt) = P_0(t)P_0(t+dt/t) + [1 - P_0(t)]P_1(t,t+dt), \quad (1)$$

где $P_0(t+dt/t)$ — вероятность работоспособности СТС в момент $t+dt$ при условии, что она была работоспособна в момент t;

$P_1(t, t+dt)$ – вероятность восстановления СТС за интервал dt.

Предположим, что наработка между отказами и время восстановления имеют экспоненциальное распределение с параметрами ω и μ, μ - малая величина. Тогда

$$P_0(t)P_0(t+dt/t) = P_0(t)e^{-\omega dt} \approx P_0(t)(1-\omega\, dt);$$

$$[1-P_0(t)]P_1(t,t+dt) = [1-P_0(t)][1-e^{-\mu dt}] \approx$$
$$\approx [1-P_0(t)]\mu\, dt.$$

Подставив эти выражения в (1), после очевидных преобразований получим:

$$\frac{P_0(t+dt)-P_0(t)}{dt} = [1-P_0(t)]\mu - \omega P_0(t),$$

откуда при переходе к пределу при $dt \to 0$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\omega P_0(t) + \mu\,[1-P_0(t)]. \qquad (2)$$

При решении выражения с естественным начальным условием $P_0(0)=1$ оно приобретает вид:

$$P_0(t) = \frac{\mu}{\omega+\mu}[1-e^{-(\omega+\mu)t}].$$

Выражение в квадратных скобках отражает некий «переходный процесс» в СТС, после окончания которого вероятности пребывания в исправном P_0 и неисправном $P_1=1-P_0$ состоянии принимают установившиеся значения. Время переходного процесса нетрудно оценить, если вспомнить, что при принятом нами экспоненциальном распределении наработки между отказами и времени восстановления интенсивности переходов ω и μ из состояния в состояние:

$$\omega = 1/T_0; \quad \mu = 1/T_B,$$

где T_0 - наработка на отказ;

T_B - среднее время восстановления СТС.

Величины T_0 и T_B измеряются часами, следовательно, постоянная времени $1/(\omega+\mu)=T_0T_B/(T_0+T_B) \sim T_B$ тоже будет иметь порядок часа. Поскольку эксплуатация СТС длится годами, а время переходного процесса измеряется часами, то при решении эксплуатационных задач достаточным является обычно изучение стационарных вероятностей $P_0(t)=P_0$ при $t \to \infty$. В нашем примере

$$P_0\frac{\mu}{\omega+\mu} = \frac{T_0}{T_0+T_B} = K_Г. \qquad (3)$$

Выражение (3) определяет коэффициент готовности $K_Г$, так как P_0 представляет собой вероятность (в установившемся режиме) застать восстанавливаемую СТС в исправном состоянии в произвольный момент времени. Формула (3) для коэффициента готовности широко используется на практике. На ее основе формулируются требования к ремонтопригодности T_B, записываемые в общие технические требования к оборудованию. Сделанные при выводе этой формулы предположения не так искусственны, как может показаться на первый взгляд. Так, истинное распределение наработки между отказами приближается к экспоненциальному, если рассматривать отказы большого комплекса СТС (например, оборудование системы автоматического управления в целом). Этот вывод справедлив также относительно времени восстановления, несмотря на то, что в ряде практических задач более естественно считать, что время восстановления либо совсем случайно, либо распределено по нормальному закону. Однако при устранении отказов в СТС создаются условия, в которых время поиска и устранения действительно распределяется по закону, близкому к показательному. Это получается в тех случаях, когда работы по восстановлению СТС сводятся к ряду попыток, каждая из которых приводит к успеху с какой-то вероятностью. Экспоненциальным законом хорошо описываются и те случаи, когда плотность распределения времени восстановления резко убывает при возрастании аргумента t. Это происходит, если основная масса отказов обнаруживается и устраняется быстро, а значительные простои СТС в неработоспособном состоянии редки.

Простая модель, имеющая два состояния, не отражает всего разнообразия жизненных ситуаций. Как правило, следует считать, что эксплуатируемая СТС может находиться в большем числе состояний $i = 0, 1,..., F$. Уравнения, описывающие изменения такой СТС, будут сложнее, чем (2), но принципиально вывод их ничем не отличается от рассмотренной выше системы. Покажем это на примере вычисления вероятности P_i пребывания СТС в состоянии i, куда она может попасть из двух соседних состояний $i-1$ и $i+1$ (рис. 2).

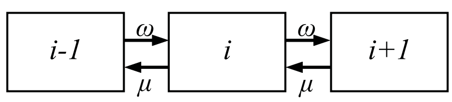


Рис. 2. Граф для СТС, имеющей три возможных состояния

Вероятность $P_i(t+dt)$ того, что в момент $t + dt$ СТС будет в состоянии i, вычисляется как вероятность трех событий:

А - в момент t *СТС* была в состоянии i, а за время dt не перешла из него ни в $i-1$, ни в $i+1$;

В - в момент t *СТС* была в состоянии $i-1$, а за время dt перешла в i;

С - в момент t *СТС* была в состоянии $i+1$, а за время dt перешла в i.

Полагая, что вероятности переходов имеют экспоненциальное распределение, получим:

$$P(A) = P_i(t)[1-(\omega+\mu)dt];$$
$$P(B) = P_{i-1}(t)\omega dt;$$
$$P(C) = P_{i+1}(t)\mu dt;$$
$$P_i(t+dt) = P_i(t)[1-(\omega+\mu)dt]+ \\ +P_{i-1}(t)\omega dt + P_{i+1}(t)\mu dt,$$

из чего при переходе к пределу следует дифференциальное уравнение

$$\frac{dP_i}{dt} = \omega P_{i-1}(t) - (\omega+\mu)P_i(t) + \mu P_{i+1}(t). \qquad (4)$$

Таких уравнений записывается на единицу меньше, чем есть состояний у системы. К ним добавляется нормирующее условие

$$\sum_i P_i(t) = 1.$$

При наличии графа состояний и переходов группы средств или СТС в целом составление дифференциального уравнения производится с помощью простого мнемонического правила: в левой части уравнения записывают dP_i/dt (P_i - вероятность *i*-го состояния), а в правой - столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием; если стрелка направлена в данное состояние, то ставится знак "плюс", а если из него, то "минус"; каждый член равен произведению параметра потока отказов $\omega(t)$ или интенсивности восстановления $\mu(t)$ на вероятность того состояния, из которого выходит стрелка.

На практике наибольший интерес представляет установившийся режим работы, когда при $t \to \infty$

$dP_i/dt = 0$ и $P_i(t) = P_i$.

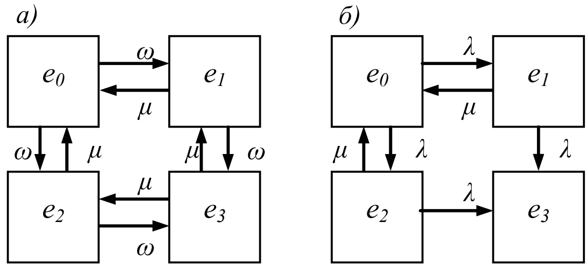
В этом случае дифференциальное уравнение превращается в систему алгебраических уравнений.

При выводе уравнений (2), (4) не использовалось допущение о том, что плотности потока отказов $\omega(t)$ и потока восстановлений $\mu(t)$ постоянны. Поэтому подобные уравнения остаются справедливыми для зависящих от времени параметров ω и μ, лишь бы потоки событий, переводящих СТС из состояния в состояние, были пуассоновскими.

Методы обоснования программ эксплуатации

Рассмотрим приведенные ранее правила составления уравнений применительно к некоторым практическим задачам. В объектах СТС имеются группы однотипных и близких по типу и назначению технических средств, позволяющих обеспечить функционирование СТС при отказах средств из такой группы. Например, автоматизированные рабочие места, средства приема-передачи данных, устройства отображения коллективного пользования, агрегаты питания и т.п. Кроме того, с целью обеспечения высокой надежности работы СТС в них специально предусмотрены резервные группы (комплексы) из однотипных средств. Одни средства в такой группе работают, а другие находятся в холодном резерве или работают в режиме дублирования. Примерами таких групп в СТС являются специализированный вычислительный комплекс, агрегаты электропитания, устройства приема-передачи данных. Оперативное восстановление отказавших средств силами дежурных смен эксплуатационных подразделений СТС обеспечивает достаточно высокое значение коэффициента готовности таких групп средств и всего СТС в целом.

Найдем выражение для коэффициента готовности резервной группы с оперативным восстановлением отказавших средств $K_{Г.ГР}$. Работоспособность группы определяется работоспособностью хотя бы одного средства. Для упрощения рассмотрим резервную группу, состоящую из двух одновременно функционирующих средств, одно из которых является основным, а другое дублирующим. Такой группой может быть комплекс из двух спецвычислителей. Графы возможных состояний группы и переходов из состояния в состояние под действием потока отказов средств с параметром $\omega(t)$ и потока восстановлений отказавших средств с интенсивностью $\mu(t)$ приведены на рисунке 3. При этом предполагается, что поток отказов имеет пуассоновский характер, а время восста-



а) если предусмотрен выход из неработоспособного состояния

б) если выход из неработоспособного состояния невозможен

Рис. 3. Графы изменения состояний дублирующих объектов СТС новления средства распределено по показательному закону. Возможны следующие состояния группы в момент времени t: e_0 - оба средства группы работоспособны; e_1 - основное средство отказало и восстанавливается, а дублирующее средство работоспособно; e_2 - основное средство работоспособно, а дублирующее отказало и восстанавливается; e_3 - оба средства отказали и восстанавливаются, группа в целом неработоспособна.

Выпишем уравнения состояний для рассматриваемой резервной группы, приняв $\omega(t)=\omega$ и $\mu(t)=\mu$:

$$\frac{dP_0}{dt}=-\omega P_0(t)-\omega P_0(t)+\mu P_1(t)+\mu P_2(t);$$

$$\frac{dP_1}{dt}=-\mu P_1(t)-\omega P_1(t)+\omega P_0(t)+\mu P_3(t);$$

$$\frac{dP_2}{dt}=-\mu P_2(t)-\omega P_2(t)+\omega P_0(t)+\mu P_3(t);$$

$$\frac{dP_3}{dt}=-\mu P_3(t)-\mu P_3(t)+\omega P_1(t)+\omega P_2(t).$$

В установившемся режиме $dP_i/dt=0$ эти уравнения упростятся:

$$0=-2\omega P_0+\mu P_1+\mu P_2;$$

$$0=\omega P_0-(\omega+\mu)P_1+\mu P_3;$$

$$0=\omega P_0-(\omega+\mu)P_2+\mu P_3;$$

$$0=\omega P_1+\omega P_2-2\mu P_3.$$

Их решение с учетом $P_0+P_1+P_2+P_3=1$ имеет вид:

$$P_0=\frac{\mu^2}{(\omega+\mu)^2};\quad P_1=P_2=\frac{\mu\omega}{(\omega+\mu)^2};$$

$$P_3=\frac{\omega^2}{(\omega+\mu)^2}.$$

Коэффициент готовности резервной группы в установившемся режиме

$$K_{Г.ГР}=\sum_{i=0}^{2}P_i=\frac{\mu(\mu+2\omega)}{(\omega+\mu)^2}=1-P_3. \qquad (5)$$

Сравнивая результаты (3) и (5), видим, что $K_{Г.ГР}>K_Г$. Выигрыш от применения резерва еще заметнее, если оценивать его увеличением среднего времени между отказами резервированной системы T_2 по сравнению со средним временем между отказами основного средства T_0.

Чтобы определить среднее время до полного отказа зарезервированной системы, следует представить граф изменения ее состояний (рис. 3 б). Здесь считается, что из состояния полного отказа e_3 возврата уже нет. Следует определить, за какое время СТС придет в состояние e_3. При установившемся решении $P_0=P_1=P_2$, $P_3=1$. Поэтому надо изучать неустановившееся решение, т.е. решить систему дифференциальных уравнений, полученных по выписанному ранее мнемоническому правилу на основании графа состояний:

$$P_0'=2\lambda P_0+\mu P_1;$$

$$P_1'=2\lambda P_0+(\lambda+\mu)P_1;$$

$$P_3'=\lambda P_1,$$

где $P_1=P_{e1}+P_{e2}$.

Воспользуемся преобразованием Лапласа

$$P_i(t)\to\rho_i(s),$$

учитывая, что $P_i'(t)\to s\rho_i(s)+P_i(0)$. Тогда, преобразовав все функции $P_i(t)$, получим эквивалент выписанной нами системы дифференциальных уравнений:

$$P_0(s+2\lambda)-\rho_1\mu=1;$$

$$-\rho_0 2\lambda-(s+\lambda+\mu)\rho_1=0;$$

$$-\lambda\rho_1-s\rho_3=0.$$

Откуда

$$\rho_3(s)=\frac{\begin{vmatrix} s+2\lambda & -\mu & 1\\ -2\lambda & s+\lambda+\mu & 0\\ 0 & -\lambda & 0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s+2\lambda & -\mu & 0\\ -2\lambda & s+\lambda+\mu & 0\\ 0 & -\lambda & s\end{vmatrix}}=$$

$$=\frac{2\lambda^2}{s[s^2+s(3\lambda+\mu)+2\lambda^2]}=$$

$$=\frac{1}{s}+\frac{a/b}{s+(a-b)}-\frac{a/b}{s+(a+b)},$$

где $a=\sqrt{\dfrac{(3\lambda+\mu)^2}{4}};$

$$b=\sqrt{\frac{\lambda+6\lambda\mu+\mu^2}{4}}.$$

Перейдя обратно от изображения $P_3(s)$ к оригиналу $P_3(t)$, получим

$$P_3(t)=1+a/be^{-(a-b)t}-a/be^{-(a+b)t}.$$

Среднее время T_3 до полного отказа СТС:

$$T_3=\int_0^\infty[1-P_3(t)]\,dt=\frac{2a}{a^2-b^2}=\frac{3\lambda+\mu}{2\lambda^2}=$$

$$=1,5T_0+\frac{T_0}{2T_B}, \qquad (6)$$

где $P_3(t)$ - функция распределения времени до отказа.

Как правило, среднее время восстановления $T_в$ = 0,5...2 ч на два порядка меньше среднего времени между отказами T_0 = 100...200 ч. Поэтому среднее время между отказами зарезервированных технических средств, задаваемое выражением (6), на два порядка больше T_0.

Таким же образом можно проанализировать влияние отказов человека-оператора на надежность человекомашинных систем. Работа человека в системе зачастую обеспечивает улучшение ее характеристик, так как оператор может парировать ряд отказов. Рассмотрим надежность СТС с учетом этой функции оператора.

Примем следующую математическую модель функционирования СТС как человекомашинной системы (рис. 4). В любой момент времени СТС может находиться в одном из четырех состояний: e_0 - работоспособность техники и оператора; e_1 - восстановление техники и работоспособность оператора; e_2 - работоспособность техники и восстановление функций оператора; e_3 - восстановление функций оператора и работоспособности техники.

Состояние с вероятностью P_1 - отказ техники в общепринятом смысле. Поток таких отказов имеет интенсивность ω_1. Это состояние с учетом последствий отказа характеризует техническую надежность СТС. При помощи комплекса программ контроля оператор получает информацию об отказе и восстанавливает технику (включением резервных элементов, переводом техники на другой режим работы и т.д.) с интенсивностью восстановления $\mu_1 = 1/T_{B1}$, определенной быстродействием комплекса программ контроля, обученностью и тренировкой оператора в распознавании отказов и др.

Среднее время восстановления СТС

$$T_{B1} = T_{01} + T_{y1},$$

где T_{01} – среднее время обнаружения отказа;

T_{y1} – среднее время устранения отказа.

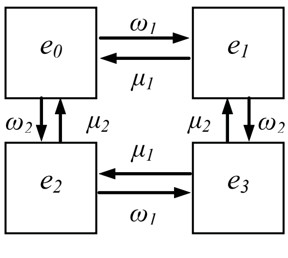


Рис. 4. Модель изменения состояний человекомашинной системы

Состояние P_2 связано с отказом оператора. Поток отказов оператора имеет интенсивность ω_2. Система контроля состояния оператора фиксирует его отказ и подает сигнал на стимулирование работы оператора (например, с помощью фармакологических средств) или применяет резервирование оператора. Интенсивность восстановления функций оператора обозначим через $\mu_2 = 1/T_{B2}$. Здесь T_{B2} - среднее время восстановления функций оператора.

Если предположить, что время восстановления, как и время отказов, распределено по экспоненциальному закону, то для описания состояний рассматриваемой человекомашинной системы можно воспользоваться теми же уравнениями, что описывались ранее. Это объясняется тем, что схема переходов из состояния в состояние, соответствующая человекомашинной системе, приведенной на рисунке 4, мало отличается от схемы, приведенной на рисунке 3. Отличие состоит лишь в том, что $\mu_1 \neq \mu_2$ и $\omega_1 \neq \omega_2$.

Воспользовавшись вновь правилами составления уравнений, описывающих вероятности перехода, получим для установившегося режима ($t \to \infty$):

$$-(\omega_1 + \omega_2)P_0 - \mu_1 P_1 + \mu_2 P_2 = 0;$$
$$\omega_1 P_0 - (\mu_1 + \omega_2)P_1 + \mu_2 P_3 = 0;$$
$$\omega_2 P_0 - (\mu_2 + \omega_1)P_1 + \mu_1 P_3 = 0;$$
$$\omega_2 P_1 + \omega_1 P_2 + (\mu_1 + \mu_2)P_3 = 0.$$

Решение этих уравнений с учетом нормирующего условия $\sum P_i = 1$ имеет вид:

$$P_0 = \frac{\mu_1 \mu_2}{(\omega_1 + \mu_2)(\omega_2 + \mu_1)};$$
$$P_1 = \frac{\omega_1 \mu_2}{(\omega_1 + \mu_2)(\omega_2 + \mu_1)};$$
$$P_2 = \frac{\omega_2 \mu_1}{(\omega_1 + \mu_2)(\omega_2 + \mu_1)};$$
$$P_3 = \frac{\omega_1 \omega_2}{(\omega_1 + \mu_2)(\omega_2 + \mu_1)}. \qquad (7)$$

Вероятность выполнения человекомашинной системой функциональных задач будет $P = P_0 + P_1 + P_2$. Подставляя сюда значения P_0, P_1 и P_2 из (7), определим, что

$$P = \frac{\mu_1 \mu_2 + \omega_1 \mu_2 + \omega_2 \mu_1}{(\omega_1 + \mu_2)(\omega_2 + \mu_1)}. \qquad (8)$$

Отсюда следует, что наличие в СТС оператора ($\mu_1 \neq 0$), способного с помощью комплексов программ контроля распознавать отказы и предупреждать их развитие, позволяет резко повысить надежность СТС. Если к тому же имеется система восстановления функций оператора ($\mu_2 \neq 0$), то надежность СТС при достаточно больших μ_1 и μ_2 можно сделать близкой к единице. Если заданы требования к надежности СТС, то можно определить оптимальные параметры μ_1, μ_2, ω_1 и ω_2. Варьируя ими, можно снизить требования к технической надежности ω_1 за счет повышения качества обучения и тренированности μ_1 оператора.

Классической областью приложения теории массового обслуживания является изучение пропускной способности предприятий, занятых выполнением случайно поступающих заявок. Проведем такой анализ для ремонтной службы, например мастерской, которая производит ремонт однотипных средств. Число этих средств у заказчика определено штатом и равно *N*. Средства в мастерскую поступают в случайные моменты времени, образуя поток, который будем считать простейшим. Интенсивность потока средств на восстановление при этом будет постоянна:

$$\omega_1 = 1/T_0,$$

где T_0 – среднее значение интервала времени между моментами поступления средств в ремонт.

В мастерской имеется *n* бригад, каждая из которых производит полный ремонт одного из поступивших средств. Пусть интенсивность восстановления средств бригадой

$$\mu = 1/T_B,$$

где T_B – среднее время, затрачиваемое бригадой на восстановление (ремонт) одного средства.

Прибывающие в мастерскую средства становятся в очередь, если все *n* бригад заняты. По мере освобождения бригад средства из очереди поступают в ремонт, а восстановленные - заказчику. Таким образом, общее число средств в эксплуатации и мастерской постоянно и равно *N*. Такой схеме ремонта соответствует граф изменения состояний (рис. 5).

Состояние $e_к$ соответствует тому, что в ремонте или в очереди находятся k средств. В частности, $P(e_0)$ - вероятность того, что мастерская простаивает без работы, $P(e_{n+1})$ - вероятность того, что все бригады заняты и в очереди стоит одно средство.

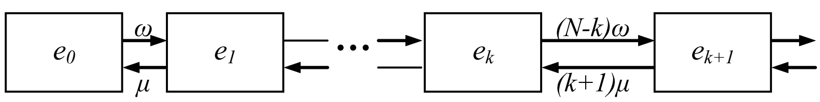


Рис. 5. Граф изменения состояний ремонтной службы

Воспользовавшись ранее сформулированным правилом, запишем уравнения, задающие вероятности состояний системы через какое-то достаточно большое время ($t \longrightarrow \infty$):

$$\left.\begin{aligned}
&\text{для} \quad k=0 \\
&-N\omega P_0 + \mu P_1 = 0, \\
&\text{для } 1 \le k < n \\
&-\left[(N-k)\omega + k\mu\right]P_k + (N-k+1)\omega P_{k-1} + \\
&\quad + (k+1)\mu P_{k+1} = 0, \\
&\text{для} \quad \mathrm{n} \le \mathrm{k<N} \\
&-\left[(N-k)\omega + n\mu\right]P_k + (N-k+1)\omega P_{k-1} + \\
&\quad + n\mu P_{k+1} = 0, \\
&\text{для} \quad k = N \\
&n\mu P_N + \omega P_{N-1} = 0.
\end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Решим систему алгебраических уравнений (9), воспользовавшись подстановкой: $z_k = (N-k)\omega P_k - (k+1)\mu P_{k+1}$. Тогда из первых уравнений следует, что $z_{k-1} - z_k = 0$ и, следовательно, $z_k = 0$ при $k = 0, 1, ..., n - 1$. Приравняв z_k к нулю,

при $k = 0$ $\qquad P_1 = \dfrac{N\omega}{\mu} P_0;$

при $k=1$ $\qquad P_2 = \dfrac{(N-1)\omega}{2\mu} P_1.$

Выразим P_1 через P_0, тогда:

$$P_2 = \frac{N(N-1)}{1*2}\frac{\omega^2}{\mu^2};$$

$$P_0 = \frac{N!}{k!(N-2)!}\left(\frac{\omega}{\mu}\right)^2 P_0.$$

Аналогично получим остальные выражения:

при $1 \le k < n$ $\qquad P = \dfrac{N!}{k!(N-k)!}\left(\dfrac{\omega}{\mu}\right)^k P_0;$

при $n \le k < N$ $\qquad P_k = \dfrac{N!}{k^{k-n}n!(N-k)!}\left(\dfrac{\omega}{\mu}\right)^k P_0;$

$$P_N = \left(\frac{N1}{n!n^{N-n}}\right)\left(\frac{\omega}{\mu}\right)^N P_0.$$

Используя нормирующее условие, получим

$$P_0[\sum_{k=0}^{k}\frac{N!}{k!(N-k)!}\left(\frac{\omega}{\mu}\right)^k +$$

$$+\sum_{k=n+1}^{N}\frac{N!}{n!(N-k)!n^{k-n}}\left(\frac{\omega}{\mu}\right)^k]=1.$$

Обозначив для удобства $\rho=\omega/\mu$, получим окончательно выражения для показателей, характеризующих работу ремонтной службы.

Вероятность того, что в ремонтной службе нет восстанавливаемых технических средств,

$$P_0=[\sum_{k=0}^{n}\frac{N!\rho^k}{k!(N-k)!}+\sum_{k=n+1}^{N}\frac{N!\rho^k}{n!(N-k)!n^{k-n}}]^{-1}. \quad (10)$$

Вероятность нахождения в ремонте и в ожидании ремонта k средств (из них *n* ремонтируются, $k-n$ находятся в очереди)

$$P_k=\frac{N!\rho^k}{n^{k-n}n!(N-k)!}P_0.$$

Типовая зависимость P_k от k приведена на рисунке 6.

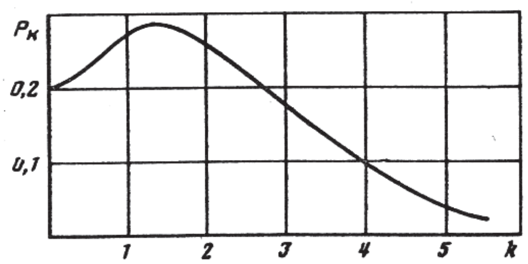


Рис. 6. Типовая зависимость вероятности пребывания ремонтной службы в различных состояниях

Среднее число средств, ожидающих начала ремонта,

$$M_{ож}=\sum_{k=n+1}^{N}\frac{(k-n)N!\rho^k}{n^{k-n}n!(N-k)!}P_0.$$

Коэффициент простоя средств, ожидающих ремонта,

$$k_{пр}=M_{ож.}/N. \quad (11)$$

Среднее число средств, находящихся в ремонте и в ожидании ремонта,

$$M_p=[\sum_{k=1}^{N}\frac{kN!\rho^k}{k!(N-k)!}+\sum_{k=n+1}^{N}\frac{(k-n)N!\rho^k}{(N-k)!n!n^{k-n}}]P_0.$$

Коэффициент, характеризующий средний процент средств, находящихся в ремонте,

$$K_P=M_P/N. \quad (12)$$

Среднее число свободных от ремонта бригад

$$M_o=\sum_{k=0}^{n}\frac{(n-k)N!\rho^k}{k!(N-k)!}P_0.$$

Коэффициент простоя бригад

$$K_0=M_0/N. \quad (13)$$

Вероятность того, что число средств на ремонте будет больше некоторого числа $l(l>n)$,

$$P_l=1-\sum_{k=0}^{l}P_k. \quad (14)$$

Показатели (10)...(14) достаточно полно характеризуют установившийся процесс ремонта. Их можно использовать в качестве параметров при организации ремонтных служб и определении штатной численности специалистов-ремонтников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гарантийный надзор за сложными техническими системами / Г.Е. Алпаидзе, Л.Г. Романов, А.А.Червонный, Ф.К. Шахтарин. — М.: Машиностроение, 1988. — 232 с.

2. Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О. Теория массового обслуживания в экономической сфере: Учебное пособие для вузов. — М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998. — 319 с.