УДК [519.254+519.654]:629.5.05

И.В. Семушин, Ю.В. Цыганова, К.В. Захаров

УСТОЙЧИВЫЕ АЛГОРИТМЫ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМ СУДОВОЖДЕНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ СУДНОМ

Семушин Иннокентий Васильевич, *доктор технических наук, профессор кафедры «Информационные технологии» Ульяновского государственного университета. Имеет монографии, статьи, учебные пособия и патенты на изобретения. Область научных интересов: фильтрация и управление в условиях неопределенности. [e-mail: kentvsem@yandex.ru].*

Цыганова Юлия Владимировна, *кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Информационные технологии» УлГУ. Имеет монографию, статьи, учебные и учебно-методические пособия. Область научных интересов: параметрическая идентификация, адаптивная фильтрация и численно эффективные алгоритмы для стохастических систем. [e-mail: tsyganovajv@mail.ru].*

Захаров Климент Валерьевич, *выпускник факультета математики и информационных технологий УлГУ по специальности «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем». Инженер-программист ФНПЦ ОАО «НПО «Марс». Имеет статьи по обнаружению маневра надводного судна. Область научных интересов: статистические приложения и модели, цифровое имитирование и моделирование, системы судовождения и управления. [e-mail: zaharov-k@yandex.ru].*

Аннотация

Рассматривается дискретная фильтрация с акцентом на вычислительный аспект. Дается краткий обзор численно устойчивых реализаций, основанных на трех математических идеях: факторизации положительно определенных (ковариационных или информационных) матриц, скаляризации векторных измерений и ортогонализации блочных матриц. С их использованием предлагается новый алгоритм квадратно-корневого расширенного фильтра Калмана (ККРФК) в приложении к нелинейной задаче анализа движения морских целей. Обсуждается применение этого алгоритма для судовождения и управления (включая предотвращение столкновений) судов.

Ключевые слова: вычислительные методы оценивания, метод наименьших квадратов, дискретная фильтрация, численная устойчивость, расширенный фильтр Калмана, статистические приложения и модели, цифровое имитирование и моделирование.

Innokenty Vasilyevich Semushin, *Doctor of Engineering, Professor at the Chair 'Information Technology' of Ulyanovsk State University; author of monographs, articles, textbooks, holds patents for inventions; is interested in filtering and control under uncertainty. e-mail: kentvsem@yandex.ru.*

Yulia Vladimirovna Tsyganova, *Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor at the Chair 'Information Technology' of Ulyanovsk State University; author of a monograph, articles, textbooks and tutorials; is interested in parametric identification, adaptive filtering, numerically efficient algorithms for stochastic systems. e-mail: tsyganovajv@mail.ru.*

Kliment Valeryevich Zakharov, *graduated from the Faculty of Mathematics and Information Technology of Ulyanovsk State University in the profession "Mathematical Support and Administration of Information Systems"; programmer at Federal Research-and-Production Center 'Research-and-Production Association 'Mars'; author of papers in the field of maneuver detection for surface vessel; is interested in statistic applications and models, digital simulation and modeling, navigation and control systems. e-mail: zaharov-k@yandex.ru.*

Abstract

The article deals with integral filtering, stressing a computational aspect, and gives a brief survey of numerically stable algorithms based on the three mathematical ideas: factorization of positive definite (covariance and information) matrices, scalarization of vector measurements and orthogonalizaiton of block matrices. Their use suggests a new Square-Root Extended Kalman Filter algorithm as applied to non-linear task of sea-target movement analysis. The article also discusses the use of the actual algorithm for navigation and control of ships including collision avoidance.

Key words: computational estimation methods, least-squares method, integral filtration, numerical stability, extended Kalman filter, statistic applications and models, digital simulation and modeling.

Введение

Метод наименьших квадратов (МНК) и критерий минимума среднеквадратического отклонения (СКО), начиная с работ Лежандра и Гаусса, служат главным инструментом обработки измерительных данных во внешне разнообразных, но математически эквивалентных задачах – детерминистской (Лежандр) и статистической (Гаусс).

Естественно, современные схемы МНК-вычислений, использующие все возможности компьютерной техники, ушли далеко вперед от исходных работ Лежандра и Гаусса. Зарубежные материалы и отечественная литература дают широкое представление об этих методах. Так за последние десятилетия созданы численно устойчивые реализации фильтра Калмана, включающие класс квадратно-корневых алгоритмов, которые позволяют обрабатывать данные с удвоенной точностью без увеличения разрядной сетки компьютера. Это свойство дает основания считать данный класс алгоритмов эффективным для практики.

Вместе с тем в отечественной литературе квадратно-корневые алгоритмы фильтрации совсем не освещены [1] или освещены слабо [2, 3]. Так в книге Огаркова [2] этой теме посвящен лишь один параграф 3.7. Многие специалисты в области регрессионного моделирования или эконометрики продолжают использовать алгоритмы, которые можно считать устаревшими, несмотря на то, что они испытывают значительные трудности в случае плохо обусловленной схемы наблюдения (или при явлении мультиколлинеарности регрессоров [4]).

Еще менее подробно представлены в отечественной литературе так называемые блочные алгоритмы (в зарубежной литературе array-algorithms), принадлежащие классу ортогональных реализаций [5].

Суммируя, выделим следующие ключевые идеи вычислительных методов оценивания: квадратно-корневая интерпретация матриц (ковариационных или информационных), скаляризация обработки данных и ортогонализация блочных матриц [5–8]. В связи с этим первая цель данной статьи – привлечь внимание специалистов к этому направлению исследований. Мы ограничиваемся кратким обзором алгоритмов, поскольку подробные обзоры доступны [8].

Вторая цель данной работы – приложение квадратно-корневых алгоритмов оценивания к решению прикладной задачи сопровождения маневрирующих целей. Эта задача типична для систем *наблюдения за морской обстановкой, включая* судовождение и управление судном, в частности, скорейшее обнаружение маневра [9]. Одна из недавних зарубежных работ [10], решающая эту задачу анализа траекторий, также использует квадратно-корневую реализацию фильтра. В отличие от [10], работа [9] применяет *расширенный фильтр* первого, а не второго порядка. Здесь мы показываем его новую квадратно-корневую реализацию и сообщаем о ее включении в специализированный программный комплекс.

1 Стандартный фильтр Калмана

Рассмотрим *источник данных*, который можно представить в виде линейной динамической системы, возмущаемой дискретным белым шумом:

$$x(t_{i+1}) = \Phi(t_{i+1}, t_i)x(t_i) + \\ + B(t_i)u(t_i) + \Gamma(t_i)w(t_i), \quad (1)$$

$$z(t_i) = H(t_i)x(t_i) + v(t_i), \quad (2)$$

где $\Phi(t_{i+1}, t_i)$, $B(t_i)$, $\Gamma(t_i)$, $H(t_i)$ – известные матрицы-параметры системы;

$x(t_i)$ – n-мерный вектор состояния системы;

$u(t_i)$ – r-мерный вектор входного воздействия;

$z(t_i)$ – m-мерный вектор измерений;

$w(t_i)$ и $v(t_i)$ – независимые нормально распределенные векторы шумов с нулевыми средними значениями и известными ковариационными матрицами $Q(t_i)$ и $R(t_i)$ соответственно, причем $Q(t_i) \geq 0, R(t_i) > 0$.

Начальный вектор состояния системы x_0 распределен по нормальному закону с математическим ожиданием $\bar{x}_0$ и ковариацией P_0.

При заданных матрицах-параметрах системы $\Phi(t_{i+1}, t_i)$, $B(t_i)$, $\Gamma(t_i)$, $H(t_i)$, $Q(t_i)$ и $R(t_i)$ и начальных условиях $\bar{x}_0$, P_0 *решение задачи оптимального оценивания* вектора состояния $x(t_i)$ системы (1), (2) дается *фильтром Калмана*. Алгоритм этой рекуррентной обработки данных $\{z(t_i), \forall i \geq 1\}$ определен следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
&\hat{x}(t_i^-) = \Phi(t_i, t_{i-1})\hat{x}(t_{i-1}^+) + B(t_{i-1})u(t_{i-1}),\\
&P(t_i^-) = \Phi(t_i, t_{i-1})P(t_{i-1}^+)\Phi^T(t_i, t_{i-1}) + \\
&\qquad + \Gamma(t_{i-1})Q(t_i)\Gamma^T(t_{i-1}),\\
&K(t_i) = P(t_i^-)H^T(t_i) \times \\
&\qquad \times [H(t_i)P(t_i^-)H^T(t_i) + R(t_i)]^{-1},\\
&P(t_i^+) = P(t_i^-) - K(t_i)H(t_i)P(t_i^-),\\
&\nu(t_i) = z(t_i) - H(t_i)\hat{x}(t_i^-),\\
&\hat{x}(t_i^+) = \hat{x}(t_i^-) + K(t_i)\nu(t_i).
\end{aligned} \quad (3)$$

Замечание 1. Общепринято обозначать обновляющий процесс греческой буквой «ню» (ν в пятом уравнении системы (3)), а шум измерения – похожей латинской буквой v в уравнении (2). Что ниже имеется в виду, каждый раз ясно из контекста или замечаний 2–5.

2 Скаляризованная форма фильтра Калмана

Когда матрица $R(t_i)$ диагональная, $R(t_i) = diag [r_1(t_i), r_2(t_i), ..., r_m(t_i)]$, возможно произвольное расщепление системы наблюдений (вектора $z(t_i)$) на априорную и текущую части [6, 8]. Тогда предпочтительно вместо (3) использовать *фильтр Калмана со скалярной обработкой* *измерений*. Скаляризуя, получаем:

I. Экстраполяция

$$\begin{aligned} &\hat{x}(t_i^-) = \Phi(t_i, t_{i-1})\hat{x}(t_{i-1}^+) + B(t_{i-1})u(t_{i-1}), \\ &P(t_i^-) = \Phi(t_i, t_{i-1})P(t_{i-1}^+)\Phi^T(t_i, t_{i-1}) + \\ &\qquad + \Gamma(t_{i-1})Q(t_{i-1})\Gamma^T(t_{i-1}), \\ &\hat{x}(t_0^+) = \overline{x}_0, P(t_0^+) = P_0. \end{aligned} \tag{4}$$

II. Обработка измерения

А. Начальное присваивание: $\tilde{P} = P(t_i^-),\ \tilde{x} = \hat{x}(t_i^-)$.

Б. m-кратное повторение процедуры скалярного обновления.

Для $j = 1, 2, ..., m$ выполнять:

$$\alpha := h^T\tilde{P}h + r_j(t_i),\ K := \tilde{P}h/\alpha,\ \hat{P} := \tilde{P} - Kh^T\tilde{P}, \tag{5}$$

$$\hat{x} := \tilde{x} + K(z - h^T\tilde{x}) \tag{6}$$

с экстраполяцией между повторениями: $\tilde{P} := \hat{P},\ \ \tilde{x} := \hat{x}$.

В. Завершающее присваивание:

$$P(t_i^+) := \hat{P},\ \hat{x}(t_i^+) := \hat{x},$$

где h – j-й столбец матрицы $H^T(t_i)$;

z – j-й элемент вектора $z(t_i)$, $j = 1, 2, ..., m$.

3 Стабилизированный фильтр Калмана–Джозефа

Этап экстраполяции стабилизированного алгоритма совпадает с этапом экстраполяции стандартного алгоритма Калмана. Поэтому приведем лишь этап обработки измерения. Джозеф предложил [6] для алгоритма (3) использовать общую формулу, справедливую для матрицы $\hat{P}$ при любом, не обязательно оптимальном значении усиления фильтра K:

$$\hat{P} = (I - KH)\tilde{P}(I - KH)^T + KRK^T.$$

Второй этап приобретает следующий вид.

II. Обработка измерения

А. Начальное присваивание: $\tilde{P} = P(t_i^-);\ \tilde{x} = \hat{x}(t_i^-)$.

Б. m-кратное повторение процедуры скалярного обновления.

Для $j = 1, 2, ..., m$ выполнять:

$$\alpha := h^T\tilde{P}h + r_j(t_i),\ \ v := \tilde{P}h,\ \ K := v/\alpha,$$

$$\hat{P} := \tilde{P} - Kv^T,\ \ v := \hat{P}h,\ \ \hat{P} := \hat{P} - vK^T + KK^T;$$

$$\hat{x} := \tilde{x} + K(z - h^T\tilde{x})$$

с экстраполяцией между повторениями: $\tilde{P} := \hat{P},\ \ \tilde{x} := \hat{x}$.

Замечание 2. Здесь v – независимое обозначение промежуточной величины.

В. Завершающее присваивание:

$$P(t_i^+) := \hat{P},\ \hat{x}(t_i^+) := \hat{x},$$

где h – j-й столбец матрицы $H^T(t_i)$;

z – j-й элемент вектора $z(t_i)$, $j = 1, 2, ..., m$.

4 Квадратно-корневой фильтр Поттера

Здесь вместо матриц $P(t_i^\pm)$, по своей природе положительно определенных, оперируют с их квадратными корнями $S(t_i^\pm)$, отвечающими условию $S(t_i^\pm)S^T(t_i^\pm) = P(t_i^\pm)$. Произведение $S(t_i^\pm)S^T(t_i^\pm)$ не теряет своей положительной определенности (при условии полноты ранга) даже с учетом ошибок округления, тогда как ошибки округления могут приводить к потере этого свойства для матрицы $P(t^+)$, если она вычисляется по стандартному алгоритму (3).

С учетом вышеизложенного получен алгоритм фильтра Поттера [6]:

I. Экстраполяция

$$\hat{x}(t_i^-) = \Phi(t_i, t_{i-1})\hat{x}(_{i-1}^+) + B(t_{i-1})u(t_{i-1}),$$

$$\hat{x}(t_0^+) = \overline{x}_0,$$

$$\begin{bmatrix} S^T(t_i^-) \\ 0 \end{bmatrix} = T\begin{bmatrix} S^T(t_{i-1}^+)\Phi^T(t_i, t_{i-1}) \\ Q^{T/2}(t_{i-1})\Gamma^T(t_{i-1}) \end{bmatrix},$$

где T – ортогональная матрица, приводящая матрицу к верхней треугольной форме.

II. Обработка измерения

А. Начальное присваивание: $\tilde{S} = S(t_i^-),\ \tilde{x} = \hat{x}(t_i^-)$.

Б. m-кратное повторение процедуры скалярного обновления:

Для $j = 1, 2, ..., m$
выполнять:

$$f := \tilde{S}^T h,\ \ \alpha := f^T f + r_j(t_i),$$

$$\gamma := 1/(1 + \sqrt{1/\alpha}),$$

$$K := \tilde{S}\, f/\alpha,\ \ \hat{S} := \tilde{S} - \gamma\, K\, f^T,$$

$$\hat{x} := \tilde{x} + K(z - h^T\tilde{x})$$

с экстраполяцией между повторениями $\tilde{S} := \hat{S}$, $\tilde{x} := \hat{x}$.

В. Завершающее присваивание: $S(t_i^+) := \hat{S}$, $\hat{x}(t_i^+) := \hat{x}$,

где h – j-й столбец матрицы $H^T(t_i)$;

z – j-й элемент вектора $z(t_i)$, $j = 1, 2, ..., m$.

5 Факторизованный фильтр Бирмана

Этот алгоритм использует разложение ковариационной матрицы P в произведение двух треугольных матриц (с единичной диагональю) и диагональной матрицы D (с положительной диагональю) между ними. Если применить эту идею к процедуре (5), (6) скалярного обновления, производя замены $\hat{P} = \hat{L}\hat{D}\hat{L}^T$ и $\tilde{P} = \tilde{L}\tilde{D}\tilde{L}^T$ с нижнетреугольными матрицами L, то процедура (5), (6) эквивалентна пунктам В, Г, Д и Е следующего алгоритма.

II. Обработка измерения

А. Начальное присваивание:

$$\tilde{L} = L(t_i^-),\ \tilde{D} = D(t_i^-),\ \tilde{x} = x(t_i^-).\ \cdot$$

Б. m–кратное повторение процедуры «скалярного» обновления.

Для $j = 1, 2, ..., m$
выполнять:

В. Вычислить векторы

$$f = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T = \tilde{L}^T h;$$

$$v = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T = \tilde{D} f.$$

Замечание 3. Здесь v – независимое обозначение промежуточной величины.

Г. Задать начальные значения

$$\alpha' = r;\ K = [0...0 \,|\, v_n]^T.$$

Д. Для $i = n, n-1, ..., 2, 1$ выполнять:
начало

$$\alpha := \alpha' + v_i f_i;\quad \gamma := 1/\alpha;$$

$$\hat{d}_i := \tilde{d}_i \alpha' \gamma;\qquad \lambda := -f_i \gamma;$$

$$\hat{l}_i := \tilde{l}_i + \lambda K;\qquad K := K + \tilde{l}_i v_i;$$

$$\alpha' := \alpha.$$

конец

Е. Вычислить векторы

$$\nu = \gamma(z - h^T \tilde{x});\quad \hat{x} := \tilde{x} + K\nu$$

с экстраполяцией между повторениями:

$$\tilde{L} := \hat{L};\qquad \tilde{D} := \hat{D};\qquad \tilde{x} := \hat{x}.$$

Ж. Завершающее присваивание:

$$L(t_i^+) := \hat{L};\qquad D(t_i^+) := \hat{D};\qquad \hat{x}(t_i^+) := \hat{x}.$$

Здесь h – j-й столбец матрицы $H^T(t_i)$;

z – j-й элемент вектора $z(t_i)$;

r – j-й элемент $r_j(t_i)$ диагональной матрицы ковариаций шума измерений $R(t_i)$, $j = 1, 2, ..., m$ – номер скалярного измерения в составе измерений $z(t_i)$ в момент t_i.

6 Квадратно-корневой фильтр Карлсона

Этап экстраполяции здесь в точности совпадает с этим этапом в алгоритме Поттера. Поэтому выведем только алгоритм этапа обработки измерения. Пусть процедура скалярного обновления (5), (6) использует разложения $\hat{P} = \hat{L}\hat{L}^T$ и $\tilde{P} = \tilde{L}\tilde{L}^T$, где $\hat{L}$ и $\tilde{L}$ – нижние треугольные матрицы. Тогда данная процедура (5), (6) эквивалентна пунктам В, Г, Д и Е следующего алгоритма.

II. Обработка измерения

А. Начальное присваивание: $\tilde{L} = L(t_i^-),\ \tilde{x} = x(t_i^-).$

Б. m–кратное повторение процедуры «скалярного» обновления.

Для $j = 1, 2, ..., m$
выполнять:

В. Вычислить векторы $f = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T = \tilde{L}^T h$.

Г. Задать начальные значения

$$\alpha' = r;\ K = [0...0 \,|\, \tilde{l}_{nn} f_n]^T.$$

Д. Для $i = n, n-1, ..., 2, 1$ выполнять:
начало

$$\alpha := \alpha' + f_i^2;\quad \beta := \sqrt{\alpha'/\alpha};$$

$$\hat{l}_{ii} := \beta \tilde{l}_{ii};\qquad \lambda := -f_i/(\alpha\beta);$$

$$\hat{l}_i := \beta \tilde{l}_i + \lambda K;\quad K := K + \tilde{l}_i f_i;$$

$$\alpha' := \alpha.$$

конец

Вычислить векторы

$$\nu = (z - h^T \tilde{x})/\alpha;\qquad \hat{x} := \tilde{x} + K\nu$$

с экстраполяцией между повторениями:

$$\tilde{L} := \hat{L};\qquad \tilde{x} := \hat{x}.$$

Ж. Завершающее присваивание:

$$L(t_i^+) := \hat{L};\qquad \hat{x}(t_i^+) := \hat{x}.$$

Здесь h – j-й столбец матрицы $H^T(t_i)$;

z – j-й элемент вектора $z(t_i)$;

r – j-й элемент $r_j(t_i)$ диагональной матрицы ковариаций шума измерений $R(t_i)$, $j = 1, 2, ..., m$ – номер скалярного измерения в составе измерений $z(t_i)$ в момент t_i.

7 Редуцированный фильтр Бирмана

Во многих приложениях выбор измерительных средств ограничен настолько, что в измерение z попадает лишь часть (заранее известная) элементов оцениваемого вектора x. Пусть эта часть – первые $q_j<n$ элементов для j-й строки матрицы наблюдений:

$$h_j^T = [\underbrace{**\dots*|0\dots0}_{q_j<n,\, h_{q_j}\neq 0}] = [**\dots*|0\dots0]. \tag{7}$$

Пусть процедура скалярного обновления (5), (6) использует разложения $\hat{P} = \hat{L}\hat{D}\hat{L}^T$ и $\tilde{P} = \tilde{L}\tilde{D}\tilde{L}^T$, где L – нижние треугольные (с единичной диагональю) матрицы; D – диагональные (с положительными элементами) матрицы. Тогда данная процедура (5), (6) эквивалентна пунктам В, Г, Д и Е следующего алгоритма.

II. Обработка измерения

А. Начальное присваивание:

$$\tilde{L} = L(t_i^-), \tilde{D} = D(t_i^-), \tilde{x} = x(t_i^-).$$

Б. m–кратное повторение процедуры «скалярного» обновления.

Для $j = 1, 2, ..., m$
выполнять:

В. Вычислить векторы $f = \tilde{L}^T h; v = \tilde{D} f$.

Их вид:

$$f = [**\dots*\,|\,0\dots0]^T;\quad v = [**\dots*|0\dots0]^T.$$

Замечание 4. Здесь v – независимое обозначение промежуточной величины.

Г. Задать начальные значения $\alpha' = r;\ K = [0...0]^T$.

Д. Для $i = q+1, q+2, ..., n$ выполнять: $K_i := \tilde{l}_{iq} v_q$.

Е. Для $i = q, q-1, ..., 2, 1$ выполнять:
начало

$\alpha := \alpha' + v_i f_i;\ \hat{d}_i := \tilde{d}_i \alpha' / \alpha;$

$\lambda := -f_i / \alpha; \quad K_i := v_i;$

$\hat{l}_i := \tilde{l}_i + \lambda K; \quad K := K + \tilde{l}_i v_i;$

$\alpha' := \alpha.$

конец

Ж. Вычислить векторы

$\nu = (z - h^T \tilde{x}) / \alpha; \qquad \hat{x} := \tilde{x} + K\nu$ с экстраполяцией между повторениями: $\tilde{L} := \hat{L};\ \ \tilde{D} := \hat{D};\ \ \tilde{x} := \hat{x}.$

З. Завершающее присваивание:

$L(t_i^+) := \hat{L}; \qquad D(t_i^+) := \hat{D}; \qquad \hat{x}(t_i^+) := \hat{x}$.

Здесь h^T – j-я строка матрицы $H(t_i)$, имеющая вид (7); z – j-й элемент вектора $z(t_i)$;

r – j-й элемент $r_j(t_i)$ диагональной матрицы ковариаций шума измерений $R(t_i)$, $j=1, 2, ..., m$ – номер скалярного измерения в составе вектора измерений $z(t_i)$ в момент времени t_i.

8 Редуцированный фильтр Бар-Ицхака

Если в исходном фильтре Калмана (3) свойство (7) рассматривать сразу для всех m строк матрицы наблюдений

$$H(t_i) = H = [H^{mq} | 0], \tag{8}$$

это может служить поводом для сокращения объема вычислений. В (8) H^{mq} – ненулевая подматрица, где ^{mq} указывает ее размер $m \times q$, 0 – нулевая подматрица, ее размер $m \times s$, $s=n-q$. Свойство (8) означает, что оцениваемый вектор распадается на две части: $x = [x^q \mid x^s]$, причем x^q попадает в вектор измерений $z = z(t_i)$, а x^s – нет. Соответственно этому, каждую P-матрицу, т. е. $\hat{P}$ и $\tilde{P}$, рассмотрим поблочно [11] как матрицу следующего вида:

$$P = \begin{bmatrix} P^{qq} & (P^{sq})^T \\ P^{sq} & P^{ss} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Если выполнено условие (8), алгоритм (3) распадается на независимый редуцированный фильтр размерности q для измеряемых компонент x^q вектора x (аргумент дискретного времени t_i для простоты опущен):

$$\begin{aligned} &K^{qm} = \tilde{P}^{qq} (H^{mq})^T [H^{mq} \tilde{P}^{qq} (H^{mq})^T + R]^{-1}, \\ &\hat{P}^{qq} = \tilde{P}^{qq} - K^{qm} H^{mq} \tilde{P}^{qq}, \\ &\hat{x}^q = \tilde{x}^q + K^{qm}(z - H^{mq} \tilde{x}^q) \end{aligned} \tag{10}$$

и фильтр порядка $s=n-q$, зависимый от предыдущего фильтра (10), для неизмеряемых компонент x^s вектора x:

$$\begin{aligned} &K^{sq} = \tilde{P}^{sq} (\tilde{P}^{qq})^{-1}, \\ &\hat{P}^{sq} = K^{sq} \hat{P}^{qq}, \\ &\hat{P}^{ss} = \tilde{P}^{ss} - K^{sq} (\tilde{P}^{qq} - \hat{P}^{qq})(K^{sq})^T, \\ &\hat{x}^s = \tilde{x}^s + K^{sq}(\hat{x}^q - \tilde{x}^q). \end{aligned} \tag{11}$$

Полученный алгоритм лишь выделяет редуцированный фильтр (10), но для него задача LD-факторизации остается актуальной. Ее решает следующий алгоритм.

9 Редуцированный фильтр Бар-Ицхака-Медана

Пусть при условии (8) алгоритм Калмана (3) использует разложения $\hat{P} = \hat{L}\hat{D}\hat{L}^T$ и $\tilde{P} = \tilde{L}\tilde{D}\tilde{L}^T$ с обозначениями $\hat{P} = P(t_i^-)$ и $\tilde{P} = P(t_i^+)$, причем $\hat{P}$ и $\tilde{P}$ рассмотрены поблочно, как в (9), и $\hat{L}, \hat{D}, \tilde{L}, \tilde{D}$ разложены как

$$L = \begin{bmatrix} L^{qq} & 0 \\ L^{sq} & L^{ss} \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} D^q & 0 \\ 0 & D^{ss} \end{bmatrix}. \tag{12}$$

Тогда этот алгоритм эквивалентен следующему алгоритму (излагаемое относится лишь к этапу **II** обработки измерения с матрицей вида (8)):

II. Обработка измерения, эквивалентная работе алгоритма (10)

А. Начальное присваивание:

$\tilde{L} = L^{qq}(t_i^-), \tilde{D} = D^q(t_i^-), \tilde{x} = x^q(t_i^-).$

Б. m–кратное повторение процедуры «скалярного» обновления.

Для $j=1, 2, ..., m$
выполнять:

В. Вычислить векторы

$f = [f_1, f_2, \ldots, f_q]^T = \tilde{L}^T h;$

$v = [v_1, v_2, \ldots, v_q]^T = \tilde{D} f.$

Замечание 5. Здесь v – независимое обозначение промежуточной величины.

Г. Задать начальные значения

$\alpha' = r;\ K = [0 \ldots 0 \mid v_q]^T.$

Д. Для $i = q, q-1, ..., 2, 1$ выполнять:
начало

$\alpha := \alpha' + v_i f_i;\ \ \gamma := 1/\alpha;$

$\hat{d}_i := \tilde{d}_i \alpha' \gamma; \qquad \lambda := -f_i \gamma;$

$\hat{l}_i := \tilde{l}_i + \lambda K; \quad K := K + \tilde{l}_i v_i;$

$\alpha' := \alpha.$

конец

Е. Вычислить векторы

$\nu = \gamma(z - h^T \tilde{x});\ \ \hat{x} := \tilde{x} + K\nu$

с экстраполяцией между повторениями:

$\tilde{L} := \hat{L}; \qquad \tilde{D} := \hat{D}; \qquad \tilde{x} := \hat{x}$.

Ж. Завершающее присваивание по п. **II**:

$$L^{qq}(t_i^+) := \hat{L}; \quad D^q(t_i^+) := \hat{D}; \quad \hat{x}^q(t_i^+) := \hat{x}.$$

Здесь h – j-й столбец матрицы $(H^{mq})^T(t_i)$ из (8);

z – j-й элемент вектора $z(t_i)$;

r – j-й элемент $r_j(t_i)$ диагональной матрицы ковариаций шума измерений $R(t_i)$, $j=1, 2, ..., m$ – номер скалярного измерения в составе вектора измерений $z(t_i)$ в момент t_i.

III. Обновление оценок для неизмеряемых компонент x^s вектора x, эквивалентное работе алгоритма (11):

3. Вычислить:

$$K^{sq} = \tilde{L}^{sq}(\tilde{L}^{qq})^{-1},$$
$$\hat{L}^{sq} = K^{sq}\hat{L}^{qq},$$
$$\hat{L}^{ss} = \tilde{L}^{ss},\ \hat{D}^s = \tilde{D}^s,$$
$$\hat{x}^s = \tilde{x}^s + K^{sq}(\hat{x}^q - \tilde{x}^q).$$

И. Завершающее присваивание по п. **III**:

$$\hat{L}^{sq}(t_i^+) := \hat{L}^{sq}; \quad \hat{L}^{ss}(t_i^+) := \hat{L}^{ss};$$
$$\hat{D}^s(t_i^+) := \hat{D}^s; \quad \hat{x}^s(t_i^+) := \hat{x}^s.$$

10 Стандартный алгоритм расширенного фильтра Калмана

Расширенный фильтр Калмана является субоптимальным алгоритмом [12] фильтрации, применяемым при работе с нелинейными системами. В терминологии данного подраздела «расширенность» по сравнению с линейным фильтром состоит в возможности принятия нелинейной модели движения цели и/или модели измерений. Матрицы Φ и H, задающие линейные преобразования, заменены функциями, которые в общем случае могут быть нелинейными. Это означает, что функционирование системы описывается вместо (1), (2) следующими уравнениями:

$$x(t_{i+1}) = f[x(t_i)] + w(t_i),$$
$$z(t_i) = h[x(t_i)] + v(t_i).$$

Функция $f[\cdot]$ вычисляет состояние системы в момент времени t_{i+1} по состоянию в момент времени t_i, функция $h[\cdot]$ преобразует вектор состояния к виду, в котором измерения поступают на вход фильтра, $w(t_i)$ и $v(t_i)$ – шум процесса и шум измерения в момент t_i, соответственно. Когда обе функции $f[\cdot]$ и $h[\cdot]$ – линейные, расширенный фильтр превращается в стандартный фильтр Калмана.

Расширенный фильтр Калмана, как и стандартный, содержит два этапа: экстраполяция и обработка измерения.

Экстраполяция (здесь принято неограничительное предположение, что $Q(t_i) = I$):

$$\begin{aligned}
\hat{x}(t_i^-) &= f[\hat{x}(t_{i-1}^+)],\\
F(t_{i-1}) &= \tfrac{\partial f}{\partial x}\big|_{x=\hat{x}(t_{i-1}^+)},\\
P(t_i^-) &= F(t_{i-1})P(t_{i-1}^+)F^T(t_{i-1}) +\\
&\quad + \Gamma(t_{i-1})\Gamma^T(t_{i-1}).
\end{aligned}$$

Обработка измерения (здесь также принято, что $R(t_i) = \widetilde{R}_{dec} = I_m$):

$$\begin{aligned}
\nu(t_i) &= z(t_i) - h[\hat{x}_k(t_i^-)],\\
H(t_i) &= \tfrac{\partial h}{\partial x}\big|_{x=\hat{x}(t_{i-1}^+)},\\
K(t_i) &= P(t_i^-)H^T(t_i)\times\\
&\quad \times[H(t_i)P(t_i^-)H^T(t_i) + I_m]^{-1},\\
P(t_i^+) &= P(t_i^-) - K(t_i)H(t_i)P(t_i^-),\\
\hat{x}(t_i^+) &= \hat{x}(t_i^-) + K(t_i)\nu(t_i).
\end{aligned}$$

Приведенные уравнения расширенной фильтрации по структуре совпадают с уравнениями обычного, линейного фильтра. Линеаризация моделей процесса и измерений выполняется относительно последней (текущей) оценки вектора состояния. Для этого вычисляют две матрицы Якоби: $F(t_{i-1})$ и $H(t_i)$, которые затем подставляют в уравнения стандартной калмановской фильтрации.

11 Задача сопровождения судна на траектории

Обработка данных, поступающих от некоторого источника, при помощи алгоритмов фильтрации требует иметь отдельно модель движения (состояния) объекта и модель измерений. Продемонстрируем, как строить эти модели применительно к анализу движения надводного судна.

Модель движения судна

Текущее состояние судна на плоской траектории с точки зрения кинематики (а не динамики) движения характеризуется пятью параметрами: двумя координатами, скоростью, направлением и угловой скоростью движения. Модель пространственного движения включает 12 уравнений для координат центра масс, углов Эйлера, составляющих линейной и угловой скоростей в связанной системе координат [13]. Представим движение судна как дискретный стохастический процесс s_k, подчиняющийся следующему уравнению [14]:

$$s_k = \begin{bmatrix} x + (2/\omega)v\sin(\omega\Delta t/2)\cos(\varphi + \omega\Delta t/2) \\ y + (2/\omega)v\sin(\omega\Delta t/2)\sin(\varphi + \omega\Delta t/2) \\ v \\ \varphi + \omega\Delta t \\ \omega \end{bmatrix}_{k-1} + \Gamma w_{k-1} \qquad (13)$$

Модель (13) есть модель состояния s_k, что позволяет применять теорию фильтрации Калмана. Вектор $s_k = (x, y, v, \varphi, \omega)^T$ содержит пять величин: x, y – географические координаты цели (широта и долгота в прямоугольной системе координат в метрах), v – линейная скорость, φ – направление движения (курсовой угол в радианах от северного направления по часовой стрелке), ω– угловая скорость (рад/с). Аддитивно действующий белый шум с единичной ковариационной матрицей $Q(t_i) = I$ обозначен через w_{k-1}, Δt – период дискретизации времени. Ковариация шума Γw равна [14]:

$$\mathrm{cov}(\Gamma w) = E\{\Gamma w w^T \Gamma^T\} = \Gamma\Gamma^T = diag\left[\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \Delta t^2 \sigma_{\dot v}^2, \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^2}{2} \\ \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t^2 \end{bmatrix} \sigma_{\dot\omega}^2\right],$$

где $\sigma_{\dot v}^2$ и $\sigma_{\dot\omega}^2$ – дисперсии случайных гауссовских процессов, аддитивно воздействующих на скорость корабля и его угловую скорость, соответственно.

Модель движения (13) включает угловую скорость и потому пригодна для анализа траектории как маневрирующего судна, так и судна, движущегося равномерно и прямолинейно (в этом случае угловая скорость судна-цели равна нулю).

Модель измерений

Будем считать, что наблюдения за судном ведутся при помощи радиолокационной станции (РЛС), возвращающей измерения полярных координат цели: азимут z_θ и дальность до цели z_ρ. Измерения координат цели подвергаются воздействию аддитивного белого шума наблюдения.

Построим модель измерения в декартовых координатах. Для удобства ссылок будем называть такие преобразованные измерения «псевдоизмерениями». Обозначим через $z_{sph} = \begin{bmatrix} z_\rho \\ z_\theta \end{bmatrix}$ «первичные» измерения, приходящие от РЛС. Тогда $z_\rho = \rho + \delta_\rho$, $z_\theta = \theta + \delta_\theta$, где ρ и θ – истинные значения дальности и пеленга, а δ_ρ и δ_θ – соответствующие погрешности измерения.

Пусть шум измерений полярных координат равен $v_{sph} = \begin{bmatrix} \delta_\rho \\ \delta_\theta \end{bmatrix}$.

Его ковариационная матрица имеет вид

$$R_{sph} = E\{v_{sph} v_{sph}^T\} = \begin{bmatrix} \sigma_\rho^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix},$$

т. е. матрица диагональная, а шумы по дальности и азимуту не коррелированы между собой (ошибки измерения дальности не связаны с ошибками измерения направления на цель).

Перейдем от полярных измерений к псевдоизмерениям в декартовых координатах:

$$z_{dec} = \begin{bmatrix} z_x \\ z_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_\rho \cos(z_\theta) \\ z_\rho \sin(z_\theta) \end{bmatrix}.$$

Для удобства используем здесь и далее индекс «dec» в случаях работы с декартовыми координатами. Малые приращения координат в сферической и декартовой системе координат связаны соотношением:

$$dz_{dec} = \begin{bmatrix} dz_x \\ dz_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(z_\theta) & -z_\rho \sin(z_\theta) \\ \sin(z_\theta) & z_\rho \cos(z_\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dz_\rho \\ dz_\theta \end{bmatrix}.$$

Обозначим $T = \begin{bmatrix} \cos(z_\theta) & -z_\rho \sin(z_\theta) \\ \sin(z_\theta) & z_\rho \cos(z_\theta) \end{bmatrix}$.

Перейдем от дифференциалов к конечным разностям и получим закон преобразования случайных погрешностей измерений из полярных координат в декартовы:

$$\Delta z_{dec} = \begin{bmatrix} \Delta z_x \\ \Delta z_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(z_\theta) & -z_\rho \sin(z_\theta) \\ \sin(z_\theta) & z_\rho \cos(z_\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_\rho \\ \Delta z_\theta \end{bmatrix} = T\Delta z_{sph}.$$

Ковариационная матрица погрешностей измерений в декартовых координатах равна:

$$R_{dec} = E\{\Delta z_{dec} \Delta z_{dec}^T\} = E\{T \Delta z_{sph} \Delta z_{sph}^T T^T\} = TR_{sph}T^T.$$

Матрица T зависит от времени, однако для простоты изложения индекс времени опускаем.

Выразим псевдоизмерения через истинные декартовы координаты цели и погрешности псевдоизмерений:

$$z_{dec} = \begin{bmatrix} z_\rho \cos(z_\theta) \\ z_\rho \sin(z_\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\rho + \Delta\rho)\cos(\theta + \Delta\theta) \\ (\rho + \Delta\rho)\sin(\theta + \Delta\theta) \end{bmatrix} \approx$$
$$\approx \begin{bmatrix} \rho\cos(\theta) + \Delta z_x \\ \rho\sin(\theta) + \Delta z_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta z_x \\ \Delta z_y \end{bmatrix}.$$

Здесь обозначим:

$\bar s = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ – точные значения декартовых координат цели,

$\bar v = \begin{bmatrix} \Delta z_x \\ \Delta z_y \end{bmatrix}$ – погрешности псевдоизмерений декартовых координат.

Тогда $z_{dec} = \bar s + \bar v$. Вследствие нелинейности преобразования координат ковариационная матрица погрешностей псевдоизмерений R_{dec} не является диагональной. Приведем ковариационную матрицу к единичному виду, т. е. выполним декорреляцию погрешностей псевдоизмерений.

Представим матрицу R_{dec} как произведение

$R_{dec} = S_{dec} S_{dec}^T$, где $S = T\, R_{sph}^{1/2}$.

Обозначим

$$\tilde z_{dec} = S_{dec}^{-1} z_{dec} = S_{dec}^{-1}(\bar s + \bar v) =$$
$$= S_{dec}^{-1}\bar s + S_{dec}^{-1}\bar v = S_{dec}^{-1}\bar s + \tilde v.$$

Найдем ковариацию $\tilde v$:

$$\mathrm{cov}(\tilde v) = \tilde R_{dec} = E[\tilde v \tilde v^T] =$$
$$= E[S_{dec}^{-1} \bar v \bar v^T (S_{dec}^{-1})^T] = S_{dec}^{-1} R_{dec} S_{dec}^{-T} = I.$$

Будем называть $\widetilde{z}_{dec}$ нормализованными псевдоизмерениями, а $\widetilde{v}$ – вектором погрешностей нормализованных псевдоизмерений (его компоненты взаимно не коррелированы, т. к. $\widetilde{R}_{dec} = I$). Отсутствие корреляции компонентов вектора погрешностей позволяет применять скаляризованную обработку измерений.

Поскольку уравнения в системе (13) обладают значительной нелинейностью, непосредственное применение линейного фильтра Калмана не представляется возможным. Одним из способов обойти это ограничение является использование расширенного фильтра Калмана, рассмотренного в разделе 10, в факторизованной форме Поттера (по разделу 4).

12 Эффективная реализация расширенного фильтра

Покажем, как применять алгоритм Поттера к задаче нелинейной фильтрации траектории судна-цели в расширенном фильтре.

Пусть на вход фильтра поступают нормализованные псевдоизмерения декартовых координат (обладающие, как показано выше, единичной ковариационной матрицей ошибок). Для модели процесса, описываемой уравнениями (13), функции $f[\cdot]$ и $h[\cdot]$ имеют следующий вид:

$$f\left[s(t_i)\right] = \begin{bmatrix} x+(2/\omega)v\sin(\omega\Delta t/2)\cos(\varphi+\omega\Delta t/2) \\ y+(2/\omega)v\sin(\omega\Delta t/2)\sin(\varphi+\omega\Delta t/2) \\ v \\ \varphi+\omega\Delta t \\ \omega \end{bmatrix}_{t_i};$$

$$h[s(t_i)] = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{t_i}.$$

Обозначим: $\varphi = \varphi + \omega\Delta t$.

Вычислим матрицы Якоби:

$$F(t_{i-1}) = \tfrac{\partial f}{\partial x}\Big|_{x=\hat{x}(t_{i-1}^{+})} = F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sin(\phi)-\sin(\varphi)}{\omega} & \frac{v(\cos(\phi)-\cos(\varphi))}{\omega} & \frac{v(\Delta t\,\omega\cos(\phi)+\sin(\varphi)-\sin(\phi))}{\omega^2} \\ 0 & 1 & \frac{\cos(\varphi)-\cos(\phi)}{\omega} & \frac{v(\sin(\phi)-\sin(\varphi))}{\omega} & \frac{v(\Delta t\,\omega\sin(\phi)+\cos(\phi)-\cos(\varphi))}{\omega^2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{t_{i-1}^{+}},$$

$$H(t_i) \overset{def}{=} \tfrac{\partial h}{\partial x}\Big|_{x=\hat{x}(t_i^{+})} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = H.$$

Поскольку нормализованные псевдоизмерения на входе фильтра «производятся» (т. е. формально представлены) в той же системе координат, в которой записаны координаты объекта в векторе состояния, функция h выполняет линейное преобразование, и матрица $H(t_i) = H$ не зависит от времени.

При прямолинейном равномерном движении $(\omega = 0)$ функции $f[\cdot]$ и F принимают следующий предельный вид:

$$f_{\omega=0}[s(t_i)] = \lim_{\omega\to 0}\begin{bmatrix} x+(2/\omega)v\sin(\omega\Delta t/2)\cos(\varphi+\omega\Delta t/2) \\ y+(2/\omega)v\sin(\omega\Delta t/2)\sin(\varphi+\omega\Delta t/2) \\ v \\ \varphi+\omega\Delta t \\ \omega \end{bmatrix}_{t_i} = \begin{bmatrix} x+v\Delta t\cos(\varphi) \\ y+v\Delta t\sin(\varphi) \\ v \\ \varphi \\ 0 \end{bmatrix}_{t_i},$$

$$F_{\omega=0}(t_{i-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta t\cos(\phi) & -v\Delta t\sin(\phi) & -\frac{v\Delta t^2\sin(\phi)}{2} \\ 0 & 1 & \Delta t\sin(\phi) & v\Delta t\cos(\phi) & -\frac{v\Delta t^2\cos(\phi)}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{t_{i-1}^{+}}.$$

Конкретные значения элементов F во время фильтрации получаются подстановкой в формулу элементов соответствующего вектора оценки состояния, однако для упрощения записей в нижеследующих формулах символы экстраполированной оценки («крышка» $\hat{}$ над $\cdot$) и символы отфильтрованной оценки («тильда» $\tilde{}$ над переменными $\cdot$) опущены.

Учитывая изложенное, *скаляризованный алгоритм Поттера для нелинейной фильтрации в расширенном фильтре*, обрабатывающий данные о траектории судна-цели, получим в следующем виде:

I. Экстраполяция

$$\hat{s}(t_i^-) = \begin{bmatrix} x + (2/\omega)v\sin(\omega\,\Delta t/2)\cos(\varphi + \omega\,\Delta t/2) \\ y + (2/\omega)v\sin(\omega\,\Delta t/2)\sin(\varphi + \omega\,\Delta t/2) \\ v \\ \varphi + \omega\Delta t \\ \omega \end{bmatrix}_{t_{i-1}^+};$$

$$\hat{s}(t_0^+) = \bar{s}_0;$$

$$F(t_i, t_{i-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sin(\varphi)-\sin(\phi)}{\omega} & \frac{v(\cos(\varphi)-\cos(\phi))}{\omega} & \frac{v(\Delta t\,\omega\cos(\varphi)+\sin(\phi)-\sin(\varphi))}{\omega^2} \\ 0 & 1 & \frac{\cos(\phi)-\cos(\varphi)}{\omega} & \frac{v(\sin(\varphi)-\sin(\phi))}{\omega} & \frac{v(\Delta t\,\omega\sin(\varphi)+\cos(\varphi)-\cos(\phi))}{\omega^2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{t_{i-1}^+};$$

$$\begin{bmatrix} S^T(t_i^-) \\ 0 \end{bmatrix} = T\begin{bmatrix} S^T(t_{i-1}^+)F^T(t_i, t_{i-1}) \\ \Gamma^T(t_i) \end{bmatrix}.$$

II. Обработка измерения

А. Начальное присваивание: $\tilde{S} = S\left(t_i^-\right)$; $\tilde{s} = \hat{s}\left(t_i^-\right)$.

Б. m-кратное повторение процедуры «скалярного» обновления:

$$q := \tilde{S}^T h;\ \alpha := q^T q + 1;\ \gamma := 1/(1+\sqrt{1/\alpha});$$
$$K := \tilde{S}\,q/\alpha;\ \hat{S} := \tilde{S} - \gamma\,K\,q^T;$$
$$\hat{s} := \tilde{s} + K(z - h^T\tilde{s})$$

с экстраполяцией между повторениями $\tilde{S} := \hat{S}$; $\tilde{s} := \hat{s}$.

В. Завершающее присваивание: $S(t_i^+) := \hat{S}$; $\hat{s}(t_i^+) := \hat{s}$,

где h – j-й столбец матрицы $H^T(t_i)$;

z – j-й элемент вектора $z(t_i)$, $j = 1, 2, \ldots, m$.

Два важных свойства – численная устойчивость и возможность обработки данных для нелинейной модели системы – позволили применить предложенный алгоритм фильтрации в реализации программного комплекса, предназначенного для анализа эффективности применения косвенных признаков маневра при обнаружении маневра надводного судна. Программный комплекс выполняет серию вычислительных экспериментов по обнаружению маневра судна. При проведении эксперимента алгоритм фильтрации применяется во время обработки траекторных данных о судне. Параметры эксперимента включают параметры фильтрации: настройки шумов процесса и наблюдения. При этом за основу берется истинная траектория судна, которая затем модифицируется (имитация помех при приеме сигнала при помощи РЛС), фильтруется при помощи предложенного алгоритма ККРФК, а вслед за этим обрабатывается алгоритмами обнаружения маневра со статической и с динамической границей срабатывания по сценарию работы [9].

Результатом экспериментов являются средние значения времени обнаружения маневра при статической и при динамической границах срабатывания последовательного алгоритма. Результаты позволяют оценивать эффективность применения динамической границы срабатывания в заданных условиях, что дает возможность проанализировать и повысить эффективность системы наблюдения за морской обстановкой на этапе проектирования.

Заключение

Вычислительные методы оптимального оценивания к настоящему времени стали самостоятельной областью исследования и получили большое развитие. Более детально они изложены в [8], где представлены также этапы экстраполяции, опущенные выше в разделах 3, 5–9, и последние блочные инновации. Эти алгоритмы привлекательны не только своей устойчивостью (робастностью) по отношению к погрешностям округления в компьютере. По существу, использование таких методов обработки экспериментальных данных справедливо относить к области эффективных *математических информационных технологий* (МИТ).

Одним из важных приложений методов, рассмотренных в данной статье, является задача скорейшего обнаружения маневра подвижного объекта, в которой возникает нелинейная модель. В этой задаче расширенный фильтр

Калмана, по сравнению с линейным фильтром для линейной модели, обладает меньшей численной устойчивостью из-за упрощения, лежащего в его основе, а именно: в случае фильтра первого порядка линеаризованная функция расчета следующего состояния системы включает лишь один элемент разложения в ряд Тейлора. Предложенная в статье квадратно-корневая реализация фильтра для этой задачи повышает устойчивость фильтра к ошибкам машинного округления, предупреждая потерю матрицей ковариации ошибок фильтрации свойств положительной определенности и симметричности. Рассмотренная процедура обработки траектории судна при помощи эффективной реализации расширенного фильтра использует базовую кинематическую модель судна, не включающую такие параметры, как присоединенные массы воды и массу судна. Оценки, вычисляемые предложенным расширенным фильтром, могут обрабатываться последовательным алгоритмом обнаружения маневра [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вапник В.Н. Восстановление зависимостей по эмпирическим данным. – М. : Наука, 1979.

2. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. – М. : Энергоатомиздат, 1990.

3. Чернодаров А.В., Белозеров И.А., Москалевич И.А. Применение модифицированной ортогонализации Грама-Шмидта для построения вычислительно устойчивых алгоритмов адаптивной фильтрации // Науч.-метод. материалы по авиационному оборудованию. Вып. 7 / под ред. М.К. Духовного. – Рига : РВВАИУ им. М.Я. Алксниса, 1985. – С. 62–68.

4. Валеев С.Г. Регрессионное моделирование при обработке данных. – Казань : ФЭН, 2001.

5. Kailath T., Sayed A.H., Hassibi B. Linear estimation. Prentice Hall, NJ, 1999.

6. Bierman G.J. Factorization methods for discrete sequential estimation. Academic, New York, 1977.

7. Grewal M.S., Andrews A.P. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB, Second Edition. John Wiley and Sons Inc., 2001. ISBNs: 0-471-39254-5 (Hardback) and 0-471-26638-8 (Electronic).

8. Семушин И.В. Вычислительные методы алгебры и оценивания. – Ульяновск : УлГТУ, 2011.

9. Захаров К.В. Динамическая настройка алгоритма обнаружения маневра корабля // Автоматизация процессов управления. – 2011. – № 4 (26). – С. 23–30.

10. Daowang, F., Teng, L., Tao, H.Z. Square-root second-order extended Kalman filter and its application in target motion analysis. Radar, Sonar & Navigation, IET. No. 4 , Iss. 3. pp. 329–335. doi 10.1049/iet-rsn.2008.0070.

11. Bar-Itzhack I.V., Medan Y. Efficient Square Root Algorithm for Measurement Update in Kalman Filtering // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1983. Vol. 6, No. 3. pp. 129–134. [Русский перевод: Бар-Ицхак И.И., Мэден И. Эффективный алгоритм коррекции измерений в фильтре Калмана // Аэрокосмическая техника. – 1984. – Т. 2, № 1. – С.141–147].

12. Bar-Shalom Y., Li X.R., Kurubarajan T. Estimation with Application to Tracking and Navigation. Wiley, 2001.

13. Маттис А.В. Оптимальное управление движением морских подвижных комплексов // Автоматизация процессов управления. – 2011. – № 1 (23). – С. 88–92.

14. X.R. Li, V.P. Jilkov Survey of Maneuvering Target Tracking. Part I: Dynamic Models // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. October 2003. Vol. 39, No. 4, pp. 1333–1364.