УДК 531.36:534.1

О.А. Перегудова

О СТАБИЛИЗАЦИИ ПРОГРАММНОГО ДВИЖЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ ПОМОЩИ КУСОЧНО-НЕПРЕРЫВНЫХ УПРАВЛЕНИЙ[1]

Перегудова Ольга Алексеевна, *доктор физико-математических наук, доцент, окончила механико-математический факультет Ульяновского государственного университета. Доцент кафедры информационной безопасности и теории управления УлГУ. Имеет статьи, учебные пособия, монографию в области теории устойчивости и управления движением механических систем. [e-mail: peregudovaoa@sv.ulsu.ru].*

Аннотация
В работе обосновывается методика решения задачи о стабилизации программного движения для нелинейных механических систем общего вида с применением кусочно-непрерывных управлений на основе вектор-функций Ляпунова и принципа декомпозиции. Получены достаточные условия стабилизации с оценкой области начальных отклонений. В качестве примера дано решение задачи о стабилизации программного движения пространственного трехзвенного манипулятора.

Ключевые слова: нелинейная механическая система, кусочно-непрерывное управление, вектор-функция Ляпунова, принцип декомпозиции.

Olga Alexeevna Peregudova, *Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, graduated from the Faculty of Mechanics and Mathematics at the Ulyanovsk State University, Associate Professor of the Chair 'Information Security and Control Theory' at the Ulyanovsk State University; author of articles, text-books, a monograph in the field of theory of stability and control of mechanical-system movement. e-mail: peregudovaoa@sv.ulsu.ru.*

Abstract
The article justifies a procedure for solution of tasks concerning stabilization of soft movement of general non-linear mechanical systems using piece-wise continuous controls on basis of Lyapunov vector-functions and breakdown principle. It gives sufficient terms of stabilization and evaluation of initial-deviation domain and suggests a solution of the task of stabilization of soft movement of space three-chain manipulator as an example.

Key words: non-linear mechanical system, piece-wise continuous control, Lyapunov vector-function, breakdown principle.

Рассмотрим задачу о стабилизации программного движения $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{q}_0(t)$ голономной механической системы с n степенями свободы, описываемой уравнением:

$$H(t,\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}(t,\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{u}, \qquad t \geqslant 0, \tag{1}$$

где $\mathbf{q} \in R^n$ – вектор обобщенных координат;

$\dot{\mathbf{q}} \in R^n$ – вектор обобщенных скоростей;

матрица $H(t,\mathbf{q}) \in R^{n\times n}$, $H: R^+ \times \Gamma_1 \to R^{n\times n}$, непрерывно дифференцируема, ограничена и невырождена, $\det H(t,\mathbf{q}) \geqslant H_0 = \mathrm{const} > 0 \ \ \forall t \geqslant 0, \ \forall \mathbf{q} \in \Gamma_1$ $\left(\Gamma_1 = \{\mathbf{q} \in R^n : |\mathbf{q}| < \gamma_1 = \mathrm{const}\}\right)$;

вектор $\mathbf{f}(t,\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) \in R^n$, $\mathbf{f}: R^+ \times \Gamma_1 \times \Gamma_2 \to R^n$, $\Gamma_2 = \{\mathbf{q} \in R^n : |\mathbf{q}| < \gamma_2 = \mathrm{const}\}$, имеет непрерывно дифференцируемые и ограниченные элементы;

$\mathbf{u} \in R^n$ – вектор управляющих воздействий.

Здесь символом $|\cdot|$ обозначена некоторая векторная норма в пространстве R^n.

Рассмотрим вначале необходимые в дальнейшем определения матричных норм [1].

Определение 1. Операторной нормой $\|A\|$ матрицы $A \in R^{n\times n}$, подчиненной векторной норме $|\cdot|$, называется величина

$$\|A\| = \max_{\mathbf{x}\in R^n,\, |\mathbf{x}|=1} |A\mathbf{x}| = \max_{\mathbf{x} \neq 0} \frac{|A\mathbf{x}|}{|\mathbf{x}|}.$$

1 Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ (проект МД-7549.2010.1) и федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (проект НК-433П, госконтракт П/2578).

Определение 2. Логарифмической нормой $lgn\ \|A\|$ матрицы $A \in R^{n\times n}$ называется величина

$$\lg n\,\|A\| = \lim_{h\to+0}\frac{1}{h}[\|I+hA\|-1].$$

Здесь $I \in R^{n\times n}$ – единичная матрица. Согласно определению, логарифмическая норма матрицы может принимать и отрицательные значения. Основное ее свойство состоит в следующем.

Пусть дана нестационарная система
$\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x}$.

Для фундаментальной матрицы $\Phi(\tau, t)$ решений системы имеет место свойство [1]:

$$\|\Phi(\tau,t)\| \leqslant e^{\int_\tau^t \lg n\|A(s)\|ds}.$$

Это свойство позволяет строить с помощью функций Ляпунова вида векторных норм уравнение сравнения $\dot{u} = \lg n\,\|A(t)\|\,u$, решения которого являются оценкой соответствующих решений исходной системы.

Далее в статье будем считать, что символом C обозначена невырожденная постоянная матрица $C \in R^{n\times n}$, такая, что для соответствующей логарифмической нормы матрицы $(-C)$ выполняется неравенство $\lg n\,\|-C\| < 0$.

Введем также следующие обозначения:

$$c = -\frac{\|C\|}{\lg n\,\|-C\|},\quad c_1 = \|C^{-1}\|.$$

Символ **1** обозначает вектор $(1,\ 1,\ ...,\ 1)^{\mathrm{T}} \in R^n$.

Рассмотрим следующую задачу.

Для некоторых чисел $\delta_1 > 0$ и $\delta_2 > 0$ построением управления по принципу обратной связи $\mathbf{u} \in R^n$, удовлетворяющего ограничению $|\mathbf{u}| \leqslant u_0 = \mathrm{const} > 0$, обеспечить выход системы (1) за конечное время из начальной области

$$\Gamma_\delta = \{(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) \in \Gamma_1\times\Gamma_2 : |\mathbf{q}-\mathbf{q}_0(t_0)| < \delta_1,\quad |\mathbf{q}-\mathbf{q}_0(t_0)+C^{-1}(\dot{\mathbf{q}}-\dot{\mathbf{q}}_0(t_0))| < \delta_2\} \tag{2}$$

в режим декомпозиции

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}_0(t) - C(\mathbf{q}-\mathbf{q}_0(t)). \tag{3}$$

В этом режиме движение $\mathbf{q}_0(t)$ системы (1) будет экспоненциально устойчиво, согласно выбору матрицы C. Действительно, несложно заметить, что имеет место оценка:

$$\left|\mathbf{q}(t)-\mathbf{q}_0(t)\right| \le \left|\mathbf{q}(t_0)-\mathbf{q}_0(t_0)\right| \exp\{\lg n\,\|-C\|\,(t-t_0)\},\quad \forall t \ge t_0,$$

которая обеспечивает экспоненциальную устойчивость движения $\mathbf{q}_0(t)$.

Обозначим $\mathbf{x} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_0(t)$ — отклонение истинного движения от программного. Тогда уравнение (1) примет вид:

$$H_1(t,\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{f}_1(t,\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{u},\qquad t \geqslant 0, \tag{4}$$

где матрица $H_1(t,\mathbf{x})$ и вектор $\mathbf{f}_1(t,\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}})$ имеют следующие выражения:

$$H_1(t,\mathbf{x}) = H(t,\mathbf{x}+\mathbf{q}_0(t)),$$

$$\mathbf{f}_1(t,\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{f}(t,\mathbf{x}+\mathbf{q}_0(t),\dot{\mathbf{x}}+\dot{\mathbf{q}}_0(t)) + H(t,\mathbf{x}+\mathbf{q}_0(t))\ddot{\mathbf{q}}_0(t).$$

Положим

$$\mathbf{G}(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) = -C^{-1}H_1^{-1}(t,\mathbf{x}_1)\mathbf{f}_1(t,\mathbf{x}_1,-C\mathbf{x}_1+C\mathbf{x}_2);$$

$$L_1(t) = \left.\frac{\partial\mathbf{G}(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)}{\partial\mathbf{x}_1}\right|_{\mathbf{x}_1=0,\ \mathbf{x}_2=0},$$

$$L_2(t) = \left.\frac{\partial\mathbf{G}(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)}{\partial\mathbf{x}_2}\right|_{\mathbf{x}_1=0,\ \mathbf{x}_2=0};$$

$$\mathbf{G}_0(t) = \mathbf{G}(t,0,0),\ \mathbf{G}_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) = O(|\mathbf{x}_1|^2+|\mathbf{x}_2|^2),$$

вектор $\mathbf{G}_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ представляет собой остаточный член разложения функции $\mathbf{G}(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_2 = 0$, иными словами имеет место представление:

$$\mathbf{G}(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) = \mathbf{G}_0(t) + L_1(t)\mathbf{x}_1 + L_2(t)\mathbf{x}_2 + \mathbf{G}_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2). \tag{5}$$

Пусть $q = q_0(t)$ – программное движение системы (1), которое реализуется управляющим воздействием $u = u_0(t)$. Стабилизирующее управление в системе (1) будем искать в классе кусочно-непрерывных управлений вида:

$$\mathbf{u}(t,\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \alpha K\left[\mathbf{q}(t)-\mathbf{q}_0(t)+C^{-1}(\dot{\mathbf{q}}(t)-\dot{\mathbf{q}}_0(t))\right], \tag{6}$$

где α – скалярная кусочно-постоянная функция времени; $K \in R^{n\times n}$ – постоянная матрица, такая, что $\|K\|\delta \leqslant cu_0$.

Функция $\alpha = \alpha(t)$ определяется согласно следующему алгоритму. Пусть $\varepsilon = const > 1;\ \alpha(t_0) = 1;\ t_k$ – наименьший момент времени, такой, что функция $|\mathbf{x}+C^{-1}\dot{\mathbf{x}}|$ на фазовой траектории системы (4) станет равной δ/ε^k, $k = 1, 2, ...$ Тогда функция α скачком изменяется в этот момент по закону:

$$\alpha(t_k) = \alpha_k = \varepsilon^k,\ \ k = 1, 2, ...$$

Докажем следующую теорему.

Теорема 1. Пусть существуют положительные постоянные a и b, такие, что для некоторого числа $\delta > 0$ и для любых векторов $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2 \in R^n$, удовлетворяющих условиям $|\mathbf{x}_1| < \delta$, $|\mathbf{x}_2| < \delta/c$ имеют место неравенства

$$\mathrm{lgn}\,\| C^{-1}H_1^{-1}(t,\mathbf{x}_1)K \| \leqslant -\varepsilon a,$$
$$|\mathbf{G}_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)| \leqslant b\delta^2, \quad t \geqslant 0;$$

и, кроме того, выполнено соотношение:

$$\max_{t\geqslant 0}\Big\{\big[\max\{0,\mathrm{lgn}\,\|C+L_2(t)\|\}+ \\ +c\,\|-C+L_1(t)\|\big]\delta\Big\}+cb\delta^2 < a\delta.$$

Тогда управление $\mathbf{u}$ вида (6) решает задачу об экспоненциальной стабилизации программного движения $\mathbf{q}_0(t)$ системы (1) с областью притяжения (2) с $\delta_1 = \delta$ и $\delta_2 = \delta/c$.

Доказательство. Сделаем замену переменных

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}, \quad \mathbf{x}_2 = \mathbf{x} + C^{-1}\dot{\mathbf{x}}. \tag{7}$$

и получим систему

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = -C\mathbf{x}_1 + C\mathbf{x}_2, \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = -C\mathbf{x}_1 + C\mathbf{x}_2 + \mathbf{G}(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) + \\ \quad + C^{-1}H_1^{-1}(t,\mathbf{x}_1)(\mathbf{u}_0(t)+\mathbf{u}). \end{cases} \tag{8}$$

С учетом управления (6) представим систему (8) в виде:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = -C\mathbf{x}_1 + C\mathbf{x}_2, \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \big(-C+L_1(t)\big)\mathbf{x}_1 + \big(C+L_2(t)\big)\mathbf{x}_2 + \\ \quad + \mathbf{G}_2(t,\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) + \alpha C^{-1}H_1^{-1}(t,\mathbf{x}_1)K\mathbf{x}_2, \end{cases} \tag{9}$$

где матрицы $L_1(t), L_2(t)$ и векторы $\mathbf{G}_0(t)$ и $\mathbf{G}_2(t,\, \mathbf{x}_1,\, \mathbf{x}_2)$ определены равенствами (5).

Выберем для системы (9) вектор-функцию Ляпунова $\mathbf{V} = (V^1, V^2)^{\mathrm{T}}$ с компонентами $V^1(\mathbf{x}_1)$, $V^2(\mathbf{x}_2)$ вида:

$$V^1(\mathbf{x}_1) = |\mathbf{x}_1|, \quad V^2(\mathbf{x}_2) = c\,|\mathbf{x}_2|.$$

Пусть $(\mathbf{x}_1(t,t_0,\mathbf{x}_0), \mathbf{x}_2(t,t_0,\mathbf{x}_0))$ – некоторое решение системы (9) с начальным условием $|\mathbf{x}_{10}| < \delta$, $|\mathbf{x}_{20}| < \delta/c$. Тогда для правых производных функций $V^1 = V^1(\mathbf{x}_1(t))$, $V^2 = V^2(\mathbf{x}_2(t))$ получим оценки

$$\begin{cases} \dot{V}^1(t,\mathbf{x}_1(t),\mathbf{x}_2(t)) \le \mathrm{lgn}\,\|-C\|\,V^1 - \mathrm{lgn}\,\|-C\|\,V^2, \\ \dot{V}^2(t,\mathbf{x}_1(t),\mathbf{x}_2(t)) \le c\,\|-C+L_1(t)\|\,V^1 + \\ +\mathrm{lgn}\,\|C+L_2(t)\|\,V^2 + c\,|\mathbf{G}_2(t,\mathbf{x}_1(t),\mathbf{x}_2(t))| + \\ +\alpha\,\mathrm{lgn}\,\|C^{-1}H_1^{-1}(t,\mathbf{x}_1)K\|\,V^2. \end{cases} \tag{10}$$

Рассмотрим поведение функции

$$\overline{V}(t) = \max\{V^1(t,\mathbf{x}(t,t_0,\mathbf{x}_0)), V^2(t,\mathbf{x}(t,t_0,\mathbf{x}_0))\}$$

при $t \ge t_0$.

Из оценок (10) и условий теоремы следует, что $\overline{V}(t)$ не возрастает для всех $t \ge t_0$, так как

$$\dot{\overline{V}} \le \{0, [c\,\|-C+L_1(t)\| + \mathrm{lgn}\,\|C+L_2(t)\|]\overline{V} + \\ + c\,|\mathbf{G}_2(t,\mathbf{x}_1(t),\mathbf{x}_2(t))| + \\ + \alpha\,\mathrm{lgn}\,\|C^{-1}H_1^{-1}(t,\mathbf{x}_1)K\|\,\overline{V}\} \le 0.$$

Отсюда получаем, что $\overline{V}(t) \le \overline{V}(t_0) < \delta \quad \forall t \geqslant t_0$.

Кроме того, выполняется неравенство:

$$\dot{V}^2(t) \le \max\{0, c\,\|-C+L_1(t)\| + \mathrm{lgn}\,\|C+L_2(t)\|\}\delta + \\ + c\,|\mathbf{G}_2(t,\mathbf{x}_1(t),\mathbf{x}_2(t))| + \alpha\,\mathrm{lgn}\,\|C^{-1}H_1^{-1}(t,\mathbf{x}_1)K\|\,\delta \le \\ \le -\varepsilon_0 = \mathrm{const} < 0 \quad \forall t \ge t_0: \quad V^2(t) > 0.$$

Отсюда следует, что существует момент $t_1 \ge t_0$ такой, что $V^2(t) \equiv 0$ для всех $t \ge t_1$ т. е. система за конечное время выходит на движение, при котором выполняется дифференциальное неравенство

$$\dot{V}^1(t,\mathbf{x}_1(t),\mathbf{x}_2(t)) \leqslant \mathrm{lgn}\,\|-C\|\,V^1, \quad t \ge t_1.$$

Интегрируя это неравенство и учитывая соотношения (7), получим экспоненциальную устойчивость нулевого решения системы (9). Теорема доказана.

Теорема 1 устанавливает конструктивно проверяемые условия стабилизации программного движения механических систем в виде системы неравенств относительно векторных и матричных норм параметров системы и программной траектории. Использование кусочно-непрерывного управления позволяет при этом уменьшить время переходного процесса по сравнению с непрерывным законом и, кроме того, в отличие от релейных управлений, движение системы в режиме декомпозиции происходит без эффекта чаттера, характеризующегося возникновением высокочастотных колебаний компонент фазового вектора. Основное отличие теоремы 1 от известных результатов [2], полученных на основе скалярной функции Ляпунова энергетического типа, состоит в нахождении явной оценки области начальных возмущений и отсутствии ограничений на производные матрицы кинетической энергии системы, что позволяет расширить класс решаемых задач стабилизации и рассматривать механические системы с нестационарной матрицей инерции.

Пример 1. Рассмотрим задачу о стабилизации программного движения пространственного трехзвенного манипулятора.

Манипулятор состоит из трех звеньев (рис. 1). Первое звено (вертикальная колонка) опирается на основание в точке O второе и третье звенья расположены в вертикальной плоскости. В схвате третьего звена находится перемещаемый груз.

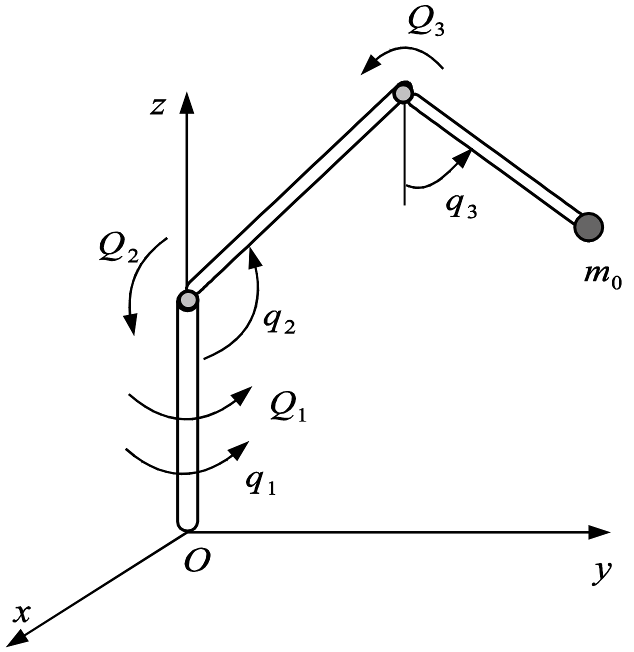

Рис. 1. Трехзвенный манипулятор

Обозначим:

$q_i\,(i = 1,\ 2,\ 3)$ – обобщенные координаты системы – углы поворотов звеньев манипулятора;

$l_i\,(i = 1,\ 2,\ 3)$ – длина i-го звена;

$m_i\,(i = 1,\ 2,\ 3)$ – масса i-го звена;

m_0 – масса груза, $m_{30} = m_3 + m_0$;

J_{01} – момент инерции первого звена относительно оси вращения;

r_2 и r_3 – расстояния от центра тяжести второго звена и третьего звена с грузом соответственно до оси вращения этого звена;

$k_i\,(i = 1,\ 2,\ 3)$ – коэффициенты моментов сил вязкого трения, действующих в шарнирах;

$Q_i\,(i = 1,\ 2,\ 3)$ – управляющие моменты.

Уравнения движения системы будут следующими:

$$\begin{cases}
(J_{01} + m_2 r_2^2 \sin^2 q_2 + m_{30}(l_2 \sin q_2 + r_3 \sin q_3)^2)\ddot{q}_1 + \\
+2(m_2 r_2^2 \sin q_2 \cos q_2 + m_{30}(l_2 \sin q_2 + r_3 \sin q_3) l_2 \cos q_2)\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \\
+2m_{30}(l_2 \sin q_2 + r_3 \sin q_3) r_3 \cos q_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 + k_1 \dot{q}_1 = Q_1, \\
(m_2 r_2^2 + m_3 l_2^2)\ddot{q}_2 + \dfrac{1}{2} m_{30} l_2 r_3 \cos(q_2 - q_3)\ddot{q}_3 + \dfrac{1}{2} m_{30} l_2 r_3 \sin(q_2 - q_3)\dot{q}_3^2 - \\
-(m_{30}(l_2 \sin q_2 + r_3 \sin q_3) l_2 + m_2 r_2^2 \sin q_2)\cos q_2 \dot{q}_1^2 + \\
+(m_2 r_2 + m_{30} l_2) g \sin q_2 + k_2 \dot{q}_2 = Q_2, \\
\dfrac{1}{2} m_{30} l_2 r_3 \cos(q_2 - q_3)\ddot{q}_2 + m_{30} r_3^2 \ddot{q}_3 - \dfrac{1}{2} m_{30} l_2 r_3 \sin(q_2 - q_3)\dot{q}_2^2 - \\
-m_{30}(l_2 \sin q_2 + r_3 \sin q_3) r_3 \cos q_3 \dot{q}_1^2 + m_{30} g r_3 \sin q_3 + k_3(\dot{q}_3 - \dot{q}_2) = Q_3,
\end{cases}$$

Для задачи стабилизации программного движения $q_1 = q_{10}(t),\ q_2 = q_{20}(t),\ q_3 = q_{30}(t)$ манипулятора с использованием теоремы 1 найдено управление:

$$\begin{cases}
Q_1 = \alpha k[J_{01} + m_2 r_2^2 \sin^2 q_{20}(t) + \\
+m_{30}(l_2 \sin q_{20}(t) + r_3 \sin q_{30}(t))^2](q_1 - q_{10}(t) + \beta(\dot{q}_1 - \dot{q}_{10}(t))), \\
Q_2 = \alpha k(m_2 r_2^2 + m_3 l_2^2)[q_2 - q_{20}(t) + \beta(\dot{q}_2 - \dot{q}_{20}(t))] + \\
+\alpha \dfrac{1}{2} m_{30} l_2 r_3 \cos(q_{20}(t) - q_{30}(t))[q_3 - q_{30}(t) + \beta(\dot{q}_3 - \dot{q}_{30}(t))], \\
Q_3 = \dfrac{1}{2}\alpha k m_{30} l_2 r_3 \cos(q_{20}(t) - q_{30}(t))[q_2 - q_{20}(t) + \beta(\dot{q}_2 - \dot{q}_{20}(t))] + \\
+\alpha k m_{30} r_3^2 [q_3 - q_{30}(t) + \beta(\dot{q}_3 - \dot{q}_{30}(t))], \quad k = const, \quad \beta = const,
\end{cases}$$

где α – кусочно-постоянная функция времени, алгоритм изменения которой имеет вид, указанный выше, при $\varepsilon = 1{,}5$ и $\delta = 0{,}3$.

Для значений параметров системы и программной траектории вида

$J_{01} = 0{,}1\,\text{кг}\times\text{м}^2;$

$m_2 = 15\,\text{кг};\quad m_3 = 2{,}5\,\text{кг};\quad m_0 = 2\,\text{кг};$

$l_2 = 1\,\text{м};\quad r_2 = 0{,}5\,\text{м};\quad r_3 = 0{,}5\,\text{м};$

$k_1 = k_2 = k_3 = 0{,}12\ \text{Н}\times\text{с}\times\text{м};$

$q_{10}(t) = 0{,}2\,t\ \text{рад};$

$q_{20}(t) = 1{,}5 + 0{,}5\sin 0{,}5\,t\ \text{рад};$

$q_{30}(t) = 0{,}5\sin 0{,}5\,t\ \text{рад}$

получены значения параметров управления $k = -20,\ \beta = 2,$ при которых выполняются условия теоремы 1.

На рисунках 2–4 показаны результаты численного моделирования.

На рисунке 4 пунктиром обозначена координата $q_3(t)$ манипулятора, получаемая при использовании непрерывного управления (т. е. при $\alpha(t) \equiv 1$). Анализируя графики функций, представленные на рисунках 2–4, можно сделать вывод, что использование кусочно-непрерывного управления обеспечивает достаточно быстрый и плавный выход системы в режим декомпозиции, улучшая тем самым характер переходного процесса в системе.

Основные результаты:

- доказана теорема о стабилизации программного движения нелинейных механических систем при помощи кусочно-непрерывных управлений, позволяющая определить явные оценки области начальных отклонений, параметров систем и программной траектории;
- разработана методика построения вектор-функции Ляпунова для нелинейных нестационарных механических систем общего вида, позволяющая решить задачу о приведении системы в заданный режим декомпозиции за конечный промежуток времени;
- на примере управления пространственным трехзвенным манипулятором показана эффективность применения кусочно-непрерывных управлений.

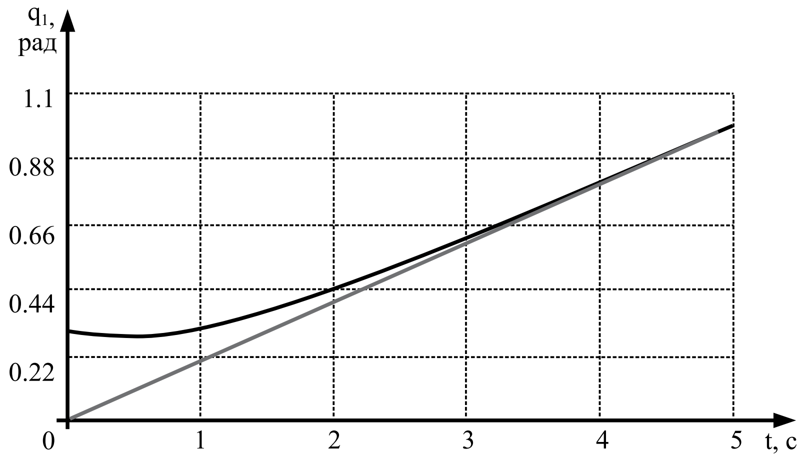

Рис. 2. Зависимость координаты q_1 от времени

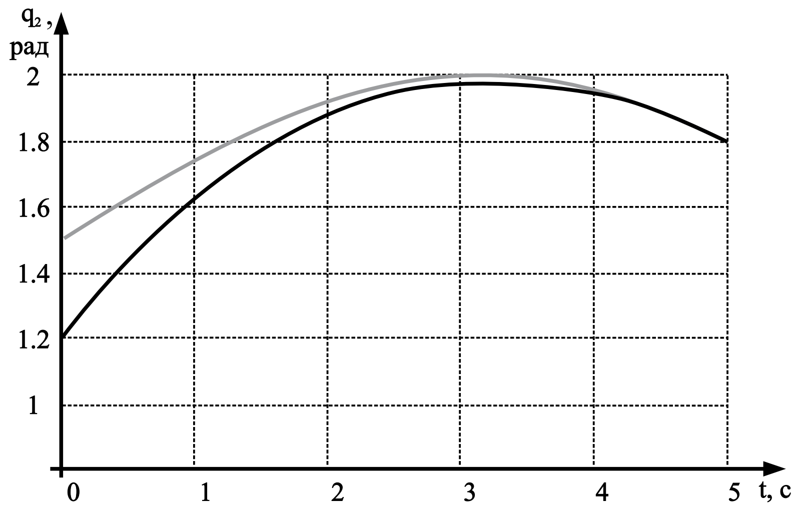

Рис. 3. Зависимость координаты q_2 от времени

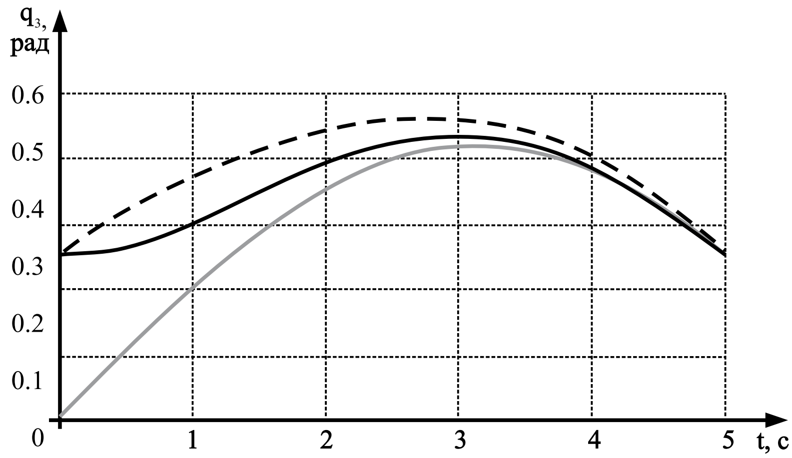

Рис. 4. Зависимость координаты q_3 от времени

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М. : Высшая школа, 2003. – 614 с.

2. Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. – М. : Физматлит, 2006. – 328 с.