

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

УДК 621.377

А.К. ИВАНОВ

ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ОПАСНОСТИ ОТ ОДИНОЧНЫХ ОБЪЕКТОВ

Иванов Александр Куприянович, доктор технических наук, окончил физический факультет Иркутского государственного университета, аспирантуру Московского высшего технического училища им. Н.Э. Баумана, докторантуру Ульяновского государственного технического университета. Главный научный сотрудник ФНПЦ ОАО «НПО «Марс», профессор кафедры «Вычислительная техника» УлГТУ. Имеет монографии, учебное пособие, статьи в области математического моделирования иерархических АСУ реального времени. [Тел.: (8422) 26-23-20, e-mail: mars@mv.ru].

Аннотация

В статье рассматриваются возможности имитационного моделирования для поиска законов распределения показателей потенциальной опасности от одиночных объектов со случайными координатами. Приведены блок-схемы программ, реализующих имитационное моделирование и результаты исследований.

Ключевые слова: имитационное моделирование, потенциальная опасность, законы распределения.

Abstract

The article deals with simulation capabilities for search for laws of distribution of parameters of probable danger from single objects having random coordinates. It gives program flowcharts for simulation and study results.

Key words: simulation, probable danger, distribution laws.

Введение

В [1, 2] установлены порядок расчета показателей потенциальной опасности от одиночных и групповых объектов с точными значениями координат, скорости и направления движения и оптимальное управление в условиях потенциальной опасности. Если координаты, скорость и направление движения являются случайными величинами, то полное их представление задается законами распределения: функцией распределения и плотностью вероятности. Соответственно, случайными величинами будут и показатели потенциальной опасности, как функции от случайных величин. Законы распределения показателей связаны известными из теории вероятностей соотношениями с законами распределения аргументов [3]. В ситуациях, когда соотношения становятся сложными для поиска законов распределения, можно применить имитационное моделирование [4].

1 ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ И НЕСКОЛЬКИХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Функция $Y = u(X)$ случайной величины X сама является случайной величиной. Ее закон распределения может быть найден, если известен закон распределения случайной величины X .

Обозначим функцию распределения X через $F(x)$, а функцию распределения Y через $G(y)$. Тогда

$$G(y) = P\{Y < y\} = P\{u(X) < y\} = P\{X \in S_y\},$$

где через S_y обозначена область значений x , при которых выполняется условие $u(x) < y$.

Если функция $u(x)$ строго монотонна в области изменения X , т. е. $du(x)/dx > 0$ или $du(x)/dx < 0$, то для функции распределения $G(y)$ получаются простые формульные выражения.

Для возрастающей функции $u(x)$ область S_y представляет собой отрезок $x < \tilde{x}$, где $\tilde{x} = u^{-1}(y)$, так что $G(y) = P\{X < u^{-1}(y)\} = F(u^{-1}(y))$.
 Для убывающей функции $u(x)$ область S_y представляет собой отрезок $x < \tilde{x}$, так что

$$G(y) = P\{X > u^{-1}(y)\} = 1 - P\{X < u^{-1}(y)\} - P\{X = u^{-1}(y)\}.$$

Формулы справедливы для любых случайных величин – дискретных, непрерывных и смешанных.
 Для непрерывной случайной величины X , имеющей плотность вероятности $f(x)$, и строго монотонной функции $u(x)$ плотность вероятности $g(y)$ случайной величины $Y = u(X)$ имеет вид

$$g(y) = f(u^{-1}(y)) \times \left| \frac{du^{-1}(y)}{dy} \right|.$$

Пусть дана система m случайных величин (Y_1, \dots, Y_m) , каждая из которых является дифференцируемой функцией

$$Y_i = \varphi_i(X_1, \dots, X_n), (i = 1, \dots, m),$$

другой системы n случайных величин (X_1, \dots, X_n) , причем $n \geq m$, и пусть известна плотность вероятности $f_X(x_1, \dots, x_n)$ последней системы случайных величин.

Если уравнения имеют единственное решение относительно (X_1, \dots, X_m) в области возможных значений случайных величин X_1, \dots, X_n

$$X_j = \psi_j(Y_1, \dots, Y_m, X_{m+1}, \dots, X_n), (j = 1, \dots, m),$$

то плотность вероятности $f_Y(y_1, \dots, y_m)$ системы случайных величин (Y_1, \dots, Y_m) найдется по формуле:

$$f_Y(y_1, \dots, y_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(\psi_1, \dots, \psi_m, x_{m+1}, \dots, x_n) \times \left| \frac{\partial(\psi_1, \dots, \psi_m)}{\partial(y_1, \dots, y_m)} \right| dx_{m+1} \dots dx_n,$$

$$\text{где } \frac{\partial(\psi_1, \dots, \psi_m)}{\partial(y_1, \dots, y_m)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial\psi_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial\psi_1}{\partial y_m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial\psi_m}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial\psi_m}{\partial y_m} \end{vmatrix}$$

и $\psi_i = \psi_i(y_1, \dots, y_m, x_{m+1}, \dots, x_n), (i = 1, \dots, m)$.

В частном случае, когда $m = n$, формула приобретает более простой вид

$$f_Y(y_1, \dots, y_n) = \left| \frac{\partial(\psi_1, \dots, \psi_n)}{\partial(y_1, \dots, y_n)} \right| f_X(\psi_1, \dots, \psi_n)$$

и представляет собой обобщение формулы для функции одной переменной.

В другом важном частном случае, когда случайная величина Y зависит от n случайных величин X_1, \dots, X_n ,

упрощение не достигается, и плотность вероятности находится интегрированием при $m = 1$.

Если система уравнений не допускает единственного решения, то плотность вероятности системы случайных величин (Y_1, \dots, Y_m) не может быть найдена интегрированием. В этом случае следует вычислять функцию распределения по формуле:

$$F_Y(y_1, \dots, y_m) = \int_{\varphi_1 < y_1} \dots \int_{\varphi_m < y_m} f_X(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n,$$

где $\varphi_i = \varphi_i(x_1, \dots, x_n), (i = 1, \dots, m)$.

Плотность вероятности, если она существует, находится дифференцированием функции распределения.

2 ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ОПАСНОСТЬ ОТ ОДИНОЧНЫХ НЕПОДВИЖНЫХ И ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

Потенциальная опасность от одиночного неподвижного объекта в точке, находящейся на расстоянии R от объекта, характеризуется различными показателями: мощностью доставляемого боеприпаса M_i и временем его доставки T_i ; суммарной мощностью всех боеприпасов и интервалом времени их доставки; интегральным показателем – суммарной мощностью с учетом снижения уровня воздействия от времени доставки. Время доставки складывается из времени движения объекта, носителя оружия, и времени движения боеприпаса. Соотношение между временем движения носителя и боеприпаса определяется их скоростью и радиусом действия:

$$\{(M_1, T_1), (M_2, T_2), \dots, (M_k, T_k)\};$$

$\Pi = \sum_{i=1}^k M_i \cdot \exp(-\beta_i \cdot T_i)$ – интегральный показатель;

$$T_i = \begin{cases} \frac{R}{v_n}, & v_n \geq v_i; \\ \frac{R}{v_i}, & v_i > v_n, R_i \geq R; \\ \frac{v_i}{R - R_i} + \frac{R_i}{v_i}, & v_i > v_n, R_i < R, \end{cases}$$

где v_n – скорость объекта, носителя оружия;

v_i – скорость i -го боеприпаса;

R_i – радиус действия i -го боеприпаса;

β_i – коэффициент снижения уровня воздействия от времени доставки;

$$R = \sqrt{(X_T - X)^2 + (Y_T - Y)^2},$$

где X_T, Y_T – координаты точки;

X, Y – координаты объекта.

Случайной величиной являются координаты одиночного объекта (X, Y) с функцией распределения $F(x, y)$ и плотностью вероятности $f(x, y)$. Функцией координат является расстояние R с плотностью распределения $F(r)$ и плотностью вероятности $f(r)$. Случайным показателем

потенциальной опасности будет время доставки боеприпаса T_i . Законы распределения $F(t_1), \dots, F(t_k), f(t_1), \dots, f(t_k)$ находятся по законам распределения координат или по законам распределения расстояния. Законы распределения интегрального показателя $F(\Pi), f(\Pi)$ могут быть рассчитаны по законам распределения времени доставки, расстояния или координат.

Потенциальная опасность от одиночного подвижного объекта в точке, находящейся на расстоянии $R(\tau, w, q)$ от объекта, характеризуется реальной скоростью и направлением движения объекта, мощностью доставляемого боеприпаса M_i и временем его доставки T_i . Время доставки складывается из времени предполагаемого движения объекта, носителя оружия, и времени предполагаемого движения боеприпаса. Соотношение между временем движения носителя и боеприпаса определяется их скоростью и радиусом действия:

$$\{(M_p, T_1(\tau, W, Q)), \dots, (M_k, T_k(\tau, W, Q))\};$$

$$\Pi = \sum_{i=1}^k M_i \cdot \exp(-\beta_i \cdot T_i);$$

$$T_i = \begin{cases} \frac{R(\tau, W, Q)}{v_n}, & v_n \geq v_i; \\ \frac{R(\tau, W, Q)}{v_i}, & v_i > v_n, R_i \geq R(\tau, W, Q); \\ \frac{R(\tau, W, Q) - R_i + \frac{R_i}{v_i}}{v_i}, & v_i > v_n, R_i < R(\tau, W, Q); \end{cases}$$

где W – реальная скорость движения объекта;

Q – реальное направление движения объекта;

τ – время реального движения объекта;

v_n – скорость объекта, носителя оружия, в предполагаемом движении в направлении заданной точки;

v_i – скорость i -го боеприпаса;

R_i – радиус действия i -го боеприпаса;

$$R(\tau, W, Q) = \sqrt{(X + W \cdot \tau \cdot \cos Q - X_T)^2 + (Y + W \cdot \tau \cdot \sin Q - Y_T)^2}.$$

Случайными величинами могут быть координаты одиночного объекта (X, Y) , скорость движения W и направление движения Q с функциями распределения $F(x, y), F(w), F(q)$ и плотностями вероятности $f(x, y), f(w), f(q)$. Функцией координат, скорости и направления движения является расстояние R с плотностью распределения $F(r)$ и плотностью вероятности $f(r)$. Случайным показателем потенциальной опасности будет время доставки боеприпаса T_i . Законы распределения $F(t_1), \dots, F(t_k), f(t_1), \dots, f(t_k)$ определяются по законам распределения координат, скорости и направления движения или по законам распределения расстояния. Законы распределения интегрального показателя $F(\Pi), f(\Pi)$ могут быть рассчитаны по законам распределения времени доставки, расстояния или координат, скорости и направления движения.

Прямой расчет законов распределения показателей

потенциальной опасности при случайных координатах может быть выполнен для простых ситуаций, например, когда координата X объекта – случайная величина, равномерно распределенная на интервале $[A, B]$, а координата Y объекта установлена точно. В зависимости от положения точки относительно заданного интервала рассматриваются три варианта.

Первый вариант:

$$A \leq X_T \leq B;$$

$$R^2 = (X_T - X)^2 + Y_T^2, X \leq X_T;$$

$$R^2 = (X - X_T)^2 + Y_T^2, X > X_T;$$

$$P(R < r), X \in [X', X_T], X \in [X_T, X''];$$

$$X' = X_T - \sqrt{r^2 - Y_T^2}, X'' = \sqrt{r^2 - Y_T^2} + X_T;$$

$$F(r) = \int_{X_T - \sqrt{r^2 - Y_T^2}}^{X_T} f(x) dx + \int_{X_T}^{\sqrt{r^2 - Y_T^2} + X_T} f(x) dx = \frac{2\sqrt{r^2 - Y_T^2}}{B - A};$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & X < A; \\ \frac{1}{B - A}, & A \leq X \leq B; \\ 0, & X > B \end{cases}$$

$$f(r) = \frac{2r}{(B - A)\sqrt{r^2 - Y_T^2}};$$

$$F(t_i, r) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{\tau^2 v_n^2 - Y_T^2}}{B - A}, & v_n \geq v_i; \\ \frac{2\sqrt{\tau^2 v_i^2 - Y_T^2}}{B - A} \cdot \frac{2\sqrt{r^2 - Y_T^2}}{B - A}, & v_i > v_n, R_i \geq R; \\ \frac{2\sqrt{\left(\tau v_n + R_i - \frac{R_i v_n}{v_i}\right)^2 - Y_T^2}}{B - A} \times \\ \times \left(1 - \frac{2\sqrt{r^2 - Y_T^2}}{B - A}\right), & v_i > v_n, R_i < R. \end{cases}$$

Второй вариант:

$$X_T < A;$$

$$R^2 = (X - X_T)^2 + Y_T^2;$$

$$P(R < r), X \in [A, X_T], X' = \sqrt{r^2 - Y_T^2} + X_T;$$

$$F(r) = \int_a^{\sqrt{r^2 - Y_T^2} + X_T} f(x) dx = \frac{\sqrt{r^2 - Y_T^2} + X_T - a}{B - A};$$

$$f(r) = \frac{2r}{(B - A)\sqrt{r^2 - Y_T^2}};$$

$$F(t_i, r) = \begin{cases} \frac{\sqrt{\tau^2 v_n^2 - Y_T^2} + X_T - A}{B - A}, & v_n \geq v_i; \\ \frac{\sqrt{\tau^2 v_i^2 - Y_T^2} + X_T - A}{B - A} \cdot \frac{\sqrt{r^2 - Y_T^2}}{B - A}, & v_i > v_n, R_i \geq R; \\ \frac{\sqrt{\left(\tau v_n + R_i - \frac{R_i v_n}{v_i}\right)^2 - Y_T^2} + X_T - A}{B - A} \times \\ \times \left(1 - \frac{\sqrt{r^2 - Y_T^2}}{B - A}\right), & v_i > v_n, R_i < R. \end{cases}$$

$$f(r) = \frac{2r}{(B - A)\sqrt{r^2 - Y_T^2}};$$

$$F(t_i, r) = \begin{cases} \frac{B - X_T + \sqrt{\tau^2 v_n^2 - Y_T^2} + X_T - A}{B - A}, & v_n \geq v_i; \\ \frac{B - X_T + \sqrt{\tau^2 v_i^2 - Y_T^2}}{B - A} \cdot \frac{\sqrt{r^2 - Y_T^2}}{B - A}, & v_i > v_n, R_i \geq R; \\ \frac{B - X_T + \sqrt{\left(\tau v_n + R_i - \frac{R_i v_n}{v_i}\right)^2 - Y_T^2}}{B - A} \times \\ \times \left(1 - \frac{\sqrt{r^2 - Y_T^2}}{B - A}\right), & v_i > v_n, R_i < R. \end{cases}$$

Третий вариант:
 $X_T > B;$
 $R^2 = (X_T - X)^2 + Y^2,$
 $P(R < r), X \in [X', B], X' = X_T - \sqrt{r^2 - Y_T^2};$

$$F(r) = \int_{X_T - \sqrt{r^2 - Y_T^2}}^B f(x) dx = \frac{B - X_T + \sqrt{r^2 - Y_T^2}}{B - A},$$

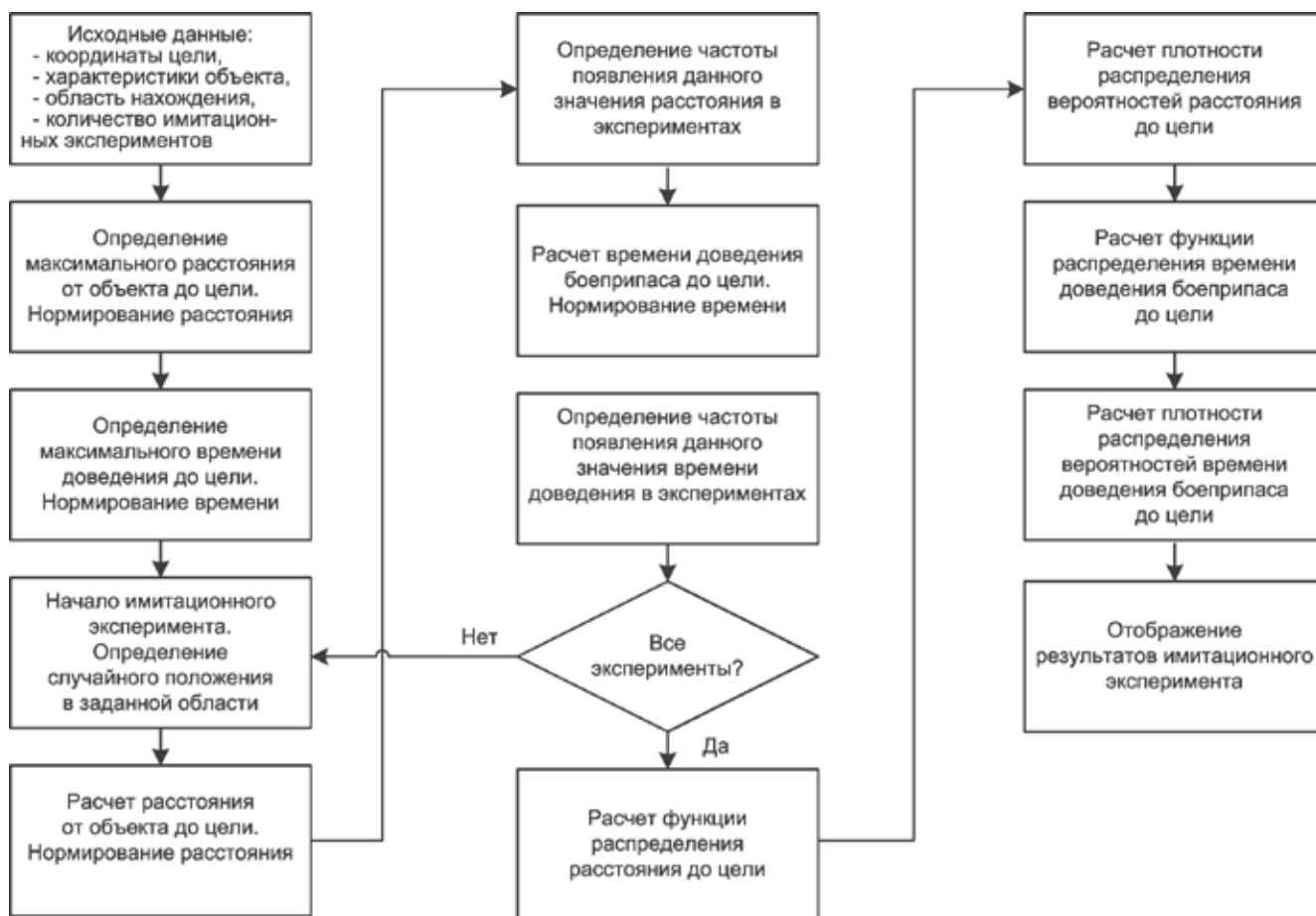


Рис. 1. Блок-схема имитационного моделирования законов распределения расстояния и времени доведения

3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАССТОЯНИЯ ИМИТАЦИОННЫМ МОДЕЛИРОВАНИЕМ

В более сложных ситуациях, например, когда координаты равномерно распределены в некоторой области, произвести прямой расчет законов распределения показателей потенциальной опасности затруднительно. Результат может быть получен посредством имитационного моделирования [4]. Имитационное моделирование состоит из множества экспериментов, в каждом из которых для случайных значений координат объекта, заданным по известным законам распределения, устанавливаются по приведенным соотношениям случайные значения расстояния:

$$r^{(j)} = \sqrt{(X_T - x^{(j)})^2 + (Y_T - y^{(j)})^2}, j = [1, N],$$

где $r^{(j)}$ – реализация случайного расстояния между объектом и исследуемой точкой в j -м эксперименте;

$x^{(j)}, y^{(j)}$ – реализация случайных координат объекта в j -м эксперименте;

N – число имитационных экспериментов.

Полученная совокупность реализаций случайного расстояния R позволяет установить законы распределения:

$$F(r) \approx F(v) = \sum_{i=1}^v (n^{(i)} / N), \quad i, v = [1, 100],$$

где $n^{(i)}$ – количество экспериментов из N , в которых $i \leq \frac{r \cdot 100}{r_{max}} < i + 1$;

r_{max} – максимальное расстояние от объекта до точки на всей области определения координат объекта.

Плотность вероятности рассчитывается по функции распределения

$$f(r) \approx f(v) = F(v + 1) - F(v).$$

Блок-схема программы, реализующей имитационную модель, представлена на рисунке 1. В таблицах 1–2 приведены значения функции распределения расстояния и плотности вероятности для следующих координат исследуемой точки: 0, 50; 50, 50; 100, 50; 150, 50; 0, 100; 50, 100; 100, 100; 150, 100. Координаты объекта равномерно распределены в прямоугольной области: 0, 0; 0, 100; 100, 100; 100, 0. На рисунках 2–3 представлены графики функции распределения и плотности вероятности для координат: 0, 150; 50, 150; 100, 150; 150, 150.

Таблица 1

Законы распределения расстояния до точки с координатами: 0, 50; 50, 50; 100, 50; 150, 50

r	$X_T = 0, Y_T = 50$		$X_T = 50, Y_T = 50$		$X_T = 100, Y_T = 50$		$X_T = 150, Y_T = 50$	
	F(r)	f(r)	F(r)	f(r)	F(r)	f(r)	F(r)	f(r)
5	0,090	0,035	0,198	0	0	0,017	0	0
10	0,125	0,018	0,198	0,033	0,017	0,024	0	0
15	0,143	0,024	0,231	0	0,041	0,049	0	0
20	0,167	0,015	0,231	0	0,090	0,021	0	0
25	0,182	0,072	0,231	0,029	0,110	0,039	0	0
30	0,254	0,072	0,260	0,074	0,150	0,040	0	0
35	0,326	0,068	0,334	0	0,190	0,099	0	0,058
40	0,394	0,101	0,334	0,139	0,289	0,091	0,058	0,067
45	0,495	0,042	0,473	0,080	0,380	0,028	0,125	0,065
50	0,537	0,065	0,553	0	0,408	0,0910	0,180	0,083
55	0,602	0,082	0,553	0,121	0,499	0,067	0,263	0,104
60	0,684	0,075	0,674	0,076	0,566	0,0820	0,367	0,078
65	0,759	0,027	0,750	0,090	0,648	0,044	0,445	0,076
70	0,786	0,074	0,840	0,052	0,692	0,059	0,521	0,074
75	0,860	0,066	0,892	0,033	0,751	0,048	0,595	0,116
80	0,926	0,050	0,925	0,044	0,799	0,078	0,711	0,075
85	0,976	0,014	0,969	0,031	0,877	0,048	0,786	0,071
90	0,990	0,010	1,0	0	0,925	0,046	0,857	0,076
95	1,0	0	1,0	0	0,971	0,029	0,933	0,067
100	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0

Законы распределения расстояния до точки с координатами: 0, 100; 50, 100; 100, 100; 150, 100

r	$X_T = 0, Y_T = 100$		$X_T = 50, Y_T = 100$		$X_T = 100, Y_T = 100$		$X_T = 150, Y_T = 100$	
	F(r)	f(r)	F(r)	f(r)	F(r)	f(r)	F(r)	f(r)
5	0	0,017	0	0,006	0,016	0,004	0	0
10	0,017	0,024	0,006	0,012	0,020	0,012	0	0
15	0,041	0,015	0,016	0,013	0,032	0,007	0	0
20	0,056	0,053	0,086	0,026	0,039	0,039	0	0
25	0,109	0,048	0,112	0,044	0,078	0,031	0	0
30	0,157	0,046	0,156	0,047	0,109	0,044	0	0,011
35	0,203	0,045	0,203	0,082	0,153	0,060	0,011	0,032
40	0,248	0,079	0,285	0,089	0,213	0,069	0,043	0,049
45	0,327	0,071	0,365	0,022	0,282	0,059	0,092	0,056
50	0,398	0,088	0,387	0,087	0,341	0,084	0,148	0,102
55	0,488	0,078	0,474	0,084	0,425	0,079	0,250	0,083
60	0,564	0,091	0,558	0,094	0,504	0,110	0,333	0,103
65	0,655	0,073	0,622	0,039	0,614	0,079	0,436	0,110
70	0,728	0,111	0,652	0,075	0,693	0,114	0,546	0,104
75	0,839	0,071	0,727	0,051	0,807	0,069	0,650	0,115
80	0,910	0,051	0,778	0,084	0,876	0,043	0,765	0,100
85	0,961	0,017	0,862	0,059	0,919	0,044	0,865	0,067
90	0,978	0,022	0,921	0,045	0,963	0,023	0,932	0,038
95	1,0	0	0,966	0,034	0,986	0,014	0,970	0,030
100	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0



Рис. 2. Функция распределения расстояния до точки с координатами: 0, 150; 50, 150; 100, 150; 150, 150

Рис. 3. Плотность вероятности расстояния до точки с координатами: 0, 150; 50, 150; 100, 150; 150, 150

4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕНИ ДОВЕДЕНИЯ ИМИТАЦИОННЫМ МОДЕЛИРОВАНИЕМ

Имитационное моделирование состоит из множества экспериментов, в каждом из которых для случайных значений координат объекта, заданным по известным законам распределения, устанавливаются по известным соотношениям случайные значения расстояния и случайные значения времени доведения боеприпасов до заданной точки:

$$t_i^{(j)} = \begin{cases} \frac{r^{(j)}}{v_n}, v_n \geq v_i; \\ \frac{r^{(j)}}{v_i}, v_i > v_n, R_i \geq r^{(j)}; \\ \frac{r^{(j)} - R_i + \frac{R_i}{v_i}}{v_n}, v_i > v_n, R_j < r^{(j)}; \end{cases}$$

$$r^{(j)} = \sqrt{(X_T - x^{(j)})^2 + (Y_T - y^{(j)})^2},$$

$$j = [1, N], i = [1, k].$$

Полученная совокупность реализаций случайного времени доведения T_i позволяет установить законы распределения:

$$F(t) \approx F(v) = \sum_{z=1}^v (n^{(z)}/N), z, v = [1, 100],$$

где $n^{(z)}$ – количество экспериментов из N , в которых

$$z \leq \frac{t_i \cdot 100}{t_{i\max}} < z + 1;$$

$t_{i\max}$ – максимальное время доведения от объекта до точки i -го боеприпаса на всей области определения координат объекта.

Плотность вероятности рассчитывается по функции распределения

$$f(t) \approx f(v) = F(v + 1) - F(v).$$

Блок-схема программы, реализующей имитационную модель, представлена на рисунке 1. В таблицах 3–4 приведены значения функции распределения времени и плотности вероятности для различных координат исследуемой точки: 0, 50; 50, 50; 100, 50; 150, 50; 0, 100; 50, 100; 100, 100; 150, 100. Координаты объекта равномерно распределены в прямоугольной области: 0, 0; 0, 100; 100, 100; 100, 0. На рисунках 4–5 представлены графики функции распределения и плотности вероятности для координат: 0, 150; 50, 150; 100, 150; 150, 150

Таблица 3

Законы распределения времени доведения до точки с координатами: 0, 50; 50, 50; 100, 50; 150, 50

t	$X_T=0, Y_T=50$		$X_T=50, Y_T=50$		$X_T=100, Y_T=50$		$X_T=150, Y_T=50$	
	F(t)	f(t)	F(t)	f(t)	F(t)	f(t)	F(t)	f(t)
5	0,039	0,018	0,033	0,033	0,017	0,024	0	0
10	0,057	0,060	0,066	0,043	0,041	0,049	0	0
15	0,117	0,015	0,109	0,029	0,090	0,021	0	0
20	0,132	0,072	0,138	0,074	0,111	0,039	0	0
25	0,204	0,072	0,212	0	0,150	0,040	0	0
30	0,276	0,100	0,212	0,094	0,190	0,099	0	0,041
35	0,376	0,078	0,306	0,091	0,289	0,066	0,041	0,038
40	0,454	0,049	0,397	0,080	0,355	0,053	0,079	0,085
45	0,503	0,081	0,477	0	0,408	0,067	0,164	0,068
50	0,584	0,054	0,477	0,164	0,475	0,065	0,232	0,079
55	0,638	0,059	0,641	0,076	0,540	0,068	0,311	0,078
60	0,697	0,063	0,717	0	0,680	0,040	0,389	0,084
65	0,760	0,061	0,717	0,142	0,648	0,088	0,473	0,080
70	0,821	0,046	0,859	0,033	0,7360	0,050	0,553	0,090
75	0,867	0,059	0,892	0,077	0,786	0,041	0,643	0,068
80	0,926	0,050	0,969	0	0,827	0,050	0,711	0,088
85	0,976	0,014	0,969	0,031	0,877	0,048	0,799	0,078
90	0,990	0,010	1,0	0	0,925	0,046	0,877	0,056
95	1,0	0	1,0	0	0,971	0,029	0,933	0,067
100	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0

Таблица 4

Законы распределения времени доведения до точки с координатами: 0, 100; 50, 100; 100, 100; 150, 100

t	$X_T=0, Y_T=100$		$X_T=50, Y_T=100$		$X_T=100, Y_T=100$		$X_T=150, Y_T=100$	
	F (t)	f (t)	F (t)	f (t)	F (t)	f (t)	F (t)	f (t)
5	0,007	0,034	0,066	0,012	0,016	0,016	0	0
10	0,041	0,015	0,018	0,068	0,032	0,007	0	0
15	0,056	0,031	0,086	0,026	0,039	0,022	0	0
20	0,087	0,070	0,112	0,044	0,061	0,035	0	0
25	0,157	0,020	0,156	0,047	0,0960	0,042	0	0,004
30	0,177	0,064	0,203	0,082	0,138	0,064	0,004	0,015
35	0,241	0,043	0,286	0,055	0,202	0,045	0,019	0,031
40	0,284	0,068	0,340	0,047	0,247	0,057	0,050	0,089
45	0,352	0,093	0,387	0,062	0,304	0,082	0,139	0,063
50	0,445	0,078	0,449	0,092	0,386	0,075	0,202	0,076
55	0,523	0,053	0,541	0,042	0,461	0,071	0,278	0,089
60	0,576	0,121	0,583	0,039	0,532	0,121	0,367	0,097
65	0,697	0,084	0,622	0,087	0,653	0,080	0,464	0,119
70	0,781	0,105	0,709	0,045	0,733	0,116	0,583	0,091
75	0,886	0,040	0,754	0,058	0,849	0,044	0,674	0,103
80	0,926	0,042	0,812	0,050	0,893	0,045	0,772	0,088
85	0,968	0,022	0,862	0,059	0,938	0,048	0,865	0,067
90	0,990	0,010	0,921	0,045	0,986	0,014	0,932	0,046
95	1,0	0	0,966	0,034	1,0	0	0,978	0,022
100	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0

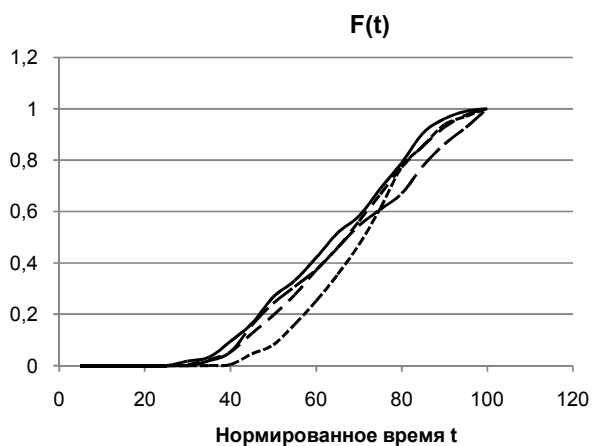


Рис. 4. Функция распределения времени доведения до точки с координатами: 0, 150; 50, 150; 100, 150; 150, 150



Рис. 5. Плотность вероятности времени доведения до точки с координатами: 0, 150; 50, 150; 100, 150; 150, 150

5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ИМИТАЦИОННЫМ МОДЕЛИРОВАНИЕМ

Имитационное моделирование состоит из множества экспериментов, в каждом из которых для случайных значений координат объекта, заданным по известным законам распределения, устанавливаются по известным соотношениям случайное значение расстояния, случайные значения времени доведения боеприпасов до заданной точки и случайное значение интегрального показателя потенциала опасности:

$$\{(M_1, t_1^{(j)}), (M_2, t_2^{(j)}), \dots, (M_k, t_k^{(j)})\};$$

$$\Pi^{(j)} = \sum_{i=1}^k M_i \cdot \exp(-\beta_i \cdot t_i^{(j)}) - \text{интегральный по-}$$

казатель в j -м эксперименте;

$$t_i^{(j)} = \begin{cases} \frac{r^{(j)}}{v_n}, & v_n \geq v_i; \\ \frac{r^{(j)}}{v_i}, & v_i > v_n, \quad R_i \geq r^{(j)}; \\ \frac{r^{(j)} - R_i}{v_n} + \frac{R_i}{v_i}, & v_i > v_n, \quad R_j < r^{(j)}; \end{cases}$$

$$r^{(j)} = \sqrt{(X_T - x^{(j)})^2 + (Y_T - y^{(j)})^2}, \quad j = [1, N], \quad i = [1, k],$$

где $t_i^{(j)}$ - время доставки i -го боеприпаса в j -м эксперименте;

$x^{(j)}, y^{(j)}$ - координаты объекта в j -м эксперименте.

Полученная совокупность реализаций случайного интегрального показателя Π позволяет установить законы распределения:

$$F(\Pi) \approx F(v) = \sum_{z=1}^v (n^{(z)} / N), \quad z, v = [1, 100],$$

где $n^{(z)}$ - количество экспериментов из N , в которых $z \leq \frac{\Pi \cdot 100}{\Pi_{max}} < z + 1$;

Π_{max} - максимальный интегральный показатель на всей области определения координат объекта.

Плотность вероятности рассчитывается по функции распределения

$$f(\Pi_i) \approx f(v) = F(v + 1) - F(v).$$

Блок-схема программы, реализующей имитационную модель, представлена на рисунке 6. В таблицах 5–6 приведены значения функции распределения времени и плотность вероятности для различных координат исследуемой точки: 0, 50; 50, 50; 100, 50; 150, 50; 0, 100; 50, 100; 100, 100; 150, 100. Координаты объекта равномерно распределены в прямоугольной области: 0, 0; 0, 100; 100, 100; 100, 0. На рисунках 7–8 представлены графики функции распределения и плотности вероятности для координат: 0, 150; 50, 150; 100, 150; 150, 150.

Рис. 6. Блок-схема имитационного моделирования законов распределения интегрального показателя



Таблица 5

Законы распределения интегрального показателя в точке с координатами: 0, 50; 50, 50; 100, 50; 150, 50

n	$X_T = 0, Y_T = 50$		$X_T = 50, Y_T = 50$		$X_T = 100, Y_T = 50$		$X_T = 150, Y_T = 50$	
	F (n)	f (n)	F (n)	f (n)	F (n)	f (n)	F (n)	f (n)
5	0,0040	0	0,0170	0	0	0	0	0
10	0,0040	0	0,0170	0	0	0	0	0
15	0,0040	0	0,0170	0	0	0	0	0
20	0,0040	0,0200	0,0170	0	0	0,0160	0	0
25	0,0240	0,0040	0,0170	0	0,0160	0,1070	0	0,0960
30	0,0280	0,1340	0,0170	0	0,1230	0,1260	0,0960	0,1180
35	0,1620	0,1010	0,0170	0	0,2490	0,1030	0,2140	0,0940
40	0,2630	0,1030	0,0170	0,0470	0,3520	0,1300	0,3080	0,1130
45	0,3660	0,1350	0,0640	0,0770	0,4820	0,1100	0,4210	0,1060
50	0,5010	0,1270	0,1410	0,1750	0,5920	0,1190	0,5270	0,1060
55	0,6280	0,0570	0,3160	0,1990	0,7110	0,0910	0,6330	0,0560
60	0,6850	0,1150	0,5150	0,1210	0,8020	0,0480	0,6890	0,0790
65	0,8000	0,0720	0,6310	0,1390	0,8500	0,0390	0,7680	0,0680
70	0,8720	0,0150	0,7750	0,0460	0,8890	0,0210	0,8360	0,0390
75	0,8770	0,0600	0,8210	0,1030	0,9100	0,0490	0,8750	0,0460
80	0,9470	0,0180	0,9240	0,0430	0,9590	0,0240	0,9210	0,0380
85	0,9650	0,0350	0,9670	0,0330	0,9830	0,0170	0,9590	0,0410
90	1	0	1	0	1	0	1	0
95	1	0	1	0	1	0	1	0
100	1	0	1	0	1	0	1	0

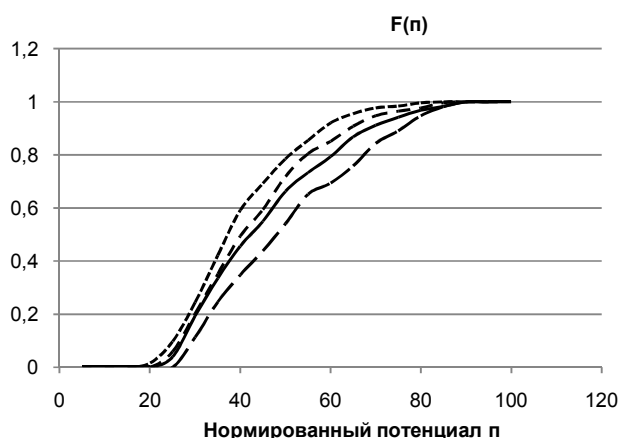


Рис. 7. Функция распределения интегрального показателя в точке с координатами: 0, 150; 50, 150; 100, 150; 150, 150

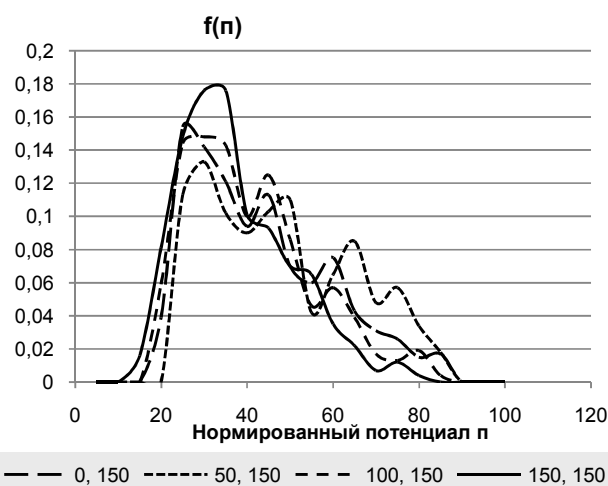


Рис. 8. Плотность вероятности интегрального показателя в точке с координатами: 0, 150; 50, 150; 100, 150; 150, 150

Таблица 6

Законы распределения интегрального показателя в точке с координатами: 0, 100; 50, 100; 100, 100; 150, 100

п	$X_T = 0, Y_T = 100$		$X_T = 50, Y_T = 100$		$X_T = 100, Y_T = 100$		$X_T = 150, Y_T = 100$	
	F (п)	f (п)	F (п)	f (п)	F (п)	f (п)	F (п)	f (п)
5	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0,0100	0	0	0	0,0300	0	0
20	0,0100	0,0910	0	0,0160	0,0300	0,1370	0	0,0580
25	0,1010	0,2020	0,0160	0,1220	0,1670	0,1960	0,0580	0,1270
30	0,3030	0,1570	0,1380	0,1350	0,3630	0,1660	0,1850	0,1650
35	0,4600	0,0950	0,2730	0,1050	0,5290	0,1010	0,3500	0,1300
40	0,5550	0,1180	0,3780	0,1260	0,6300	0,1190	0,4800	0,1090
45	0,6730	0,0860	0,5040	0,1090	0,7490	0,0650	0,5890	0,1230
50	0,7590	0,0640	0,6130	0,1020	0,8140	0,0640	0,7120	0,0860
55	0,8230	0,0320	0,7150	0,0750	0,8780	0,0600	0,7980	0,0540
60	0,8550	0,0580	0,7900	0,0540	0,9380	0,0170	0,8520	0,0460
65	0,9130	0,0310	0,8440	0,0440	0,9550	0,0220	0,8980	0,0520
70	0,9440	0,0150	0,8880	0,0260	0,9770	0,0070	0,9500	0,0140
75	0,9590	0,0240	0,9140	0,0680	0,9840	0,0120	0,9640	0,0170
80	0,9830	0,0100	0,9820	0,0120	0,9960	0,0040	0,9810	0,0150
85	0,9930	0,0070	0,9940	0,0060	1	0	0,9960	0,0040
90	1	0	1	0	1	0	1	0
95	1	0	1	0	1	0	1	0
100	1	0	1	0	1	0	1	0

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование имитационного моделирования для поиска законов распределения показателей потенциальной опасности – процесс достаточно трудоемкий, но обеспечивающий гарантированный результат в ситуациях, когда аналитический расчет реализовать невозможно.

С целью повышения точности может быть задано необходимое число имитационных экспериментов. Форма области распределения объекта и переход к анализу потенциальной опасности от групповых объектов не усложняют существенно модели. Принципиального значения также не имеет учет таких случайных параметров, как скорость и направление движения. Полученные результаты должны использоваться при определении оптимального положения, безопасного курса или целесообразного маневра.

Список литературы

1. Иванов А. К. Оценка потенциальной опасности от одиночных и групповых объектов / А. К. Иванов // Автоматизация процессов управления. – 2009. – № 4 (18). – С. 3–12.
2. Иванов А. К. Оптимальное управление в условиях потенциальной опасности от одиночных и групповых объектов / А. К. Иванов // Автоматизация процессов управления. – 2010. – № 1 (19). – С. 4–16.
3. Справочник по вероятностным расчетам / Г. Г. Абезгауз [и др.]. – М. : Воениздат, 1970. – 536 с.
4. Бусленко В. Н. Автоматизация имитационного моделирования сложных систем / В. Н. Бусленко. – М. : Наука, 1977. – 240 с.