

УДК 629.123

В.Р. Крашенинников, Е.А. Гладких

РАСЧЕТ СИЛ И МОМЕНТОВ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА МОРСКОЙ ПОДВИЖНЫЙ ОБЪЕКТ, НА ОСНОВЕ АВТОРЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ

Крашенинников Виктор Ростиславович, доктор технических наук, окончил механико-математический факультет Казанского государственного университета. Заведующий кафедрой «САПР» Ульяновского государственного технического университета. Имеет статьи, монографии в области статистического анализа и обработки случайных сигналов и изображений. [e-mail: kvr@ulstu.ru].

Гладких Екатерина Анатольевна, окончила экономико-математический факультет Ульяновского государственного технического университета. Аспирант кафедры «САПР» УлГТУ. Имеет статьи в области авторегрессионного моделирования случайных процессов с заданными спектральными характеристиками. [e-mail: kate_glad@mail.ru].

Аннотация

В данной статье приведена векторная авторегрессионная трехмерная модель морского волнения. Векторы получены как дискретные фильтры белого шума, а выбор параметров фильтров обеспечивает удовлетворительную аппроксимацию стандартного спектра морского волнения. На основе полученной модели волнения вычисляются силы и моменты, действующие на корпус корабля.

Ключевые слова: моделирование случайного процесса, морское волнение, авторегрессионная модель, аппроксимация спектра, рекомендованный спектр, спектр Пирсона-Мошковица, силы и моменты.

Abstract

The article presents a vector autoregressive sea-roughness 3D-model. The vectors are formed as white-noise discrete filters. The filter-parameter selection provides satisfactory approximation of standard sea-roughness spectrum. Forces and moments taking effect on ship hull are calculated using the resulted sea-roughness model.

Key words: random process simulating, sea roughness, autoregressive model, spectrum approximation, recommended spectrum, Pierson-Moskowitz spectrum, forces and moments.

Постановка задачи

Движение морского подвижного объекта (МПО) происходит в условиях постоянного воздействия ветра, течения и морского волнения. В целях повышения эффективности разрабатываемой системы автоматического управления движением (САУД) МПО необходим анализ ветроволновых воздействий на МПО, для чего, в свою очередь, требуется создание адекватной математической модели морского волнения. При этом модель должна быть легко реализуема с помощью ЭВМ. В этом смысле целесообразно рассматривать авторегрессионные модели, реализация которых требует малых вычислительных затрат. В качестве критерия адекватности модели волнения естественно взять близость спектра реального процесса морского волнения и спектра имитирующего процесса.

В настоящее время для математического описания спектра волнения предложен ряд фор-

мул, в той или иной степени согласующихся с результатами натуральных исследований [1]. Они образуют группы экспоненциальных и дробно-рациональных спектров.

Общая форма экспоненциальных спектров имеет вид:

$$s_r(\sigma) = A\sigma^{-k} \exp(-B\sigma^{-n}),$$

где A , B , k , n — параметры, из которых A и B определяют интенсивность волнения, а k и n — особенностями волнообразования.

12-я Международная конференция опытовых бассейнов (МКОБ) в 1969 г. рекомендовала пользоваться типовыми спектрами волнения, полученными для конкретных мест и условий. При отсутствии информации о типовом спектре района было предложено пользоваться стандартным спектром, у которого $k = 5$ и $n = 4$ (спектр Пирсона-Мошковица). Стандартный спектр МКОБ имеет вид:

$$S_r(\sigma) = 7,06\pi \frac{D_r}{\bar{\sigma}} \left(\frac{\sigma_m}{\sigma}\right)^5 \exp\left[-1,25\left(\frac{\sigma_m}{\sigma}\right)^4\right], \quad (1)$$

где $D_r = 0,0358h_{3\%}^2$ – дисперсия волновой ординаты;

$$\bar{\sigma} = 2\pi / \bar{T} \text{ – средняя частота волнения, } c^{-1};$$

$$\bar{T} \approx 3,1\sqrt{h_{3\%}} \text{ – средний период волнения;}$$

$\sigma_m = 0,71\bar{\sigma}$ – частота максимума спектра, c^{-1} ;

$h_{3\%}$ – высота волны 3%-ной обеспеченности, то есть высота волны, вероятность превышения которой составляет 3% (это табличная величина, зависящая от балла волн по шкале Бофорта).

Группу дробно-рациональных спектров образуют выражения, вид которых определяют дисперсия волновой ординаты D_r , коэффициент затухания α и угловая частота соответствующих корреляционных функций β .

Дробно-рациональные спектры удобны для синтеза авторегрессионных моделей волнения, однако предложенные МКОБ дробно-рациональные спектры смещены по отношению к экспоненциальным в область более низких частот (рис. 1).

Частотные свойства МПО таковы, что полоса пропускания расположена именно в низкочастотной области, поэтому применение предложенных спектров морского волнения в дробно-рациональной форме при анализе движения МПО приводит к завышенному уровню возмущающих воздействий.

Аппроксимация рекомендованного спектра морского волнения

Приведем алгоритм синтеза такого авторегрессионного процесса, дробно-рациональный спектр которого будет удовлетворительно близок к экспоненциальному спектру МКОБ (1).

Рассмотрим общий вид авторегрессии второго порядка со скользящим средним второго порядка (АР₂СС₂) [2]

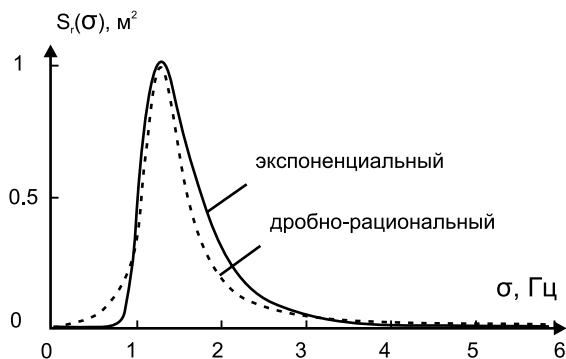


Рис. 1. Экспоненциальный и дробно-рациональный спектры МКОБ

$$u_n = a_1 u_{n-1} + a_2 u_{n-2} + b_0 \xi_n + b_1 \xi_{n-1}, \quad (2)$$

где ξ_n – порождающая последовательность независимых стандартных гауссовских величин.

Этот фильтр имеет передаточную функцию

$$H_0(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}}.$$

Включим последовательно с этим фильтром дискретный компенсатор

$$v_n = u_n + c u_{n-1}$$

с передаточной функцией

$$D(z) = 1 + cz^{-1},$$

где c – действительное число.

Это позволит уменьшить разницу между стандартным и аппроксимируемым спектрами в области низких частот. Передаточная функция принимает вид:

$$H(z) = H_0(z) \cdot D(z) = \frac{b_0 + (b_1 + cb_0)z^{-1} + b_1 cz^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}}.$$

Порождаемый процесс v_n имеет Z -спектр

$$S_v(z) = H(z) \cdot H(z^{-1}) = \frac{(b_0 z + b_1)(b_0 + b_1 z)(1 + cz)(z + c)}{(z^2 - a_1 z - a_2)(1 - a_1 z - a_2 z^2)}$$

и корреляционную функцию (КФ)

$$B_v(n) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C S_v(z) \cdot z^{n-1} dz = \sum_{i=1}^2 \frac{A_i (b_0 + b_1 z_i)(z_i + c)(1 + cz_i)}{(1 - z_1 z_i)(1 - z_2 z_i)} \cdot z_i^{n-1},$$

где $z_1 = a + bi$ и $z_2 = a - bi$ – комплексно-сопряженные корни уравнения $z^2 - a_1 z - a_2 = 0$;

$$A_1 = \frac{b_0 z_1 + b_1}{z_1 - z_2} \text{ и } A_2 = \frac{b_1 + b_0 z_2}{z_2 - z_1}.$$

Рассмотрим также непрерывный процесс $\dot{v}(t)$. Пусть он имеет КФ вида:

$$B_{\dot{v}}(t) = \sum_{i=1}^2 \frac{A_i (b_0 + b_1 z_i)(1 + cz_i)(z_i + c)}{(1 - z_1 z_i)(1 - z_2 z_i)} \cdot z_i^{t-1},$$

тогда его спектр принимает вид:

$$S_{\dot{v}}(\sigma) = 4 \int_0^{\infty} B_{\dot{v}}(t) \cos(\sigma t) dt = -4 \sum_{i=1}^2 \frac{A_i (b_0 + b_1 z_i)(z_i + c)(1 + cz_i)}{(1 - z_1 z_i)(1 - z_2 z_i) z_i} \cdot \frac{\ln(z_i)}{\sigma^2 + \ln^2(z_i)}.$$

Кроме того, рассмотрим разности отсчетов процесса v_n через k шагов [3]:

$$w_n = \dot{v}(n\Delta t) - \dot{v}((n-k)\Delta t) = v_n - v_{n-k}. \quad (3)$$

Операция (3) также направлена на ослабление отличий между спектрами в области низких частот, ей соответствует передаточная функция $F(z) = 1 - z^{-k}$. Спектром процесса w_n будет

$$S_w(\sigma) = 2 \cdot [1 - \cos(k\Delta t\sigma)] \cdot S_v(\sigma).$$

При последовательном включении фильтров вида (3) спектры процессов перемножаются, поэтому удается улучшить показатели качества аппроксимации [4]. То есть, дискретный фильтр, имитирующий процесс морского волнения, будет иметь передаточную функцию

$$H_{умог}(z) = (H(z) \cdot D(z) \cdot F(z))^s, \quad (4)$$

где s — количество последовательно включенных фильтров (3).

Варьируя параметры a, b, b_0, b_1, c, k , и s описанной модели, можно получить дискретный процесс со спектром, близким к заданному.

Качество аппроксимации спектра оценивается некоторым критерием. Например, максимальная абсолютная разница между $S_r(\sigma)$ и аппроксимирующим спектром $S_{ann}(\sigma)$:

$$Q_{\text{максАбс}} = \text{Max}_{\sigma} [|S_{ann}(\sigma) - S_r(\sigma)|].$$

Может быть использован также интегральный показатель ошибки аппроксимации:

$$Q_{\text{инт}} = \int_0^{\infty} R(\sigma) |S_{ann}(\sigma) - S_r(\sigma)| d\sigma,$$

где $R(\sigma)$ — нормированная весовая функция, отражающая значимость точности приближения соответствующих частот.

В частности, интегральный показатель ошибки аппроксимации в низких частотах:

$$Q_{\text{интНЧ}} = \frac{1}{\sigma_m} \int_0^{\sigma_m} |S_{ann}(\sigma) - S_r(\sigma)| d\sigma.$$

Таким образом, получаем следующий алгоритм реализации процесса со спектром, близким к спектру (1):

1. Руководствуясь каким-либо критерием близости спектра МКОБ (1) и спектра процесса с передаточной функцией вида (4), определить значения параметров a, b, b_0, b_1, c, k , и s .

2. Вычислить коэффициенты АР₂СС₂ вида (2) по следующим формулам:

$a_1 = z_1^{\Delta t} + z_2^{\Delta t}$; $a_2 = -(z_1 z_2)^{\Delta t}$; $b_0 = b_0$; $b_1 = b_1$, где Δt — интервал дискретизации процесса волнения.

3. Сгенерировать возмущающую последовательность случайных стандартных гауссовских величин ζ_n .

4. Получить последовательность u_n , пропустив возмущающую последовательность ζ_n через фильтр АР₂СС₂ (2) с соответствующими коэффициентами.

5. Получить последовательность $v_n = u_n + cu_{n-1}$.

6. Получить последовательность $w_n = v_n - v_{n-k}$.

7. Принять последовательность w_n за возмущающую и повторять действия пп. 4-6 s раз, где s — количество последовательно включенных фильтров, состоящих, в свою очередь, из последовательно включенных АР₂СС₂, дискретного компенсатора и дифференцирующего звена.

Для всех балльностей методом покоординатного спуска были найдены значения параметров, обеспечивающие наилучшее приближение спектра по критерию минимума $Q_{\text{интНЧ}}$ (табл. 1).

Отметим, что повышение порядка авторегрессии (2) дает дополнительные возможности улучшения показателей качества аппроксимации спектра (1) [5]. Например, при использовании в качестве процесса u_n АР₃СС₃ вместо АР₂СС₂ $Q_{\text{максАбс}}$ в среднем по всем баллам шкалы Бофорта уменьшается в 3 раза, а $Q_{\text{интНЧ}}$ сокращается в среднем в 3,8 раза.

На рисунке 2 графически представлен пример аппроксимации спектра (1) для волнения в 3 балла. Заметно, что точность аппроксимации выше, чем на рисунке 1, особенно в низких частотах.

Таблица 1

Значения параметров аппроксимации

Балл волн	a	b	b_0	b_1	c	k	s
1	0,017	0,007	10	-10	10	1	13
2	0,05	0,11	-1,5	5,5	3	1	15
3	0,12	0,25	-6	3	1	1	17
4	0,12	0,31	-7	3,9	1	2	7
5	0,22	0,36	-7	3,9	1	2	7
6	0,34	0,38	-7	3,9	1	2	7
7	0,43	0,35	-7	3,9	1	2	7
8	0,5	0,33	-7	4,2	1	2	7
9	0,529	0,33	-6,9	4,3	1	2	7

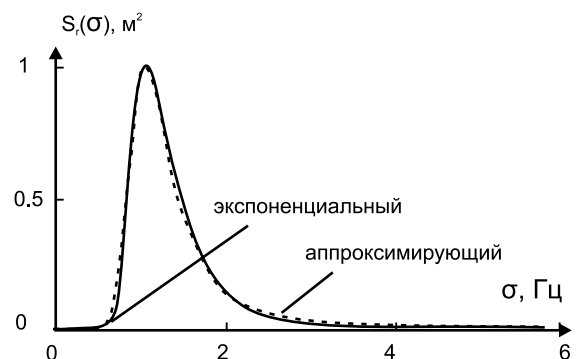


Рис. 2. Пример аппроксимации спектра для волнения в 3 балла

ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ВОЛНЕНИЯ

Используем полученную имитацию ординаты волны для формирования трехмерной модели волнения [6]. Будем рассматривать дискретное сеточное поле

$$Y = \{y_{ij}^t : (i, j) \in \Omega, t \in T\},$$

где Ω – плоская $M \times N$ сетка с единичным шагом;

$T = \{1, 2, \dots\}$ – множество значений временного индекса;

y_{ij}^t – волновая ордината в точке (i, j) в момент времени t .

Образует сначала возмущающую последовательность независимых столбцов $\bar{w}_j = (w_{1j}, w_{2j}, \dots, w_{mj})$, $j = 1, \dots, N$, с помощью описанной выше модели. Каждый из этих столбцов будет иметь спектр, близкий к спектру (1). Из этих столбцов сформируем первый кадр x^1 трехмерной модели волнения, как совокупность столбцов $x^1 = (\bar{x}_1^1, \bar{x}_2^1, \dots, \bar{x}_N^1)$, порожденных векторной авторегрессионной моделью:

$$\bar{x}_1^1 = \bar{w}_1, \bar{x}_j^1 = \rho \bar{x}_{j-1}^1 + \sqrt{1 - \rho^2} \bar{w}_j, j = 2, \dots, N,$$

где ρ – коэффициент корреляции, близкий к единице, что обусловлено малым затуханием в направлении, параллельном гребням волн.

Осталось учесть временную динамику волнения. Это также можно сделать с помощью авторегрессионной модели:

$$y^t = x^t, y^t = r y^{t-1} + \sqrt{1 - r^2} x^t,$$

где r – коэффициент корреляции по времени.

На рисунке 3 показан пример имитированного кадра волнения в 3 балла.

Последовательность кадров y^1, y^2, \dots является имитацией волнения с течением времени. Простым преобразованием координат можно получить движение волн в произвольном направлении.

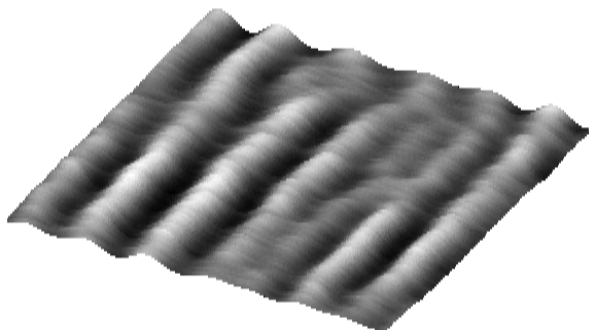


Рис. 3. Кадр имитации трехмерного морского волнения в 3 балла

Силы и моменты, действующие на МПО

Перейдем теперь к вычислению сил и моментов, воздействующих на корпус МПО. Для этого используем процесс w_n .

Несмотря на то, что морское волнение рассматривается как процесс центрированный, гидродинамические силы и моменты, возникающие на корпусе судна при действии морских волн, содержат как переменные, так и постоянные (точнее, медленно меняющиеся) составляющие. Последние оказывают заметное влияние на характер движения судна в горизонтальной плоскости при малых скоростях движения, характерных, в частности, для режимов позиционирования.

Значения постоянных составляющих сил и моментов оцениваются выражениями [1]:

$$\text{продольная сила } R_{\theta 0x} = 0,5 \cdot g \cdot \rho \cdot L \cdot h_{3\%}^2 \cdot c_{\theta 0x};$$

$$\text{боковая сила } R_{\theta 0z} = 0,5 \cdot g \cdot \rho \cdot L \cdot h_{3\%}^2 \cdot c_{\theta 0z};$$

$$\text{момент рыскания } M_{\theta 0y} = g \cdot \rho \cdot L^2 \cdot h_{3\%}^2 \cdot m_{\theta 0y},$$

где g – ускорение свободного падения;

ρ – плотность воды;

L – длина судна;

$h_{3\%}$ – высота волны 3%-ной обеспеченности;

$c_{\theta 0x}, c_{\theta 0z}, m_{\theta 0y}$ – безразмерные коэффициенты, которые зависят от размерений судна, длины волны λ и угла встречи с волной ξ .

Значения составляющих волновых воздействий (боковой силы, продольной силы, момента рыскания, кренящего и дифференцирующего моментов) зависят от значений угла волнового склона $\gamma(x, t)$, т. е. от угла наклона касательной в точке x для момента Δt . В случае нерегулярного волнения вычислим угол волнового склона через разностное дифференцирование смоделированного ранее процесса w_n :

$$\gamma(x, n\Delta t) = \arctg \frac{w_n - w_{n-1}}{\Delta x},$$

тогда выражение для боковой силы имеет вид:

$$R_{\theta z}(n\Delta t) = gm\kappa_{\theta} \kappa_{\tau} |\sin \xi| \arctg \frac{w_n - w_{n-1}}{\Delta x},$$

где m – масса объекта;

κ_{θ} и κ_{τ} – редуцированные коэффициенты для учета степени умерения бортовой качки и учета влияния осадки соответственно.

Продольная сила вычисляется по формуле:

$$R_{\theta x}(n\Delta t) = gm\kappa_{\psi} \kappa_{\tau} |\cos \xi| \arctg \frac{w_n - w_{n-1}}{\Delta x},$$

где κ_{ψ} – редуцированный коэффициент для учета степени умерения килевой качки.

Возмущающий момент рыскания представим в виде [1]:

$$M_{\text{gy}}(n\Delta t) = J_y K_\theta K_\tau |\sin \xi| \sigma \frac{d\gamma(x, n\Delta t)}{dt},$$

где $J_y = (I + K_{66})J_{yy}$;

K_{66} — безразмерный коэффициент, зависящий от соотношения геометрических размеров судна и изменяющийся в пределах от 0 до 1;

J_{yy} — момент инерции судна относительно связанных осей;

σ — угловая частота.

При определении кренящего и дифференцирующего моментов предлагается [1] считать их пропорциональными, соответственно, поперечной и продольной составляющими приведенного угла волнового склона:

$$M_{\text{ax}}(n\Delta t) = a K_\theta K_\tau |\sin \xi| \gamma(x, n\Delta t);$$

$$M_{\text{az}}(n\Delta t) = b K_\psi K_\tau |\cos \xi| \gamma(x, n\Delta t),$$

а коэффициенты пропорциональности a , b принимать равными коэффициентам при углах крена и дифферента, входящим в уравнения бортовой и килевой качки.

Таким образом, получаем полные характеристики воздействия волнения на МПО:

продольная сила

$$R_x(n\Delta t) = R_{\text{ax}} + R_{\text{ax}}(n\Delta t); \quad (5)$$

боковая сила

$$R_z(n\Delta t) = R_{\text{az}} + R_{\text{az}}(n\Delta t); \quad (6)$$

момент рыскания

$$M_y(n\Delta t) = M_{\text{ay}} + M_{\text{ay}}(n\Delta t); \quad (7)$$

кренящий момент

$$M_x(n\Delta t) = M_{\text{ax}}(n\Delta t); \quad (8)$$

дифференцирующий момент

$$M_z(n\Delta t) = M_{\text{az}}(n\Delta t). \quad (9)$$

Разработана программа, позволяющая для заданной балльности волнения и заданных параметров МПО и его курса имитировать при небольших вычислительных затратах силы и моменты, действующие на корпус МПО. Эта программа может быть использована и для аппроксимации и последующей имитации сил и моментов для любого заданного спектра волнения.

Выводы

Таким образом, последовательное включение нескольких фильтров, состоящих, в свою очередь, из последовательно включенных фильтров авторегрессии — скользящего среднего, дискретного компенсатора и дифференцирующего звена, позволяет удовлетворительно аппроксимировать спектр морского волнения вида (1) и, следовательно, адекватно представить процесс волнения с помощью дискретных фильтров. Это, в свою очередь, позволяет имитировать динамические силы и моменты, действующие на корпус МПО. Данный имитатор может быть использован при анализе эффективности САУД на этапе проектирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукомский Ю. А. Управление морскими подвижными объектами / Ю. А. Лукомский, В. М. Корчанов. — СПб. : Элмор, 1996. — 320 с.
2. Крашенинников В. Р. Аппроксимация спектра морского волнения процессом авторегрессии — скользящего среднего / В. Р. Крашенинников, Е. А. Гладких // Современные проблемы проектирования, производства и эксплуатации радиотехнических систем: сборник научных трудов. — Ульяновск, 2006. — Вып. 5. — С. 119–122.
3. Имитатор волнового воздействия / В. Р. Крашенинников [и др.] // Вестник Ульяновского государственного технического университета. — 2005. — № 3. — С. 57–61.
4. Крашенинников В. Р. Аппроксимация спектра морского волнения / В. Р. Крашенинников, Е. А. Гладких // Электронная техника : сб. науч. тр. / под ред. Д. В. Андреева. — Ульяновск : УлГТУ, 2006. — С. 53–57.
5. Гладких Е. А. Повышение порядка авторегрессии — скользящего среднего при аппроксимации спектра морского волнения / Е. А. Гладких // Современные проблемы проектирования, производства и эксплуатации радиотехнических систем: сб. науч. тр. — Ульяновск : УлГТУ, 2008. — Вып. 6. — С. 59–63.
6. Гладких Е. А. Авторегрессионная трехмерная модель для имитации морского волнения с аппроксимацией заданного спектра / Е. А. Гладких, В. Р. Крашенинников // Труды научнотехнического общества радиотехники, электроники и связи им. А. С. Попова. Сер. «Научная сессия, посвященная Дню радио». — М. : Информиздат, 2008 — Вып. 63. — С. 383–385.