

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

УДК 621.391.2

К.К. Васильев, Н.В. Лучков

ОБНАРУЖЕНИЕ ПРОТЯЖЕННЫХ АНОМАЛИЙ С НЕИЗВЕСТНЫМИ УРОВНЯМИ НА ФОНЕ МЕШАЮЩИХ ПОМЕХ

Васильев Константин Константинович, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ, член-корреспондент АН республики Татарстан. Окончил радиотехнический факультет и аспирантуру Ленинградского электротехнического института им. В.И. Ульянова (Ленина). Заведующий кафедрой «Телекоммуникации» Ульяновского государственного технического университета. Имеет монографии, учебные пособия и статьи в области статистического синтеза и анализа информационных систем. [e-mail: vkk@ulstu.ru].

Лучков Николай Владимирович, аспирант кафедры «Телекоммуникации» УлГТУ. Окончил радиотехнический факультет УлГТУ. Инженер-исследователь 1 категории ФНПЦ ОАО «НПО «Марс». Имеет статьи в области статистических методов обработки сигналов. [e-mail: nik-lnv@mail.ru].

Аннотация

Дана новая структура квазиоптимального правила обнаружения протяженных сигналов с неизвестными уровнями на фоне коррелированных помех. Определена область решений параметров случайного поля (СП), для которых возможно применение предложенного алгоритма обнаружения с предварительной оценкой уровня полезного сигнала с заданным выигрышем в сравнении с алгоритмом обнаружения с известными значениями уровней полезного сигнала.

Ключевые слова: статистические методы, обнаружение, протяженные сигналы, случайное поле.

Konstantin Konstantinovich Vasilyev, Doctor of Engineering, Professor, Honoured Worker in Science and Engineering of the Russian Federation, correspondent member of the Tatarstan Academy of Sciences; graduated from the Faculty of Radio-Engineering and finished his post-graduate studies at the 'LETI' named after Vladimir Lenin; head of the Chair 'Telecommunications' at Ulyanovsk State Technical University; author of monographs, text-books and articles in the field of statistic synthesis and analysis of information systems. e-mail: vkk@ulstu.ru.

Nikolay Vladimirovich Luchkov, post-graduate student at the Chair 'Telecommunications' of Ulyanovsk State Technical University; graduated from the Faculty of Radio-Engineering of Ulyanovsk State Technical University; research engineer at Federal Research-and-Production Center Open Joint-Stock Company 'Research-and-Production Association 'Mars'; author of articles in the field of statistic methods in signal processing. e-mail: nik-lnv@mail.ru.

Abstract

The article gives a new structure of the quasi-optimal decision rule for detection of elongated signals of unknown values against the background of correlated nuisances. It also defines a decision region of random-field parameters enabling the use of the suggested algorithm of detection and pre-evaluation of wanted-signal level at a given profit in comparison with the detection algorithm with known values of wanted-signal levels.

Key words: statistic methods, detection, elongated signals, random field.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы все шире применяются системы мультиспектрального наблюдения поверхности Земли. Совместная обработка данных в нескольких спектральных диапазонах позволяет эффективно решать задачи глобального мониторинга, обнаружения очагов пожаров, прогнозирования ледовой обстановки и др. Вместе с тем, методы обработки последовательностей многомерных массивов данных находятся в начальной стадии развития [1–11]. Наименее исследованными являются задачи обнаружения протяженных аномалий с неизвестными параметрами, а также анализ эффективности таких обнаружителей. Это связано как со сложностью математических моделей последовательностей многомерных изображений, так и с обилием параметров, от которых зависят характеристики обнаружения.

В настоящей работе удалось найти новое решение важной задачи синтеза алгоритмов обнаружения протяженных аномалий с неизвестными уровнями и дать сравнительный анализ эффективности оптимального обнаружения при известных и неизвестных параметрах.

СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ

Представим многозональное изображение как совокупность массивов данных, состоящих из k кадров изображения, $\{z_{ijk}\}$, $k=1...N$, $i=1...M_1$, $j=1...M_2$, которые получены в результате пространственной дискретизации сигналов, поступивших от различных систем датчиков (рис. 1). При этом элементами СП являются яркости изображения z_{ijk} в заданных точках i, j, k .

При отсутствии полезного сигнала (гипотеза H_0) модель наблюдений можно представить аддитивной смесью:

$$z_{ijk} = x_{ijk} + \theta_{ijk}, \quad (i, j) \in G^k, \quad k = 1...N,$$

однородного случайного поля x_{ijk} с нулевым средним и заданной корреляционной функцией (КФ) $B_{(mkl)} = M \{x_{ijk}, x_{i+m, j+l, t}\}$ и пространственного белого шума θ_{ijk} с нулевым математическим ожиданием и дисперсией V_θ .

При наличии полезного сигнала (гипотеза H_1) модель наблюдений запишется в виде:

$$z_{ijk} = x_{ijk} + s_{ijk} + \theta_{ijk}, \quad (i, j) \in G_0^k, \quad k = 1...N,$$

$$z_{ijk} = x_{ijk} + \theta_{ijk}, \quad (i, j) \notin G_0^k, \quad k = 1...N,$$

где G_0^k – область на k -м кадре, для которого возможно появление полезного сигнала с известными уровнями s_{ijk} , $(i, j) \in G_0^k$. Для упрощения выкладок будем считать, что на каждом из кадров эта область одинакова $G_0^k = G_0$. Если это не так, то можно расширить каждую из областей до размеров наибольшей, а полезный сигнал в добавленных точках считать нулевым.

Протяженный в пространстве полезный сигнал можно записать в виде $s_{ijk} = s_k f_{ijk}$, где s_k – неизвестные уровни сигнала на отдельных кадрах изображения; f_{ijk} – известные значения размеров сигнала, расположенного на k -м кадре [2].

Оптимальный алгоритм обнаружения аномалий получен на основе модифицированного отношения правдоподобия [3–5]:

$$L = \frac{w(\{z_{ijk}\} / H_1, \tilde{s}_1 \dots \tilde{s}_N)}{w(\{z_{ijk}\} / H_0)}$$

где $\tilde{s}_k, k = 1...N$ – оценки неизвестных уровней полезного сигнала, полученные с помощью метода максимальной правдоподобия.

Аппроксимируя условные вероятности

$w(\{z_{ijk}\} / H_1, \tilde{s}_1 \dots \tilde{s}_N)$ и $w(\{z_{ijk}\} / H_0)$ гауссовскими, решающее правило оптимального обнаружения протяженных сигналов по совокупности наблюдений на N кадрах может быть получено в виде [3]:

$$L = \tilde{s}_k f_{lv} V_{lvijk}^{-1} (z_{ijk} - \tilde{x}_{ijk}) \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет,} \end{cases} \quad (1)$$

$$(i, j) \in G_0^k, \quad k = 1...N, (l, v) \in G_0^t, \quad t = 1...N,$$

где \tilde{x}_{ijk} – оптимальный (в смысле минимума дисперсии ошибки) прогноз СП, сделанный на основе всех наблюдений Z_0 , в которых полезный сигнал заведомо отсутствует;

$V = P_s + V_\theta$, где P_s – ковариационная матрица ошибок при оптимальном прогнозировании. Отметим, что в соответствии с правилами тензорного исчисления запись вида

$a_k b_k$ эквивалентна $\sum_{k=1}^N a_k b_k$, т. е. предполагается суммирование по одинаковым нижним индексам.

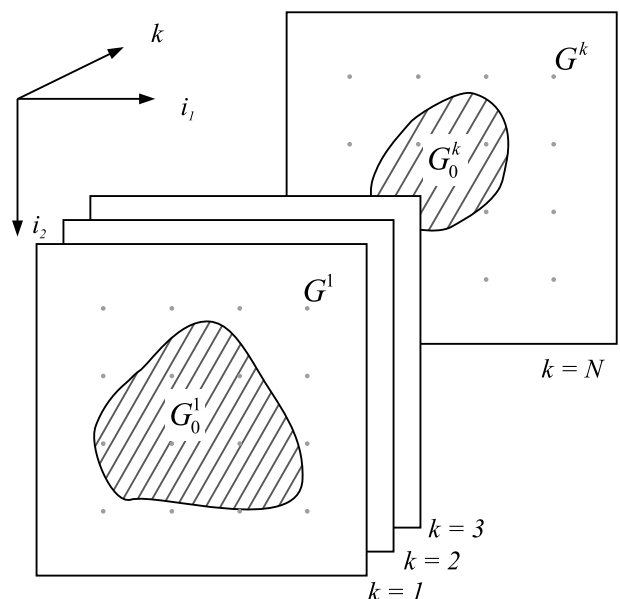


Рис. 1. Кадр многозонального изображения

Неизвестные оценки $\tilde{s}_k, k = 1 \dots N$, можно определить из условия максимума $w(\{z_{ijk}, (i, j, k) \in \Omega_0\} / H_1)$, или минимума выражения $(z_{lvt} - m_{lvt})V_{lvtijk}^{-1}(z_{ijk} - m_{1ijk})$.

После дифференцирования квадратичной формы может быть получена следующая система линейных уравнений:

$$\sum_{k=1}^N (f_{lvt} V_{lvtijk}^{-1} f_{ijk}) \tilde{s}_k = \sum_{k=1}^N f_{lvt} V_{lvtijk}^{-1} (z_{ijk} - \tilde{x}_{ijk}), \quad (2)$$

$t = 1 \dots N$.

Существенным недостатком всех рассмотренных алгоритмов является достаточно сложный анализ эффективности обнаружения сигналов. В процессе поиска путей упрощения такого анализа удалось получить еще одну процедуру обнаружения протяженных сигналов. Для этого достаточно в (1) и (2) подставить известную связь между тензорами оценок:

$$\tilde{x}_{ijk} = \tilde{x}_{ijk} + P_{lvtijk} V_{\theta}^{-1} (z_{lvt} - \tilde{x}_{lvt}), \quad (i, j) \in G_0^k,$$

$k = 1 \dots N$,

где \tilde{x}_{ijk} – оптимальная оценка СП в области $(i, j) \in G_0^k$,

$k = 1 \dots N$, сделанная на основе всех наблюдений $\{z_{lvt}\}, (l, v) \in G_0, t = 1 \dots N$;

P – ковариационная матрица ошибок фильтрации. После элементарных преобразований с учетом того, что $P(E + V_{\theta}^{-1} P_3) = P_3$,

$$L = \tilde{s}_k f_{ijk} V_{\theta}^{-1} (z_{ijk} - \tilde{x}_{ijk}) \begin{cases} > L_0 - \text{сигнал есть,} \\ < L_0 - \text{сигнала нет.} \end{cases} \quad (3)$$

При этом неизвестные оценки полезного сигнала

$\tilde{s}_k, k = 1 \dots N$, получаем из следующей системы линейных уравнений:

$$\sum_{k=1}^N (f_{lvt} (V_{\theta} - P)_{lvtijk} f_{ijk}) \tilde{s}_k = V_{\theta} \sum_{t=1}^N f_{ijt} (z_{ijt} - \tilde{x}_{ijt}),$$

$t = 1 \dots N$.

Поскольку алгоритм (3) в отличие от известных обнаружителей не требует трудоемкого расчета ковариационных матриц ошибок прогнозирования, то его удобно использовать не только при реализации систем обработки изображений, но и для анализа эффективности обнаружения.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ

Для определения области применения предложенного алгоритма (3) проведем расчет зависимости вероятности правильного обнаружения Pd от уровня полезного сигнала S , обеспечивающего заданные значения вероятности ложной тревоги $Pf=0,001$. Рассмотрим несколько случаев:

- моделируемое СП содержит полезный сигнал, имеющий одинаковые уровни значений на всех кадрах изображения, рисунок 2 а;

- на моделируемом изображении полезный сигнал имеет различные уровни значений на всех кадрах изображения, рисунок 2 б.

При этом графики «1» на рисунках 2 а и 2 б построены для оптимального алгоритма обнаружения (1), а графики «2» – для алгоритма с предварительным оцениванием полезного сигнала (3).

Использовались следующие статистические параметры моделируемого СП: $\sigma_x^2 = 1; \sigma_{\theta}^2 = 1; \rho = 0,9;$

$\rho_k = 0,9$ размер полезного сигнала 7×7 . Для определения порогового уровня, обеспечивающего заданное значение вероятности ложной тревоги и вероятности правильного обнаружения, проведено статистическое моделирование объемом 10 000 опытов.

Анализ результатов, представленных на рисунке 2 а, позволяет сделать вывод, что при одинаковых значениях полезного сигнала на различных кадрах многомерного изображения использование алгоритма (3) приводит к незначительному снижению вероятности правильного обнаружения в сравнении с использованием оптимального алгоритма обнаружения (1). Это связано с проведением предварительной оценки уровня полезного сигнала.

На основе результатов, представленных на рисунке 2 б, можно заключить, что при различных значениях уровней сигнала на различных кадрах СП алгоритм с предварительной оценкой уровней сигнала (3) имеет большие значения вероятности правильного обнаружения в сравнении с оптимальным алгоритмом (1). С увеличением значений вероятности правильного обнаружения относительный выигрыш по уровню полезного сигнала увеличивается.

Учитывая, что условие различия значений сигнала для разных кадров СП является типичным случаем для реаль-

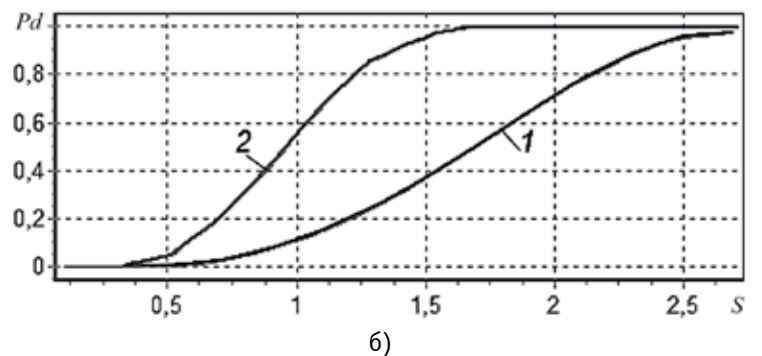
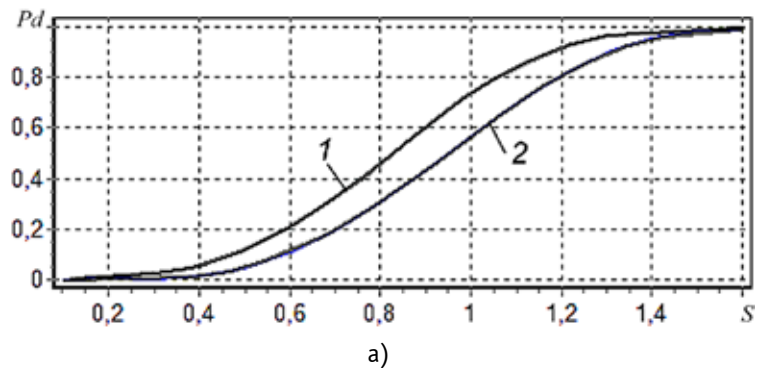


Рис. 2. Зависимость вероятности правильного обнаружения от уровня полезного сигнала

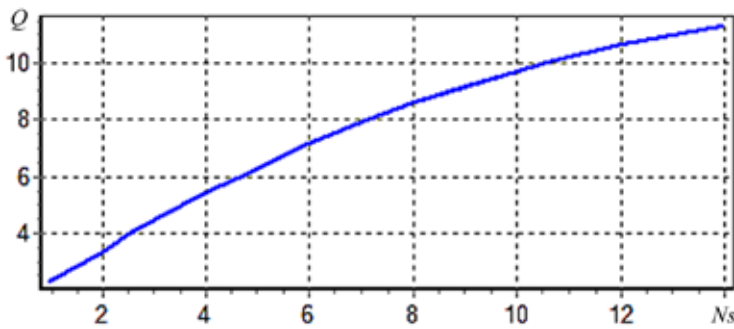


Рис. 3. Зависимость относительного выигрыша от размера полезного сигнала

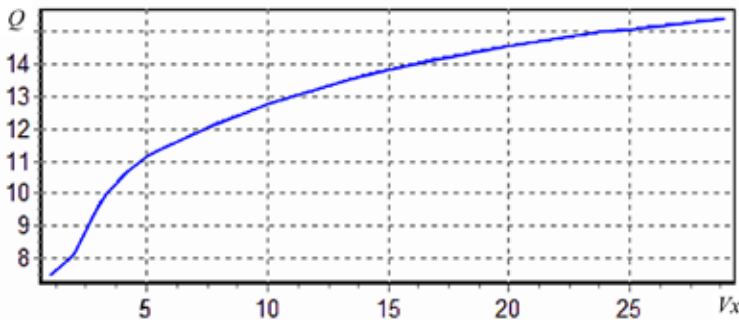


Рис. 4. Зависимость относительного выигрыша от дисперсии фона при межкадровом коэффициенте корреляции 0,9999

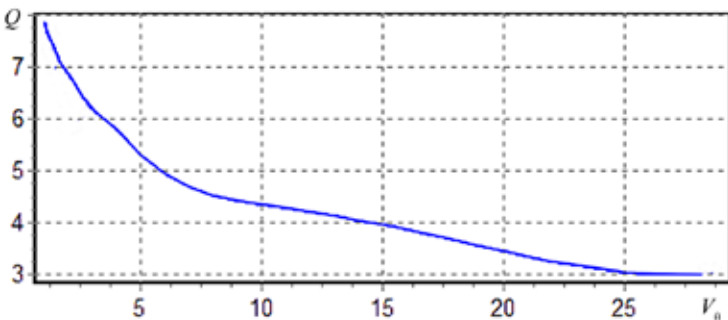


Рис. 5. Зависимость относительного выигрыша от дисперсии шума при межкадровом коэффициенте корреляции 0,9999

ных многозональных изображений, возникает задача определения области применения предложенного алгоритма (3), в которой выигрыш обнаружения будет наибольшим в сравнении с оптимальным алгоритмом обнаружения (1). В связи с этим были проведены дополнительные исследования эффективности алгоритма (3) в сравнении с оптимальным алгоритмом обнаружения (1).

На рисунках 3–7 представлены некоторые результаты расчетов при заданных значениях вероятности ложной тревоги $Pf = 0,001$ и вероятности правильного обнаружения $Pd = 0,9$, иллюстрирующие зависимости относительного выигрыша $Q = 20 \log \frac{S}{\tilde{S}}$ от ряда

статистических параметров наблюдаемой сцены обнаружения, где S – уровень полезного сигнала, обеспечивающий заданные вероятностные характеристики оптимального алгоритма (1); \tilde{S} – уровень полезного сигнала, обеспечивающий заданные вероятностные

характеристики алгоритма с предварительным оцениванием значения уровня сигнала (3). При этом проведено моделирование СП, состоящего из двух кадров изображения, на одном из которых полезный сигнал присутствует, а на другом – отсутствует.

С увеличением размера полезного сигнала выигрыш Q использования алгоритма обнаружения с предварительным оцениванием в сравнении с оптимальным алгоритмом увеличивается. Так при размере полезного сигнала 14×14 , выигрыш составляет 11,5 дБ.

Выигрыш Q растет с увеличением значений дисперсии фона наблюдаемой сцены, достигая 16 дБ при $Vx=30$.

Увеличение уровня дисперсии аддитивного шума V_0 приводит к уменьшению относительного выигрыша и стремится к 3 дБ, что объясняется значительным увеличением дисперсии ошибки предварительного оценивания полезного сигнала.

Выигрыш Q растет с увеличением межкадрового интервала корреляции $\tau_k = \frac{1}{1-\rho_k}$,

где ρ_k – межкадровый коэффициент корреляции, и стремится к уровню 9 дБ.

Проанализировав зависимость относительного выигрыша от внутрикадрового интервала корреляции (рис. 7), можно сделать вывод, что величина относительного выигрыша Q стремится к уровню 3 дБ и имеет максимум при определенных соотношениях значений внутрикадрового интервала корреляции $\tau = \frac{1}{1-\rho}$ и протяженно-

сти полезного сигнала Ns , где ρ – внутрикадровый коэффициент корреляции. Дополнительные исследования показали, что при небольшой протяженности полезного сигнала Ns значения относительного выигрыша Q принимают максимальное значение при $\tau \approx \alpha Ns$, $\alpha \approx 0,5$. При увеличении значения Ns коэффициент α уменьшается и стремится к значению $\alpha \approx 0,2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтез алгоритмов обнаружения протяженных сигналов с неизвестными уровнями на произвольном числе кадров многозонального изображения позволил получить новую структуру квазиоптимального правила обнаружения протяженных сигналов с неизвестными уровнями на фоне коррелированных помех. Найдены необходимые аналитические соотношения и дана сравнительная оценка эффективности процедур обнаружения протяженных сигналов с известными и неизвестными уровнями.

Получены результаты, позволяющие определить область решений параметров СП, для которых

возможно применение алгоритма обнаружения с предварительной оценкой уровня значений полезного сигнала, обеспечивающего максимально возможный выигрыш в сравнении с применением оптимального алгоритма обнаружения с различными значениями уровней сигнала на различных кадрах изображения.

Разработан пакет программ, позволяющий обрабатывать реальные многозональные изображения, имеющий важное прикладное значение для создания наукоемких технологий обработки многозональных аэрокосмических изображений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аникин И.В., Шагиахметов М.Р. Методы нечеткой обработки, распознавания и анализа предметов. Распознавание образов и анализ сцен : тр. 5-й межд. конф. Т. 1 – СПб., 2002. – С. 16–20.
2. Васильев К.К., Омельченко В.А. Прикладная теория случайных процессов и полей. – Ульяновск : УлГТУ, 1995. – 255 с.
3. Васильев К.К. Четыре типа оптимальных алгоритмов обнаружения аномалий на многомерных изображениях. Радиолокация, навигация, связь : тр. 13-й межд. науч.-техн. конф. – Воронеж, 2007. – С. 171–176.
4. Васильев К.К., Дементьев В.Е. Алгоритмы оптимального обнаружения сигналов с неизвестными уровнями на многозональных изображениях // Цифровая обработка сигналов и ее применение : тр. 8-й межд. науч.-техн. конф. Т. 2. – М., 2006. – С. 433–436.
5. Васильев К.К., Крашенинников В.Р. Статистический анализ многомерных изображений – Ульяновск : УлГТУ, 2007. – 170 с.
6. Цифровая обработка изображений в информационных системах / И.С. Грузман [и др.]. – Новосибирск : НГТУ, 2002.
7. Прэтт У. Цифровая обработка изображений : [пер. с англ.] / под ред. Д.С. Лебедева. – М., 1982. – Кн. 1. – 312 с.; Кн. 2 – 480 с.

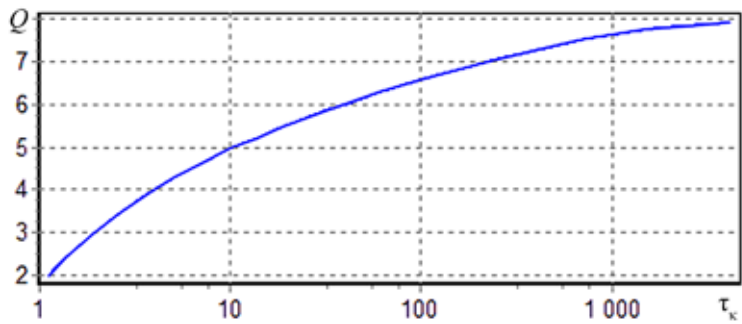


Рис. 6. Зависимость относительного выигрыша от межкадрового интервала корреляции

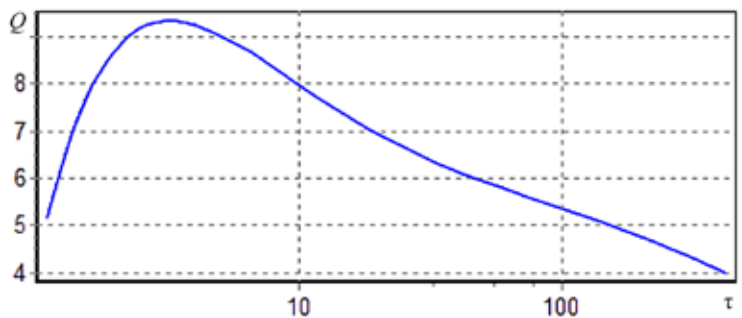


Рис. 7. Зависимость относительного выигрыша от внутрикадрового интервала корреляции, $N_s=7$

8. Dikshit S.S. A Recursive Kalman Window Approach to Image Restoration // IEEE Trans., 1984, Vol. com – 32, Jan., pp. 125–139.
9. Luchkov N., Dementiev V. Detection effectiveness analysis for elongated signals on multidimensional grids // PRIA 2010.
10. Vasil'ev K.K. Digital Processing of Multizonal Images. // Pattern Recognition and Image Analysis, 2008, Vol. 18, № 3, pp. 376–380.
11. Woods J. Two-dimensional Kalman filtering // Topics in Applied Physics. Berlin, 1981, Vol. 42. pp. 155–208.