

УДК 621.391.2

К.К. Васильев

## ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ КОРАБЕЛЬНЫХ СИСТЕМ СВЯЗИ И АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ

**Васильев Константин Константинович**, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ, член-корреспондент АН республики Татарстан. Окончил радиотехнический факультет и аспирантуру ЛЭТИ им. В.И. Ульянова (Ленина). Заведующий кафедрой «Телекоммуникации» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ). Имеет монографии, учебные пособия и статьи в области статистического синтеза и анализа информационных систем. [Тел.: (8422)77-81-23, e-mail: vkk@ulstu.ru].

### Аннотация

Рассмотрены задачи фильтрации навигационных параметров и одновременного различения гипотез и оценивания изменяющихся параметров корабельных систем связи и управления. Приведены примеры успешного применения названных статистических методов.

Ключевые слова: статистические методы, фильтрация, системы связи, оптимальное управление.

**Konstantin Konstantinovich Vasilyev**, Doctor of Engineering, Professor, Honoured Worker in Science and Engineering of the Russian Federation, correspondent member of the Tatarstan Academy of Sciences; graduated from the Faculty of Radio-Engineering and finished his post-graduate studies at the 'LETI' named after Vladimir Lenin; holds of the Chair 'Telecommunications' at the Ulyanovsk State Technical University; author of monographs, text-books and articles in the field of statistics synthesis and analysis of information systems. Phone: +7 (8422)778 123. e-mail: vkk@ulstu.ru.

### Abstract

The article deals with tasks of navigation-parameter filtering and simultaneous discrimination of hypotheses and evaluation of changing parameters of ship's communications and control systems. It cites examples of the successful use of the indicated statistics methods.

Key words: statistics methods, filtering, communications systems, optimal control.

### ВВЕДЕНИЕ

Методы статистического синтеза и анализа широко применяются при проектировании разнообразных сложных инфокоммуникационных систем [1–6]. Среди таких систем следует особо выделить системы связи, навигации и автоматического управления движением [7–18]. Важными особенностями корабельных систем являются интенсивные помехи, сложный характер ветро-волновых воздействий, большое число компонентов вектора состояния, объединенных нелинейными стохастическими дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами. В процессе решения прикладных задач в УлГТУ был накоплен определенный опыт применения методов многомерной фильтрации, оптимального управления, многоальтернативного приема сообщений, воплощенный в конкретных корабельных системах. В настоящей работе рассмотрены наиболее удачные приемы решения задач проектирования стохастических систем.

### АСИНХРОННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ НАВИГАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ

В процессе работы навигационной системы морского подвижного объекта (МПО) производится оценка  $\hat{x}(t)$  вектора параметров  $\bar{x}(t)$ , включающего обычно географические координаты, углы Эйлера и скорости их изменения. Основой оценивания  $\bar{x}(t)$  являются данные многочисленных навигационных систем, а также математические модели движения МПО. Все эти данные появляются, вообще говоря, в различные моменты времени, но приводятся к единой временной сетке вычислителя, например, корректируются каждую секунду. Для больших кораблей это не вызывает каких-либо проблем снижения точности или роста энергопотребления. Вместе с тем для малых МПО, например автономных подводных аппаратов, целесообразно производить коррекцию оценок асинхронно в момент поступления очередной навигационной информации от GPS, гидроакустического буя или других систем.

Методика асинхронного оценивания базируется на следующем удивительно простом примере объединения двух оценок. Пусть в некоторый момент времени появилась возможность дать новую оценку  $\hat{x}$  параметру  $x$  на основе двух оценок  $\hat{x}_3$  с дисперсией ошибки  $P_3 = M \{(\hat{x}_3 - x)^2\}$  и  $z = x + n$  с дисперсией ошибки  $V_n = M \{(z - x)^2\} = M \{n^2\}$ . При этом предполагаем,

что  $\hat{x}_3$  и  $z$  – несмещенные гауссовские оценки с независимыми погрешностями  $\varepsilon_3 = \hat{x}_3 - x$  и  $n = z - x$ . В этих условиях наилучшей оценкой будет линейная комбинация  $\hat{x} = (1 - \alpha)\hat{x}_3 + \alpha z$ , имеющая дисперсию ошибки  $M \{(\hat{x} - x)^2\} = (1 - \alpha)^2 P_3 + \alpha^2 V_n$ .

Минимум дисперсии ошибки достигается при  $\alpha = \frac{V_n}{P_3 + V_n}$  и составляет

$$P = P_3(1 + V_n^{-1} P_3)^{-1}. \quad (1)$$

Таким образом, после объединения двух оценок  $\hat{x}_3$  и  $z$  получаем оценку:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \frac{V_n}{P_3 + V_n} \hat{x}_3 + \frac{P_3}{P_3 + V_n} z \text{ или} \\ \hat{x} &= \hat{x}_3 + P V_n^{-1} (z - \hat{x}_3) \end{aligned} \quad (2)$$

с дисперсией ошибки, равной  $P$ . Во многих случаях  $\hat{x}_3$  можно интерпретировать как уже имеющиеся навигационные данные о координатах  $x$ , а  $z$  – как получение новой информации. Тогда смысл заключается в корректировке имеющейся оценки  $\hat{x}_3$  с учетом наблюдения  $z$ . Если в этот же момент времени получена еще одна оценка  $y = x + \varepsilon_y$  с дисперсией ошибки  $V_y$ , то  $\hat{x}$  следует рассматривать как уже имеющуюся информацию и объединить с  $y$  по той же схеме:

$$\hat{x} = \hat{x} + P V_y^{-1} (y - \hat{x}),$$

где  $P_n = \frac{P V_y}{P + V_y}$  – дисперсия ошибки уточненной

оценки  $\hat{x}$ .

Аналогично можно асинхронно корректировать координату по мере поступления новой навигационной информации.

Очевидным, но очень важным обобщением полученного результата (1), (2) является объединение двух векторных оценок  $\hat{x}_3$  и  $z = x + n$  параметра  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$  с ковариационными матрицами ошибок  $V_3 = M \{(\hat{x}_3 - x)(\hat{x}_3 - x)^T\}$  и  $V_n = M \{(z - x)(z - x)^T\} = M \{nn^T\}$ . Так же, как и в одномерном случае, лучшей оценкой будет линейная комбинация  $\hat{x} = (1 - \alpha)\hat{x}_3 + \alpha z$ , где  $\alpha - m \times m$ -матрица. Дифференцируя ковариационную матрицу ошибок

$M \{(\hat{x} - x)(\hat{x} - x)^T\}$  по  $\alpha$ , убеждаемся, что наилучшая оценка описывается соотношением (2), а ковариационная матрица ошибок содержится в формуле (1). С помощью формул (1), (2) можно находить оптимальные асинхронные оценки нескольких, связанных друг с другом, навигационных параметров, например координат и их скоростей по данным GPS. Именно такой асинхронный потоковый подход к корректировке изменяющихся параметров был применен при проектировании блока навигации МПО.

### МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ МПО И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ПАРАМЕТРОВ

В общем случае движение МПО описывается системой двенадцати нелинейных дифференциальных уравнений в связанной системе координат [6–9]. Еще более сложные уравнения получаются при анализе движения МПО в базовой системе координат [10–12]. Суть этих уравнений для изменения одной координаты в непрерывном времени можно пояснить очевидными соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \vartheta_x(t), \\ \frac{d\vartheta_x}{dt} &= \frac{1}{m(t)} (F_x(t, u(t), \vartheta_x(t)) + \xi_x(t)), \end{aligned}$$

где  $x$  и  $\vartheta_x$  – координата и скорость ее изменения;

$m(t)$  – суммарная масса МПО и присоединенной жидкости;

$F_x(t, u(t), \vartheta_x(t))$  – математическое описание всех сил, действующих на МПО, включая упоры, созданные средствами активного управления при подаче сигнала управления;

$\xi_x(t)$  – случайная составляющая силы, связанная с ветро-волновыми воздействиями и нашим неполным знанием детерминированных компонентов.

Эти же уравнения в дискретном времени переписываются в виде:

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i-1} + \vartheta_{x(i-1)} \Delta t, \\ \vartheta_{xi} &= \vartheta_{x(i-1)} + \frac{1}{m_{i-1}} F_x(i-1, u_{i-1}, \vartheta_{x(i-1)}) \Delta t + \xi_{xi}, \end{aligned}$$

где  $x_i = x(t_i)$ ;

$$\begin{aligned} \vartheta_{xi} &= \vartheta_x(t_i); \\ \xi_{xi} &= \frac{1}{m_{i-1}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \xi_x(t) dt. \end{aligned}$$

На основе имеющихся оценок  $\hat{x}_{i-1}$  и  $\hat{\vartheta}_{x(i-1)}$  параметров  $x_{i-1}$  и  $\vartheta_{x(i-1)}$  легко сделать наилучший прогноз:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{xi} &= \hat{x}_{i-1} + \hat{\vartheta}_{x(i-1)} \Delta t, \\ \hat{\vartheta}_{xi} &= \hat{\vartheta}_{x(i-1)} + \frac{1}{m_{i-1}} F_x(i-1, u_{i-1}, \hat{\vartheta}_{x(i-1)}) \Delta t. \end{aligned}$$

Вместе с тем при вычислении  $2 \times 2$ -ковариационной матрицы  $P_{xi}$  ошибок такого прогноза возникают значительные трудности, связанные с нелинейным характером приведенных разностных уравнений.

Для нахождения уравнений относительно  $P_{zi}$  и возможности оценивания  $x_i$  по формулам (1), (2) рассмотрим эту задачу в общем виде. Пусть движение МПО описывается системой произвольного числа нелинейных разностных уравнений:

$$\bar{x}_i = \varphi(\bar{x}_{i-1}, i) + B(\bar{u}_{i-1}, \bar{x}_{i-1}, i) + \bar{\xi}_i, \quad (3)$$

где  $\varphi(\bar{x}_{i-1}, i)$  и  $B(\bar{u}_{i-1}, \bar{x}_{i-1}, i)$  –  $m$ -мерные, вообще говоря, нелинейные функции  $m$  координат МПО  $\bar{x}_{i-1}$  и вектора  $\bar{u}_{i-1}$  управляющих сигналов;

$\bar{\xi}_i$  – последовательность гауссовских  $m$ -мерных независимых случайных величин с  $m \times m$ -ковариационными матрицами  $V_{\xi_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ , возможно, вырожденными. Проведем линеаризацию (3) в окрестности наилучшего прогноза:

$$\hat{\bar{x}}_{zi} = \varphi(\hat{\bar{x}}_{i-1}, i) + B(\bar{u}_{i-1}, \hat{\bar{x}}_{i-1}, i). \quad (4)$$

При этом получим следующее уравнение:

$$\bar{x}_i \cong P_i \bar{x}_{i-1} + B_i \bar{u}_{i-1} + \bar{\xi}_i \quad (5)$$

где  $P_i = d\varphi(\bar{x}_{i-1}, i) / d\bar{x}_{i-1} + \partial B(\bar{u}_{i-1}, \bar{x}_{i-1}, i) / \partial \bar{x}_{i-1}$  и  $B_i = \partial B(\bar{u}_{i-1}, \bar{x}_{i-1}, i) / \partial \bar{u}_{i-1}$  –  $m \times m$ -матрицы, вычисленные в точке  $\hat{\bar{x}}_{zi}$ . При небольшом интервале времени  $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$  и достаточно гладких функциях  $\varphi$  и  $B$  такая линеаризация не приводит к большим ошибкам определения элементов ковариационной матрицы ошибок:

$$P_{zi} = P_i P_{i-1} P_i^T + V_{\xi_i} \quad (6)$$

Вместе с тем, квазиоптимальное оценивание  $\hat{\bar{x}}_i$  и вычисление ковариационной матрицы ошибок  $P_i = P_{zi} (E + V_n^{-1} P_{zi})^{-1}$  по-прежнему осуществляется по формулам (1), (2).

Таким образом, полученные точные и приближенные соотношения для прогноза (4) и ковариационной матрицы ошибок позволяют рекуррентно и асинхронно вычислять оценки параметров движения и контролировать точность этих оценок. Весьма важно также, что на основе этих оценок при условии справедливости соотношения (5) можно найти оптимальное управление  $\bar{u}_i$ , минимизирующее квадратичный критерий Калмана-Летова [7–12]. Именно такой подход был использован при проектировании систем управления движением в режимах динамического позиционирования и на высоких скоростях МПО.

### ОДНОВРЕМЕННОЕ РАЗЛИЧЕНИЕ И ОЦЕНИВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Решение задачи байесовского одновременного обнаружения (различения) и оценивания параметров сигналов на фоне помех обычно конкретизируется для аддитивных или мультипликативных комбинаций, стоимостей ошибок различения с квадратичными функциями потерь при оценивании. Такой подход позволяет получить сравнительно простые и пригодные для технической реализации алгоритмы совместного обнаружения сигнала и оценки одномерного параметра.

Вместе с тем при синтезе ряда информационных систем возникают проблемы одновременного различения

многих сигналов и оценивания векторных параметров, изменяющихся в процессе наблюдений. Подобные проблемы связаны, например, с пространственно-временной обработкой сигналов, распознаванием образов или идентификацией систем. В отмеченных ситуациях особый практический интерес представляют рекуррентные методы обработки последовательности наблюдений, пригодные для построения относительно простых вычислительных программ.

Рассмотрим задачу проверки  $M$  гипотез  $\{H_l\}_{l=0}^{M-1}$ , каждой из которых соответствует априорная вероятность  $p_l$  и условная плотность распределения вероятности (ПРВ)  $w(X_{lk}, Z_k/H_l)$  случайной величины  $Z_k$  и параметра  $X_{lk}$ . На основе наблюдений  $Z_k$  необходимо принять совместное решение  $\hat{l}(Z_k)$  и  $\hat{X}_{lk}(Z_k)$  относительно номера гипотезы и значения случайного параметра.

Построение нерандомизированного решающего правила  $\hat{l}$  предполагает априорное разбиение пространства наблюдений  $\Omega_Z$  на  $M$  непересекающихся областей  $\{\Omega_l\}_{l=0}^{M-1}$ . При этом каждому результату  $Z_k$  наблюдений ставится в соответствие решение  $\hat{l} = l$ , если  $Z_k \in \Omega_l$ . Качество совместного решения определим с помощью следующих функций выигрыша:

$$G = \delta_K(l - \hat{l}) (g_l + G_{xl}(X_{lk} - \hat{X}_{lk})) \quad (7)$$

где  $\delta_K(\cdot)$  – символ Кронекера, а  $G_{xl} = g_{xl}$ , если  $\varepsilon_l = X_{xl} - \hat{X}_{lk} \in D_l$  и  $G_{xl} = 0$ , если  $\varepsilon_l \notin D_l$ . Таким образом, ненулевая премия (7) назначается лишь при верном решении  $\hat{l}$  и равна максимальной величине  $g_l + g_{xl}$ , если ошибка  $\varepsilon_l$  оценивания находится в пределах многомерной области  $D_l$  пространства параметров  $\Omega_{xl}$ .

Для выбора  $D_l$  заметим, что априорная ПРВ  $w(X_{lk})$  может быть охарактеризована эллипсоидом рассеяния  $D_{xl}: K(X_{lk}) \leq b_l$ , где

$$K(X_{lk}) = \frac{1}{2} (X_{lk} - m_{xl})^T V_{0l}^{-1} (X_{lk} - m_{xl});$$

$$b_l = \frac{1}{2} N_l + 1;$$

$N_l$  – размерность  $\Omega_{xl}$ ;  $m_{xl} = M\{X_{lk}\}$ ;  $V_{0l}$  – ковариационная матрица  $X_{lk}$ . Выберем  $D_l$  подобной эллипсоиду рассеяния  $D_{xl}$  и назовем премию в размере  $g_{xl} = \beta_l \text{mes} D_{xl} / \text{mes} D_l$  пропорциональному отношению объемов этих областей.

Оптимизацию правила принятия решения будем связывать с поиском наибольшего среднего выигрыша:

$$\bar{G} = M\{G\} = \sum_{l=0}^{M-1} \int_{\Omega_l} p_l (g_l W(Z_k/H_l) + \beta_l I_l(Z_k)) dZ_k, \quad (8)$$

$$\text{где } I_l(Z_k) = (\text{mes} D_{xl} / \text{mes} D_l) \times \int_{\varepsilon_l \in D_l} W(X_{lk}, Z_k/H_l) dX_{lk}.$$

Очевидно, максимум (8) достигается, если выбрать оценки  $\hat{X}_{lk}$ , доставляющие наибольшие значения  $I_l$  в каждой точке выборочного пространства  $\Omega_z$ , и включить в подобласти  $\Omega_l$  такие  $Z_k \in \Omega_z$ , где  $T_l \geq T_j$ , причем

$$\left\{ T_j = p_j \left( g_j W(Z_k / H_j) + \beta_j I_j(Z_k) \right) \right\}_{j=0}^{M-1}.$$

После предельного перехода от равномерной функции выигрыша  $G_{xl}$  к простой при  $mes D_l \rightarrow 0$  выражение для  $I_l$  упрощается. В этом случае  $I_l = mes D_{xl} W(\hat{X}_{lk}, Z_k / H_l)$ .

Таким образом, по наблюдениям  $Z_k$  следует вычислить все значения  $\{T_l\}_{l=0}^{M-1}$  и принять совместное решение  $\hat{l}, \hat{X}_{lk}$ , соответствующее максимальному значению статистики  $T_l$ . Заметим, что для простой функции выигрыша оценка  $\hat{X}_{lk}$  находится по максимуму  $mes D_{xl} W(\hat{X}_{lk}, Z_k / H_l)$  или, что в данном случае то же самое, по максимуму произведения апостериорной ПРВ  $W(\hat{X}_{lk}, Z_k / H_l)$  на объем эллипсоида рассеяния.

Для проверки двух гипотез  $H_0$  и  $H_1$  достаточно найти статистики  $T_0$  и  $T_1$ . При этом оптимальное правило принятия решения может быть основано на сравнении с пороговым уровнем  $\Lambda_0 = I$  критерия

$$\Lambda_M = T_1 / T_0 = p_1 \Lambda \left( g_1 + \beta_1 mes D_{xl} W(\hat{X}_{lk} / Z_k, H_1) \right) / p_0 \left( g_0 + \beta_0 mes D_{x0} W(\hat{X}_{lk} / Z_k, H_0) \right),$$

где  $\Lambda = W(Z_k / H_1) / W(Z_k / H_0)$  – отношение правдоподобия.

При  $\{\beta_l = 0\}_{l=0}^{M-1}$  найденные процедуры переходят в байесовские правила проверки гипотез, не учитывающие качество оценок и соответствующие назначению штрафа  $c_l = -g_l$  за неверное решение относительно гипотезы  $H_l$ .

Другая ситуация, когда премия назначается лишь при совместно правильном решении и точной оценке  $\{\{g_l = 0\}_{l=0}^{M-1}\}$ , приводит к статистике:

$$T_{0l} = p_l \beta_l mes D_{xl} W(\hat{X}_{lk}, Z_k / H_l). \quad (9)$$

Для гауссовских  $X_{lk}$  формулу (3) с учетом объема эллипсоида рассеяния перепишем в виде:

$$T_{0l} = \gamma_l \exp(-K(\hat{X}_{lk})) W(Z_k / \hat{X}_{lk}, H_l), \quad (10)$$

где  $\gamma_l = p_l \beta_l b_l^{N_l} / \Gamma(b_l)$ ;  $\Gamma(\cdot)$  – гамма-функция. Определенным отличием такого критерия от оптимальных байесовских процедур различения – оценивания при простой функции потерь является выбор размера премии  $g_{xl}$  исключающий, в частности, вырождение (9) при любом ранге априорного распределения  $X_{lk}$ .

Существенной особенностью статистик  $T_{0l}$  является возможность их рекуррентного вычисления для следующего весьма важного случая. Пусть на основе последовательности  $n$ -мерных наблюдений  $z_1, z_2, \dots, z_k$ , образующих вектор  $Z_k^T = (z_1^T z_2^T \dots z_k^T)$ , необходимо принять решение относительно гипотез

$$H_l: \{z_i = S_l(x_{ix}, \theta_{li}, i)\}_{i=1}^k, \quad l = 0, 1, \dots, M-1,$$

с одновременным оцениванием совокупности  $m_l$ -мерных марковских параметров  $X_{lk}^T = (x_{l1}^T x_{l2}^T \dots x_{lk}^T)$ . При этом вид взаимодействия  $S_l$  параметров и независимых случайных величин  $\{\theta_{li}\}$  ограничен лишь требованием существования дважды дифференцируемых по аргументу  $x_{li}$  логарифмов  $\{\Xi_l(x_{li}, z_i) = \ln W(z_i / x_{li}, H_l)\}$  условных ПРВ.

При этих предположениях процедура совместного решения

$$\min_{0 \leq l \leq M-1} \min_{lk} (J_{lk}(X_{lk}, Z_k) - \ln \gamma_l) \quad (11)$$

основана на статистиках

$$J_{lk}(X_{lk}, Z_k) = -\ln(T_{0l} / \gamma_l) = K(X_{lk}) - \sum_{i=1}^k \Xi_l(x_{li}, z_i). \quad (12)$$

В некоторых ситуациях удается непосредственно воспользоваться критериями (9) или (12) для построения алгоритмов обнаружения (различения) и оценивания. Однако в общем случае полученное правило предполагает построение оценок  $x_{l1}, x_{l2}, \dots, x_{lk}$  на основании всей выборки  $Z_k$ . Известно, что осуществление такой нелинейной интерполяции потребует большого объема дополнительных вычислений после фильтрации параметров. В связи с этим целесообразно рассмотреть рекуррентные методы вычисления статистики (12). Для этого вначале обратимся к выводу уравнений нелинейной фильтрации.

Пусть динамика изменения параметров описывается  $M - 1$  уравнениями вида (3), где необходимо добавить индекс  $l = 0, 1, \dots, M - 1$ , соответствующий номеру гипотезы. Тогда квазиоптимальные рекуррентные оценки при условии справедливости гипотезы  $H_l$  находятся по формуле (2):

$$\hat{x}_i^l = \hat{x}_{oi}^l + P_i^l V_n^{-1} (\bar{z}_i - \hat{x}_{oi}^l), \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad (13)$$

где условные ковариационные матрицы ошибок определяются с помощью соотношений (1) и (6):

$$P_i^l = P_{oi}^l (E + V_n^{-1} P_{oi}^l)^{-1}, \quad P_{oi}^l = P_i^l P_{i-1}^l P_i^{lT} + V_{\xi_i}^l \quad (14)$$

С помощью метода инвариантного погружения [2–4] можно найти рекуррентную связь между статистиками (8) на  $i$ -м и  $(i-1)$ -м шагах. В работах [1, 2] показано, что существуют две эквивалентные рекуррентные формы вычисления статистик (8):

$$\hat{J}_i = \hat{J}_{i-1} - 0.5 \Xi'(\hat{x}_{oi}, \bar{z}_i) P_{oi} \Xi'^T(\hat{x}_{oi}, \bar{z}_i) - \Xi(\hat{x}_{oi}, \bar{z}_i), \quad \hat{J}_0 = 0, \quad (15)$$

$$\hat{J}_i = \hat{J}_{i-1} + 0.5 \Xi'(\hat{x}_i, \bar{z}_i) P_{oi} \Xi'^T(\hat{x}_i, \bar{z}_i) - \Xi(\hat{x}_i, \bar{z}_i), \quad \hat{J}_0 = 0. \quad (16)$$

Таким образом, эти формулы вместе с соотношениями (13), (14) определяют квазиоптимальные рекуррентные процедуры для вычисления статистик  $\hat{J}_k^l$  с одновременной оценкой параметров  $\hat{x}_i^l, i = 1, 2, \dots, k, l, \dots, M - 1$ . Принятие решения осуществляется на основе сравнения статистик  $\hat{J}_k^l$  и выбора гипотезы  $H_p$  для которой  $\hat{J}_k^l$  минимальна.

При точно известных значениях  $\{\bar{x}_i\}$  коэффициенты  $P_i, P_{zi}$  равны нулю, и формулы (15), (16) преобразуются в обычную процедуру вычисления логарифма функции правдоподобия.

Для гауссовских гипотез  $H_l: \{\bar{z}_i = C_{li}\bar{x}_{li} + \theta_{li}\}$  рекуррентные формулы (15), (16) определяют строго оптимальные алгоритмы. По величине  $\hat{J}_i$  они совпадают с известным правилом различения [4], но представляют два новых способа вычисления статистики  $\hat{J}_p$  не содержащих обычной операции обращения матрицы [4]. При этом наименьшими вычислительными затратами в ряде случаев характеризуется процедура (15), записанная в виде:

$$\hat{J}_{li} = \hat{J}_{l(i-1)} + 0.5(\bar{z}_i - C_{li}\hat{x}_{li})^T V_{\theta_{li}}^{-1} (E - C_{li}K_{li})(\bar{z}_i - C_{li}\hat{x}_{li}),$$

где  $K_{li}$  – коэффициенты усиления [14] фильтра Калмана, которые вычисляются до эксперимента и заносятся в запоминающее устройство.

Можно также показать, что рекуррентные соотношения вида:

$$\hat{L}_i - \hat{L}_{i-1} = 0.5\Xi_1'(\hat{x}_{zi}, \bar{z}_i)P_i\Xi_1'^T(\hat{x}_{zi}, \bar{z}_i) + \Xi_1(\hat{x}_{zi}, \bar{z}_i) - \Xi_0(\bar{z}_i),$$

где  $\hat{L}_i = \hat{J}_{0i} - \hat{J}_{li}$ , для решения задачи проверки гипотез  $H_0: \{\bar{z}_i = \theta_i\}, H_l: \{\bar{z}_i = h(x_i, i) + \theta_i\}$  допускают формальный предельный переход к непрерывному времени. Полученные при этом на основе (15) или (16) алгоритмы соответствуют оценочно-корреляционному обнаружителю многомерных стохастических сигналов. Полное совпадение процедур происходит при замене оценки  $\hat{h}(\bar{x}, t)$  функции  $h(\bar{x}, t)$ , содержащейся в оптимальном алгоритме, на функцию  $h(\hat{x}, t)$  от оценки  $\hat{x}$ .

Рассмотренный байесовский подход к задаче одновременного различения и оценивания при равномерной или простой функциях выигрыша позволяет получить достаточно простые выражения для построения решающего правила. Однако наиболее рациональные вычислительные процедуры удается найти для марковских параметров с помощью метода погружения. При этом соотношения (15), (16) совместно с алгоритмом нелинейной фильтрации случайных последовательностей (13) дают возможность решения большого круга задач, связанных с многоканальным приемом нестационарных и негауссовских сигналов при почти произвольном воздействии информационных последовательностей и помех.

С применением рассмотренного подхода были решены задачи приема сигналов Морзе [14–17].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, относительно простой пример объединения двух неравноточных оценок позволяет решить целый ряд разнообразных задач асинхронного оценивания навигационных параметров МПО с учетом нелинейных моделей его движения, а также найти квазиоптимальное решение задачи одновременного различения и оценивания марковских последовательностей. Весьма важно, что все представленные процедуры принятия решений являются рекуррентными и строго оптимальными при допустимости линеаризации и гауссовском характере случайных воздействий. Именно эти свойства синтезированных алгоритмов предопределили их эффективное применение при проектировании целого ряда корабельных систем связи, навигации и управления.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильев К.К. Прием сигналов при мультипликативных помехах. – Саратов : СГУ, 1983. – 128 с.
2. Васильев К.К. Байесовское различение и оценивание случайных последовательностей // Радиотехника и электроника. – 1985. – т. XXX – С. 476–485.
3. Касти Дж., Калаба Р. Методы погружения в прикладной математике. – М. : Мир, 1976. – 232 с.
4. Сейдж Э.П., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. – М. : Связь, 1976.
5. Васильев К.К. Методы обработки сигналов : учеб. пособие. – Ульяновск : УлГТУ, 2001. – 78 с.
6. Васильев К.К. Теория автоматического управления (следящие системы) : учеб. пособие. – Ульяновск : УлГТУ, 2001. – 98 с.
7. Васильев К.К. Оптимальное стохастическое управление кораблем // Вестник УлГТУ. – 2000. – № 3. – С. 27–37.
8. Васильев К.К., Васильев А.Н. Математическая модель движения корабля // Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем : тр. 3-й всерос. науч.-практ. конф. – Ульяновск : УлГТУ, 2001.
9. Васильев К.К., Яковенко В.П. Автоматизированное проектирование систем управления движением морских подвижных объектов // Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем : тр. 4-й всерос. науч.-практ. конф. – Ульяновск : УлГТУ, 2004. – :С. 138–140.
10. Васильев К.К., Маттис А.В. Моделирование систем управления совместным движением судна и телеуправляемого подводного аппарата // Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов : тр. 7-й межд. конф. – Ульяновск : УлГТУ, 2009. – С. 65–66.
11. Васильев К.К., Маттис А.В. Оптимальное управление и оценивание состояния для морских комплексов // Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем : тр. 6-й всерос. науч.-практ. конф. – Ульяновск : УлГТУ, 2009. – С. 72–75.
12. Васильев К.К., Маттис А.В. Моделирование и оптимизация систем управления движением морских подвижных комплексов // Автоматизация процессов управления. – 2010. – № 2 (20). – С. 13–19.

13. Васильев К.К., Служивый М.Н. Аппаратно-программный комплекс для исследования радиопомех // Сб. науч. докл. V-го межд. симпозиума по электромагнитной совместимости и электромагнитной экологии. – СПб., 2003. – С. 134–136.

14. Васильев К.К., Служивый М.Н. Алгоритм минимизации максимальной дисперсии ошибки оценивания комплексных амплитуд в многочастотных системах связи // Радиолокация, навигация, связь : тр. X-й межд. науч.-техн. конф. Т. 1. – Воронеж, 2004. – С. 301–304.

15. Васильев К.К., Елягин С.В., Дементьев Е.И. Цифровая обработка импульсных сигналов на фоне помех // Современные проблемы проектирования, производства и эксплуатации радиотехнических систем : сб. науч. тр. / УлГТУ. – 2006. – Вып. 5. – С. 48–53.

16. Васильев К.К., Капустин Д.А. Различение импульсных тональных сигналов на фоне белого шума // Труды РНТО РЭС им А.С. Попова. Сер. «Науч. сессия, посв. Дню радио». – М., 2007. – С. 218–220.

17. Васильев К.К., Капустин Д.А. Алгоритмы приема импульсных сигналов Морзе при наличии замираний // Труды XIV-й науч. сессии, посв. Дню радио / РНТОЭС им. А.С. Попова. – М., 2009. – С. 333–335.

18. Васильев К.К., Дементьев Е.И., Капустин Д.А. Синтез и анализ оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов обнаружения (размещения) импульсных сигналов // Автоматизация процессов управления. – 2008. – № 1 (11). – С. 21–28.