УДК 521.95

С.Г. Валеев, И.М. Шарафутдинов

МОДЕЛИ, МЕТОДЫ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ КООРДИНАТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Валеев Султан Галимзянович, *доктор физико-математических наук, профессор, академик АН Республики Татарстан, окончил физический факультет Казанского государственного университета. Заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика» Ульяновского государственного технического университета. Имеет статьи и 6 монографий в области астрометрии и небесной механики, математической статистики и разработки информационных технологий. [e-mail: sgv@ulstu.ru].*

Шарафутдинов Ильгизар Мансурович, *аспирант 4 года очной формы обучения Ульяновского государственного технического университета, окончил факультет информационных систем и технологий УлГТУ. Ассистент кафедры «Прикладная математика и информатика» УлГТУ. Область научных интересов – небесная механика, астрометрия и информационные технологии. [e-mail: 956333@mail.ru].*

Аннотация

Статья посвящена решению актуальной задачи прецизионной трансформации координат (ТК) из одной координатной сети в другую по общим точкам на примере селеноцентрических преобразований. Для достижения цели высокоточной трансформации разработан прототип программного комплекса – системы трансформации селеноцентрических координат (ТСК). Данная система позволяет в автоматизированном режиме отождествления общих объектов сравниваемых координатных сетей (каталогов) получать положения объектов одного из каталогов в системе другого как для детерминированных моделей при ортогональной матрице ориентации, так и для аппроксимирующих преобразований при дополнительном применении специализированного пакета.

Ключевые слова: координатные преобразования, матрица трансформации, селеноцентрические координатные сети, контрольные системы, каталоги координат объектов.

Sultan Galimzyanovich Valeev*, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Academician of Tatarstan Academy of Sciences, graduated from the Faculty of Physics at Kazan State University; head of the Chair ‘Applied Mathematics and Informatics’ at Ulyanovsk State Technical University; author of articles and 6 monographs in the field of astrometry and celestial mechanics, mathematical statistics and information technology. e-mail: sgv@ulstu.ru.*

Ilgizar Mansurovich Sharafutdinov*, four-year post-graduate (full-time) student at Ulyanovsk State Technical University, graduated from the Faculty of Information Systems and Technologies at Ulyanovsk State Technical University, junior member of teaching and research staff at the Chair ‘Applied Mathematics and Informatics’ at Ulyanovsk State Technical University; interested in celestial mechanics, astrometry and information technology. e-mail: 956333@mail.ru.*

Abstract

The article deals with the solution of a pressing task of precision transformation of coordinates from one coordinate network into another by common points with seleno-centric transformations as an example. A prototype of software system, i.e. transformation systems of seleno-centric coordinates, is developed to achieve high-precision transformation in order to get object positions of one of catalogues in the system of the second one both for determined models when orthogonal matrix of orientation and for approximating transformations in case of additional use of a specialized package, in computer-aided mode of general-object identification for compared coordinate networks (catalogues).

Key words: coordinate transformations, transformation matrix, seleno-centric coordinate networks, control systems, catalogues of object coordinates.

Введение

В работе рассматривается решение задачи прецизионного перевода селеноцентрических координат объектов из одного каталога в другой по общим точкам для создания сводного селеноцентрического каталога координат.

Целью исследований является повышение точности сгущения и расширения селеноцентрической контрольной системы (СКС) на основе оптимальных координатных преобразований. Под оптимальными преобразованиями понимаются модели координатных преобразований, оценки параметров которых, включая прогноз, являются наилучшими линейными (т. е. состоятельными, несмещенными и эффективными) оценками в условиях выборки данных.

В настоящее время практически приемлемым путем распространения известного каталога селеноцентрических координат 1162 (КСК-1162), созданного в Казани [1] в системе с центром масс и осями, совпадающими с осями инерции Луны, на большую часть поверхности Луны или при определенных условиях на всю ее сферу является применение матриц ТК. Элементы матрицы и вектора смещения можно получить по общим точкам для КСК-1162 и преобразуемого в его систему того или иного каталога, включая координатные системы, построенные по материалам орбитальных съемок с космических аппаратов (КА) серий «Зонд» и «Аполлон». К сожалению, отмеченная выше детерминированная модель ТК не в состоянии описать разнообразные систематические ошибки, которыми обременены прямоугольные координаты объектов в сравниваемых системах. Кроме того, при использовании для оценивания коэффициентов модели ТК метода наименьших квадратов (МНК) не учитываются условия его применения и, соответственно, не применяются адаптивные вычислительные схемы обработки данных, что влечет к снижению точности преобразования координат. С учетом сказанного решаемая в данной работе задача разработки прецизионных математических моделей ТК, соответствующих свойствам реальных выборок данных, является актуальной.

1 Методы трансформации координат

При расширении КСК-1162 (системы X) основной является проблема прецизионного определения элементов матрицы ориентации и вектора смещения начал при переходе из системы координат Y в другую по общим точкам:

$$X = AY + X_0, \tag{1}$$

где A – матрица ориентации,

X_0 – вектор смещения начала координат системы Y по отношению к нуль-пункту системы координат X.

Актуальность точного решения задачи особенно возрастает при экстраполяции координат. В нашем случае это особенно важно, так как объекты обратной стороны Луны находятся вне множества опорных точек.

Достижение максимально высокой точности ТК обеспечивается решением следующих задач:

1) обоснование применимости адаптивного регрессивного моделирования (АРМ-подхода), предусматривающее при формировании модели (1):

- оценку качества модели ТК,
- диагностику соблюдения условий применения вычислительной схемы МНК (в частном случае, условий Гаусса-Маркова),
- численную адаптацию к существенному нарушению того или иного условия;

2) разработка методики применения АРМ-подхода, включающая:

- критерии точности перехода,
- набор конкурирующих математических моделей ТК,
- соответствующее множество методов структурно-параметрической идентификации,
- сценарий обработки данных, предусматривающий оценку прогностических свойств модели, диагностику нарушений условий и адаптацию при нарушениях для обеспечения требуемых оптимальных свойств оценок (состоятельности, несмещенности и эффективности).

1.1 Методология АРМ-подхода в применении к построению моделей ТК

В АРМ-подходе [2] постулируется, что структура матричной модели ТК (1) неизвестна для каждой пары каталогов и ее необходимо найти из множества конкурирующих. На основе уравнения (1) для каждой из трех пространственных координат (например, первой) можно записать матричное уравнение регрессии:

$$Y = X\beta + \varepsilon, \tag{2}$$

добавляя вектор ошибок ε и считая первую строку матрицы A вектором β. Очевидно, при структурной идентификации одновременно оцениваются и параметры уравнения, а именно элементы вектора β для простого случая (2). В этом случае возникает проблема соблюдения условий применения известной теоремы Гаусса-Маркова (ТГМ).

Принципиальным отличием условий АРМ-подхода от условий ТГМ является отказ от гипотезы о задании структуры модели.

1.2 Методика применения АРМ-подхода

Оценки параметров для каждого из трех уравнений ТК, например вида (1), оптимальны при соблюдении приведенных ниже условий, накладываемых на выборку данных для решения (2), вектор β, матрицу X, векторы ошибок ε и наблюдений Y [2]. Кроме того, при совместном решении всех трех уравнений предполагается, что они независимы друг от друга.

При нарушении условий (порознь, в комбинациях друг с другом, все вместе) оценки компонент вектора β для каждого из уравнений будут несостоятельными, смещенными и неэффективными, то есть неоптимальными.

Достаточно кратко условия, накладываемые на каждый элемент структуры (2), можно записать в виде:

- для выборки данных (достаточность и однородность наблюдений, репрезентативность, отсутствие грубых промахов);
- для вектора β (линейность по вектору, отсутствие для него ограничений, наличие аддитивной постоянной β_0);
- для матрицы X (линейная независимость столбцов, неслучайность элементов);
- для вектора ошибок ε (аддитивность ошибок, нормальность распределения, отсутствие систематического смещения, постоянство дисперсии, некоррелированность, статистическая независимость при нормальности распределения).

Поскольку при ТК используются три уравнения вида (2), объединенные в (1), дополнительно предполагается, что МНК правомерно применять к каждому из них в отдельности.

1.3 Детерминированные и аппроксимирующие модели трансформации координат объектов на Луне

Рассмотрим модели ТК, возможные для применения в селенодезии, и методы оценивания их параметров.

Все разнообразие подходов к решению задачи ТК по общим объектам можно свести к математическим моделям двух типов: детерминированным и аппроксимирующим преобразованиям. От детерминированных моделей следует ожидать высокую точность ТК при решении задачи экстраполяции, тогда как задача интерполяции при применении аппроксимирующих выражений и АРМ-подхода [2] может быть решена более точно, чем при детерминированном описании.

Разрабатываемые методики ТК должны обеспечить получение адекватных по выбранным критериям точности моделей ТК для разных каталогов, сводимых в принятую систему экстраполяцией или интерполяцией по координатам своих объектов. При этом необходимо решить следующий круг задач:

1) сформировать множество основных моделей и методов ТК по каждому классу моделей;

2) обосновать меры качества моделей;

3) разработать алгоритмы диагностики соблюдения заявленных условий;

4) разработать сценарий и инструменты адаптации при существенном нарушении условий.

Детерминированные модели основаны на классической модели аффинного преобразования (1). Геометрическое преобразование (1) не всегда обеспечивает удовлетворительную точность. Из-за ошибок в определении координат в обеих системах и возможной мультиколлинеарности (взаимозависимости) оценок матрица A часто не удовлетворяет условиям ортогональности перехода из Y в X, записываемым в виде:

$$A^TA = E, \quad detA = 1. \tag{3}$$

В связи с этим основным детерминированным преобразованием следует считать выражение (1), рассматриваемое совместно с условиями (3). Эта задача с точностью до расхождения центров систем Y и X и масштабного множителя решается в данной работе численным методом оптимизации. В теории оптимизации она рассматривается как задача численного поиска относительного минимума квадратичной формы $S = \varepsilon^T\varepsilon$ с нелинейными ограничениями (3):

$$\begin{aligned} &min\ \varepsilon^T\varepsilon, \\ &A, X_0 \in G, \\ &A^TA = E,\ \ detA = 1, \end{aligned} \tag{4}$$

где ε – вектор ошибок матричного уравнения регрессии,

G – допустимая область.

Для численного решения задачи ортогонального перехода воспользуемся методом множителей Лагранжа. В этом случае рассматривается задача нахождения экстремума функции $S(\beta)$ при условии, что векторный аргумент ß удовлетворяет системе уравнений:

$$\varphi_i(\beta) = 0,\ \ i = 1, ..., m; \tag{5}$$

где S, φ – дважды непрерывно дифференцируемые скалярные функции аргумента $\beta = (\beta_0, \beta_1, ..., \beta_n)$ по каждому из трех уравнений, составляющих матричное уравнение (1).

В работе [3] задачу (4) предлагается решить (с точностью до расстояния между центрами систем X и Y и масштабного множителя) чисто аналитическим путем. В этом случае вектор смещения X_0 можно определить по остаточным рассогласованиям, как это сделано в работе [4], или по начальному приближению, решая систему (1) по достаточно корректной вычислительной схеме МНК. Что же касается масштабного множителя, то при учете различий в средних радиусах Луны по каждому каталогу нет необходимости в его оценивании.

Из других способов детерминированного описания ТК следует отметить перспективный восьмипараметрический метод, примененный в работе [5]. Вместо прямого оценивания элементов матрицы A вначале определяются элементы вектора θ:

$$\theta = (X_0, \lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, k)^T,$$

где X_0 – вектор смещения в (1);

$\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – параметры Родрига-Гамильтона;

k – масштабный множитель.

Для решения формируется целевая функция с помощью множителей Лагранжа, учитывающих ряд ограничений, связывающих как оцениваемые и измеряемые параметры, так и параметры $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. В конечном итоге задача решается итерационным методом Ньютона-Рафсона. Элементы матрицы A определяются затем по параметрам Родрига-Гамильтона. Пока остается открытым вопрос: полностью ли использованные ограничения в этом методе эквивалентны условиям ортогональности (3).

Кроме этого способа известны методы построения A известной ортогональной структуры (типа матриц Родрига или других ортогональных матриц) и определение их элементов итерационным МНК. Использование таких матриц приводит к неполному соблюдению условий ортогональности. В другом подходе структура матриц считается неизвестной. Ее элементы определяются в одном из способов из условия ортогональности по Освалу и Баласубраманяну через определенные показатели неортогональности. При использовании этого метода наблюдаются значительные расхождения между преобразованными и исходными координатами. Основным недостатком метода является то обстоятельство, что условия (3) выполняются точно, но решение не может быть оптимальным для (1), так как оно ищется независимо от исходных координат, т. е. не по условию $min\ \varepsilon^T\varepsilon$.

Таким образом, из описанных моделей ТК наиболее предпочтительной следует считать модель (1), рассматриваемую совместно с условиями (3). Однако и для ее решения (A, X_0) необходимо выполнять диагностику остатков и при необходимости – адаптацию.

Как уже отмечалось, аппроксимирующие преобразования для ТК могут быть с успехом использованы в задачах интерполяции, т. е. при сгущении сводного каталога. В качестве таких моделей могут быть использованы, например, алгебраические полиномы второй и третьей степени. Кроме того, возможно формирование двухкомпонентного описания ТК, когда первой компонентой будет детерминированная модель (1) и условия (3), а второй – полиномиальные описания, применяемые для моделирования остатков после первой компоненты. Для прецизионного решения необходимо:

- применять «внешние» меры качества модели [2], формируемые по контрольным выборкам;
- диагностировать остатки для оптимальной модели;
- выполнять адаптацию в случае существенного нарушения условий МНК.

Из мер качества статистических моделей (регрессий), каковой является матричная модель (1), нами используются «внутренние» и «внешние» меры. К «внутренним» мерам (критериям) можно отнести: S – стандартную ошибку аппроксимации, R^2 – коэффициент детерминации, F – наблюдаемое значение F-статистики, которые получаются при дисперсионном анализе данных в вычислительной схеме МНК. Из этих параметров наиболее предпочтительным является F-критерий. Численные эксперименты показали, что из «внутренних» и «внешних» мер качества именно этот критерий в большинстве случаев приводит к результатам, получаемым при использовании внешних критериев. Последние формируются на контрольных точках, не используемых при моделировании, и могут считаться единственно надежными при определенных условиях.

Для аппроксимирующих моделей ТК разработан сценарий, включающий этапы:

- оцениваются параметры, статистики и критерии качества для модели-«гипотезы» и выполняется диагностика остатков;
- при малой размерности модели (до 20 слагаемых) методом полного перебора идентифицируется модель ТК, оптимальная по выбранному критерию качества (желательно, по S_Δ), тем самым устраняются в основном статистически не значимые слагаемые модели;
- параметры оптимальной по S_Δ модели заново переопределяются методами гребневого и робастного оценивания. Если при этом среднеквадратическое отклонение (СКО) S_Δ снижается, то за окончательный вариант принимается модель с соответствующими параметрами. Для контроля на последнем шаге остатки для принятой модели заново подвергаются диагностике. При анализе других условий схема адаптации и вычислительный инструментарий расширяются.

2 Разработка программного комплекса «Трансформация селеноцентрических координат»

Программа разработана в свободной среде SharpDevelop 3.2 на языке C# с применением современных технологий программирования под OS Windows, такими, как ООП, .NET и Windows Forms.

Архитектуру программы можно разделить на 2 независимые части: ядро и графическую оболочку. В соответствии с объектно-ориентированной парадигмой программирования в ядре содержатся классы, реализующие основной функционал, а за взаимодействие с пользователем отвечает графическая оболочка. Такая архитектура упрощает взаимодействие с другими программными комплексами, например, части ядра можно перемещать в другие проекты.

Графическая оболочка написана с применением API Windows Forms. Оболочка осуществляет взаимодействие с пользователем и устраняет множество ошибок, связанных с некорректными действиями.

2.1 Описание функционального наполнения ТСК

Модели первичной обработки данных. Подготовка данных для решения основной задачи обеспечивается тремя модулями с назначениями: перевод сферических координат объектов в прямоугольные, перевод прямоугольных координат объектов в сферические, поиск общих объектов в прямоугольной системе координат.

Модули формирования детерминированных моделей. С помощью этих модулей определяются элементы матрицы ориентации и векторы смещения центров координатных систем для модели (1) с учетом условий ортогональности (3) аналитическим [2] и численным [6] методами.

Пакет «Система поиска оптимальных регрессий» (СПОР) для получения аппроксимирующих описаний. Пакет СПОР [2] в его современной модификации [7] используется для получения аппроксимирующих моделей ТК (рабочие процедуры: множественная регрессия, пошаговая регрессия, полный перебор и др.), диагностики остатков и реализации сценариев адаптации.

Модуль ТК. Предназначен для трансформации прямоугольных координат из системы Y в систему X по матрице ориентации A и вектору смещения X_0.

2.2 Перспективы развития ТСК

Учитывая тенденции развития исследований, включающих координатные преобразования и ряд сопутствующих работ по координатно-временному мониторингу различного рода планетных характеристик, перспективы развития программного комплекса ТСК намечаются по следующим направлениям:

- расширение функционального наполнения по ТК;
- разработка экспертной оболочки для пакетного комплекса;
- создание инновационного продукта для решения геодезических, селеноцентрических и планетодезических задач ТК при координатно-временном обеспечении.

3 Сводные каталоги селеноцентрических координат объектов на Луне в системе КСК-1162

Конечной целью исследований является сгущение на видимой стороне и расширение на обратную сторону Луны сети базисных точек КСК-1162 [1], фиксирующей систему селеноцентрических координат с центром, совпадающим с центром массы Луны и осями, направленными вдоль ее осей инерции. В связи с этим решались три задачи:

1) анализ точности математической модели ортогональной трансформации координат;

2) глобальное распространение системы КСК-1162 путем редукции системы ULCN [8];

3) сгущение сети базисных точек КСК-1162 на видимой стороне Луны на основе редукции координат объектов из ряда каталогов, включенных в список [9], и

ее распространение на западное полушарие Луны путем редукции системы [4].

Основные этапы решения этих задач описаны ниже.

3.1 Анализ эффективности моделей ТК

Для сгущения и распространения системы КСК-1162 использовались элементы перехода A и X_0 уравнения (1), полученные численным методом с учетом условий (3). Общие точки для каждой пары каталогов $(X,\ Y)$ отождествлялись программно в прямоугольной системе координат $(\xi,\ \eta,\ \zeta)$ по расхождениям, не превышающим по модулю соответственно значения 0.001; 0.001; 0.002 лунного радиуса.

Эффективность ортогональной модели ТК предварительно оценивалась сравнением с результатами, полученными по модели (1) без учета ортогональности. Модель (1) можно рассматривать как простое аппроксимирующее преобразование в виде алгебраического полинома первой степени.

Таблица 1

Пара (КСК-1162, ULCN): 450 общих объектов

	A	X_0	S_Δ
Численный метод. Модель (1) (3)	1.00000 0.00016 0.00005 -0.00016 1.00000 -0.00007 -0.00005 0.00007 1.00000	0.00002 0.00005 0.00005	0.00047 0.00044 0.00047
МНК. Модель (1)	0.99997 -0.00009 -0.00008 0.00018 0.99982 0.00046 0.00010 0.00010 0.99964	0.00005 -0.00024 0.00030	0.00053 0.00038 0.00082

Таблица 2

Пара (КСК-1162, Киев-4900): 659 общих объектов

	A	X_0	S_Δ
Численный метод. Модель (1) (3)	1.00000 0.00003 0.00050 -0.00003 1.00000 0.00022 -0.00050 -0.00022 1.00000	-0.00001 0.00003 -0.00004	0.00043 0.00034 0.00043
МНК. Модель (1)	0.99996 0.00009 -0.00070 0.00020 1.00000 0.00033 0.00047 0.00035 0.99953	0.00013 -0.00039 0.00030	0.00042 0.00037 0.00078

В таблицах 1, 2 приведены для пар каталогов (КСК-1162, ULCN), (КСК-1162, Киев-4900 [10]) значения матриц ориентации A, векторов смещения X_0 и «внешних» СКО S_Δ $(S_{\Delta x},\ S_{\Delta y},\ S_{\Delta z})$, вычисленных по 10% контрольных точек от числа общих объектов.

По данным таблиц и результатам анализа СКО можно сделать предварительные выводы:

1) с точностью до элементов вектора смещения система КСК-1162 при ортогональной ТК (1), (3) близка к системе, формируемой общими точками из ULCN;

2) при использовании модели (1), (3) точность (СКО S_Δ) ТК по сравнению с моделью (1) по координате ζ, направленной к Земле, выше примерно вдвое;

3) элементы вектора X_0 в модели (1) с учетом СКО аппроксимации S по каждой координате статистически не значимы, что дает дополнительное основание использовать для ТК результаты численного метода.

3.2 Трансформация координат объектов ULCN в систему КСК-1162

Наиболее известной сводной координатной системой для всей Луны в настоящее время является The Unified Lunar Control Network 2005 (ULCN 2005) [8], содержащая координаты 272931 объекта. Последние примерно равномерно распределены по всей поверхности Луны. Представляет определенный вычислительный интерес редуцировать координаты этого каталога в систему КСК-1162 по матрице ориентации A и вектору смещения X_0, приведенным в таблице 1 (численный метод). Элементы вектора X_0 получены путем усреднения остатков и не имеют геометрической интерпретации.

3.3 Сводный каталог на видимую сторону и западное полушарие Луны в системе КСК-1162

В систему КСК-1162 переводились 12 каталогов, а именно ACIC, AMS, ARTHUR, Baldwin, Goloseevo-1, Goloseevo-2, MILLS-2, SCHRUTKA-1, SCHRUTKA-2, которые описаны и приведены в работе [9], Киевский каталог [10], ULCN 2005 [8] и каталог на западное полушарие Луны (Valeev) [4] по матрицам ориентации A и векторам смещения X_0, полученным для модели (1) при условиях (3) численным методом.

Выводы

При решении задачи прецизионного сгущения и расширения фундаментальной селеноцентрической сети КСК-1162 на видимую и обратную стороны Луны получены следующие результаты:

1. Рассмотрена возможность применения АРМ-подхода к решению задачи ТК по общим объектам, позволяющего находить оптимальные оценки параметров и структуру модели ТК.

2. Разработан метод структурно-параметрической идентификации адекватной модели ТК, основанный на АРМ-подходе, в условиях интерполяции (сгущения) и экстраполяции (расширения) селеноцентрической сети.

3. Разработан прототип программного комплекса – системы трансформации селеноцентрических координат, позволяющей в автоматизированном режиме отождествления общих объектов получать координаты объектов рассматриваемого каталога в системе КСК-1162 как для детерминированных моделей при ортогональной матрице ориентации, так и для аппроксимирующих преобразований при дополнительном применении пакета СПОР [7].

4. Получены две предварительные версии сводных каталогов в системе КСК-1162, дающие представления о диапазоне расхождений координат для исходной и редуцированной версий каталогов и для разных моделей.

Заключение

Дальнейшие работы в этом важном направлении обусловлены как ограничениями, при которых решалась проблема, так и необходимыми для достижения цели этапами.

Выше отмечались следующие ограничения:

1) общие объекты каждой пары каталогов отождествлялись программно по модулям принятых координатных расхождений, что может привести к ошибкам дешифрования, тем более, что в каталоге ULCN вместо кратеров часто в качестве новых базисных точек используются заметные формы рельефа;

2) при ортогональной трансформации вектор смещения центров X_0 не оценивается совместно с элементами матрицы A, элементы матрицы A содержали и смещение центров; в будущем при снятии предыдущего ограничения желательно оценивать X_0 в совместном решении, но только в том случае, если эти оценки будут статистически значимы и применение новой модели ТК обеспечит сохранение или повышение внешней точности S_Δ;

3) в качестве аппроксимирующей модели использовалась только модель (1), тогда как алгебраические полиномы второй и третьей степени в усеченном виде, идентифицируемом при АРМ-методе, способны учесть разнообразные систематические ошибки при соответствующем количестве общих точек.

Последние два ограничения требуют расширения математического (функционального) наполнения пакета ТСК. Что же касается последнего, перспективы развития программного комплекса уже отмечались.

В связи с вышеуказанным, формируются следующие необходимые этапы исследования:

1) анализ и исследование точности фундаментальных сетей, содержащихся в ULCN;

2) дешифровка общих объектов для исследуемых координатных систем;

3) расширение математического наполнения пакета ТСК;

4) развитие ТСК как экспертной системы универсальной трансформации планетодезических координат.

Решение этих задач в полном объеме позволит получить независимую от сети ULCN, разработанной в США, глобальную фундаментальную систему координат на Луне, которая будет служить основой для массового однородного расширения по фотоматериалам с российских КА при стационарном исследовании и практическом освоении Луны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нефедьев Ю.А., Валеев С.Г., Шарафутдинов И.М., Кутленков М.В. Построение единой селеноцентрической системы координат в системе центра масс и главных осей инерции Луны // Известия Крымской астрофизической обсерватории 104. – 2009. – № 6. – С. 212–216.

2. Валеев С.Г. Регрессионное моделирование при обработке данных. – Казань : ФЭН, 2001. – 296 с.

3. Элбакан К.И. Определение угловой ориентации КЛА и самолетов по фотоснимкам звезд // Космическая иконика / под ред. Б.Н. Родионова. – М. : Наука, 1973. – 240 с.

4. Valeev S.G. Coordinates of the Moon reverse side objects // Earth, Moon, and Planets. 1986. № 35. pp. 1–5.

5. Алексашин Е.П., Тимофеев Ю.С., Ширенин А.М. Селеноцентрическая система координат «Зонд-8». Методы построения и каталог координат опорных точек // Сб. науч. тр. ЦНИИГАиК. – М. : ЦНИИГАиК, 1989. – С. 61–65.

6. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Моделирование взаимосвязи и трансформации пространственных координат / Валеев С.Г., Унянина Е.А. – № 2010610146 ; 2009.

7. Валеев С.Г., Кадырова Г.Р., Турченко А.А. Программная система поиска оптимальных регрессий // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В.И. Вернадского. Сер. Технические науки. – 2008. – Т. 2, № 4 (14). – С. 97–101.

8. Archinal B.A., Rosiek M.R., Redding B.L. Unified Lunar Control Network 2005 and Topographic Model // Lunar Planetary Sci., XXXVI, Lunar and Planetary Institute. Houstan, abstract no. 2106 [CD-ROM].

9. Липский Ю.Н., Никонов В.А., Скобелева Т.П. Единая система селенодезических координат из девяти каталогов на видимом полушарии Луны. – М. : Наука, 1973. – 384 с.

10. Гаврилов И.В., Кислюк В.С., Дума А.С. Сводная система селенодезических координат 4900 точек лунной поверхности. – Киев : Наукова думка, 1977. – 172 с.