УДК 621.391.037

А.А. Гладких, И.С. Линьков

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕДУРЫ ИТЕРАТИВНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДАННЫХ

Гладких Анатолий Афанасьевич, *кандидат технических наук, окончил Военную академию связи им. С.М. Буденного, адъюнктуру ВАС, докторант Ульяновского государственного технического университета. Профессор кафедры «Телекоммуникации» УлГТУ. Имеет монографию,учебные пособия, авторские свидетельства в области помехоустойчивого кодирования и защиты информации. [e-mail: a.gladkikh@ulstu.ru].*

Линьков Иван Сергеевич, *аспирант кафедры «Телекоммуникационных технологий и систем» Ульяновского государственного университета, окончил УлГУ. Имеет публикации в области мягкого декодирования избыточных кодов. [e-mail: ivanlinkov@yandex.ru].*

Аннотация

В статье представлены результаты исследований алгоритмов итеративных преобразований помехоустойчивых кодов. Подобные процедуры декодирования обеспечивают существенное повышение эффективности мягких декодеров. Дается классификация таких алгоритмов. Доказывается оптимальность алгоритма по критерию скорости достижения конечного результата при использовании пошаговой коррекции мягких решений (МР).

Ключевые слова: декодер мягких решений, итеративный процесс.

Anatoly Afanasyevich Gladkikh, *Candidate of Engineering; graduated from the Military Com-munications Academy named after S. Budenny; completed his post-graduate program at the same academy; advanced doctoral student at Ulyanovsk State Technical University; Professor of the Chair 'Telecommunications' at Ulyanovsk State Technical University; author of a monograph, tutorials, certificates of authorship in the field of antinoise coding and information security. e-mail: a.gladfkikh@ulstu.ru.*

Ivan Sergeevich Linkov, *post-graduate student at the Chair 'Telecommunications Technologies and Systems' at Ulyanovsk State University; graduated from Ulyanovsk State University; author of publications in the field of soft decoding of redundant codes. e-mail: ivanlinkov@yandex.ru.*

Abstract

The article presents results of researches into algorithms for iterative transforms of antinoise codes. Such decoding procedures result in a considerable increase in performance of soft-decision decoding. the authors also give a classification of such algorithms and prove the algorithm optimality by a criterion of resulting effect rate using step-by-step soft-decision correction.

Key words: soft-decision decoding, iterative process.

ВВЕДЕНИЕ

Широкое применение в современных системах управления средств радиосвязи ставит ряд новых задач, решение которых направлено на эффективное использование мягких декодеров помехоустойчивых кодов. Главным преимуществом таких декодеров является возможность реализации в них итеративных преобразований данных для получения в системе связи дополнительного энергетического выигрыша [1, 2, 3]. Однако выполнение указанных преобразований может неоправданно увеличить время обработки информации, и поэтому процедура итеративных преобразований данных нуждается в оптимизации по параметру скорости получения конечного результата.

Цель работы - оптимизация и унификация процедуры итеративных преобразований мягких решений декодеров по критерию минимума итераций при вычислении наиболее вероятного решения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть дано замкнутое множество S последовательностей конечной длины n, которые являются словами систематического корректирующего кода. Символы этих слов выбираются из конечного алфавита $X = (x)$ и фиксируются приемником в виде жестких решений. Рассмотрим двоичный код, для которого x принимает значения 0 или 1. Обозначим через $X_0 = \{x\partial\ldots,x\partial"\}$ переданную по каналу последовательность, а через $\{X_s\}$, 5 = 1,5 другие последовательности рассматриваемого множества. Задача состоит в оценке условий, при которых после передачи по каналу последовательности x_0 и выполнения процедуры итеративных преобразований над соответствующими МР функции правдоподобия C_S всех альтернативных последовательностей X_s будут меньше функции правдоподобия C_0 последовательности x_0.

При мягком декодировании каждый i-й бит, $i = \overline{1,n}$ представляется в виде жесткого решения, сопровождающегося МР в виде некоторого вещественного κ_i, $X = X_{mm'} \ldots_{max}$ [4, 5]. Обозначая жесткое решение 0 через знак «-», а решение 1 через «+», для кортежа двоичных данных ..1 0 0 1 1... получим последовательность вида $\ldots + Xi - Xi{+}1 - Xi{+}2 + X_i{+}3 + \;{}_{+4}\ldots$, которая обрабатывается мягким декодером по правилу:

$$L(\lambda_{ki})+L(\lambda_{pc})\approx$$
$$\approx (-1\Gamma''\, X\, sign\,[L\,(K_{Kl})]\times sign\,[L\,(X j]\times$$
$$\times min\left(\left|L(\lambda_{ki})\right|,\left|L(\lambda_{pc})\right|\right), \quad (1)$$

где функция $sign(\bullet)$ возвращает знак своего аргумента;

$L(k_k)$ - индекс МР символа, участвующего в формировании проверочного бита;

$L(k_{\ldots})$ - индекс МР проверочного символа;

m - число исключенных из анализа положительных МР, входящих в корректируемый вектор [5].

Процедура (1) способствует повышению значения C_0, но ее исход не является однозначным. Обозначим через $(+pc)$ выполнение условия четности на приемной стороне для принятого кодового вектора. В противном случае приемник фиксирует значение $(-pc)$. Работу декодера с системой итеративных преобразований и проверками на четность целесообразно описывать целевой функцией вида

$$Q\{5;M\,(A);\,a\,(*,)\}=>\underset{S^\wedge>(-pc)}{sign}\,(S);\;|\underset{max}{M}(A)|;\underset{mln}{o}\,(X),$$

где S - значение четности по всем информационным разрядам принятого вектора;

параметр $|M(\kappa)|$ - абсолютная величина среднего значения кортежа мягких решений символов;

параметр $o(\kappa)$ является показателем разброса мягких решений,вычисляемым по правилу:

$$\sigma(\lambda)=(1/n-1)\sum_{i=1}^{n}\left(\left|M(\lambda)\right|-\left|\lambda_i\right|\right)^2.$$

Исследования показали, что по отдельности представленные параметры не являются информативными и не позволяют оценить очередность обработки нескольких кодовых векторов в системе с произведением кодов [6]. В соответствии с $Q\{\bullet\}$ декодер на первом шаге декодирования выполняет проверку четности, на втором шаге обработки данных оценивает среднее значение принятых индексов МР символов и в последнюю очередь определяет степень разброса зафиксированных приемником индексов. Максимальное значение $|M(\kappa)|$ соответствует высокой достоверности принятых символов, но может быть получено множество одинаковых значений $|M(\kappa)|$ при различной совокупности оценок, поэтому необходимо дополнительно оценивать параметр $o(\kappa)$. Если возникает ситуация неопределенности, когда $|M_i(\kappa)| = |M_j(\kappa)|$ при i ^ j, то приоритетной для последующей обработки данных является комбинация, у которой $c_i(\kappa)<c_j(\kappa)$. Это полностью отвечает принципу распространения доверия в ходе декодирования группы кодовых комбинаций [6].

СВОЙСТВА ИТЕРАТИВНОГО ПРОЦЕССА, СХОДДЩЕГОСД К ЗНАЧИМЫМ ОЦЕНКАМ

Процедура коррекции двух информационных разрядов из последовательности длины n со значениями $L(k_{kl})$ и $L(k_{k2})$, выполняемой согласно (1), для шага итерации с номером j имеет вид:

$$\Omega_j = \begin{cases} \left[min\,(sign\,|L\,(\kappa_{\kappa l})+L\,(k_{cork2})_j\right]\times \\ \quad \times\, signL\,(\kappa_{pc}))\approx sign\,(X_{cork2})_{j+1}\times(-1j\sim^{m}; \\ mm\,(sign|\mathbf{l}\,(X_{k2})+L\,\{X_{corkl}).\,]\times \\ \quad \times\,(signL\,(l_{pc}))\ll sign\,(X_{corkl})_{j+1}\times(-1)'''^{m}. \end{cases} \quad (2)$$

В соответствии с принципом Байеса при $j = 1$ на первом шаге итерации апостериорные оценки Korki = ^ cork2 = 0 [3]. Из (2) следует, что при $L(k_{kl})=L(k_{k2})$, любом $L(k_p)$ и реализации условия $(-pc)$ процедура коррекции теряет смысл из-за равенства апостериорных оценок $X_{corky} = X_{cork2j}$, отсюда $C_S = C_0$. Следовательно, при $(-pc)$ условие $L(k_{kl})\neq L(k_{k2})$ является необходимым для изменения значений функции правдоподобия. При реализации $(+pc)$ и выполнении условия $\kappa_{corkl} = \kappa_{cork2}$ неравенство $C_S < C_0$ обеспечивается всегда. Пусть $-(\ldots_{ki})$ или $-(\ldots_{ki})$ соответствуют понижению или повышению индекса МР. Итеративный процесс определим как сходящийся к значимым оценкам, если при достижении некоторого $j = j_{cs}$ величины $L(\lambda_{ki})$

и $L\hat{X}$^ не меняют своего знака при всех $j>j_{cs}$. Например, на приемной стороне получен вектор с МР вида:

$$\Gamma = +7 \quad +6 \quad +\hat{3} \quad (-7),$$

где в угловых скобках показан проверочный разряд, а символом вида $\hat{d}$ представлен ошибочный разряд кодовой комбинации. В примере для приведенного вектора выполняется условие $(-pc)$, поэтому на предварительном шаге обработки данных декодер исключает из комбинации символ $+7$, являющийся наиболее надежным. Поскольку этот символ сопровождается знаком «+», значение m принимается равным 1, а последующие шаги итеративных преобразований показаны ниже.

$$Q_1 = \begin{cases}[+3+0](-7) = -3; \\ [+6+0](-7) = -6.\end{cases} \quad Q_2 = \begin{cases}[+3-6](-7) = +3; \\ [+6-3](-7) \quad 3.\end{cases}$$

$$Q_3 = \begin{cases}[+3-3](-7) = 0; \\ [+6+3](-7) = -6.\end{cases} \quad \Omega_4 = \begin{cases}[+3-7](-7) = +4; \\ [+6+0](-7) = -6.\end{cases}$$

$$Q_5 = \begin{cases}[+3-6](-7) = +3; \\ [+6+4](-7) = -7.\end{cases} \quad \Omega_6 = \begin{cases}[+3-7](-7) = +4; \\ [+6+3](-7) = -7.\end{cases}$$

$$Q_7 = \begin{cases}[+3-7](-7) = +4; \\ [+6+4](-7) = -7.\end{cases} \quad \ldots$$

Заметно, что, начиная с Q_4, значения апостериорных оценок не изменяют своего знака, а результаты вычислений для Q_6, Q_7 и последующих j не изменяются. На основании этого Q_4 принимается как значимая оценка. Итогом полного цикла преобразований служит последовательность:

$$V = +7 \quad (+6+4) \quad (+\hat{3}-7) \quad (-7) =$$
$$= +7 \quad +10 \quad -4 \quad (-7).$$

Произошло восстановление ошибочно принятого вектора, и условие $(+pc)$ для него выполняется. Оценим вариации между значениями $L(X_{k1})$, $L(k_{k2})$ и $L(X)$ при которых достигается неравенство $C_S < C_0$.

При $(+pc)$ и $L(X_p) = X_{max}$ корректировка $L(X_{k}i)$осуществляется всего за один шаг итерации. Если $L(X_{k1}) + L(X_{cork2}) \wedge Kax$, то возможно $L(\hat{X}_{\kappa}) \sim X_{max}$ и требование $C_S < C_0$ выполняется. Для сохранения разрядной сетки процессора приемника при $L(\hat{X}_{\kappa}) > X_{max}$ целесообразно выполнять равенство $L(\hat{X}_j) = A_{max}$.

Если $L(X_{k1}) + L(k_{cork2})_j < X_{max}$ (корректируемые символы имеют низкие индексы МР), но $(+pc)$, то коррекция до уровня $L(\hat{X}) = X_{max}$ осуществляется за несколько шагов, даже если один из корректируемых индексов МР $L(V_{kv}) = X_{mm} = 0$.

В случае $(-pc)$ и $L(X^{\wedge}) = X_{max}$ результат коррекции зависит от соотношения модулей значений $L(X_{k1})$ и $L(X_{k2})$. Процедура коррекции всегда успешна, если оценки, попавшие под проверку, достаточно различимы, например, $L(X_{kV}) = X_{min}$ и $L(X_{k2}) = X_{max}$, при этом символ со значением X_{min} является ошибочным. На первом шаге итеративных преобразований $X_{cork11} = X_{cork21} = 0$. Отсюда новые значения для корректируемых символов равны $L(X_{k1}) = L(X_{k1}) + X_{max}$ и $L(X_{k2}) = L(X_{k2}) + L(X_{min})$ т. е. происходит инверсия знака для $L(X_{k1})$ и сохранение знака для $L(X_{k2})$. Если $L(X_{k1}) \phi X_{mjn}$, но близко к этому значению, то ситуация неопределенности разрешается за несколько итераций и условие $C_S < C_0$ выполняется.

Пусть $X_{cok1} < X_{cork2}$ и $L(X_{k2})$ представляет ошибочный разряд, а значение $L(X^{\wedge}) = X_{max}$. Из-за близости показателей $L(X_{k1})$ и $L(X_{k1})$ процедура коррекции будет ошибочной, происходит размножение ошибок и $C_S > C_0$. Следовательно, необходимо минимизировать корреляцию высоких показателей МР с ошибками [6]. Сомножитель $min(\bullet)$ в (1) указывает на целесообразность формирования целочисленных МР, поскольку приращение значений оценок определяется соотношением $A = |X_{k1} - X_{k2}|$ и при рациональных показателях МР необходим больший объем итераций.

ИТЕРАТИВНЫЙ ПРОЦЕСС С ПОШАГОВОЙ КОРРЕКЦИЕЙ МЯГКИХ РЕШЕНИЙ

Итеративный процесс, в котором апостериорные оценки j-го шага используются для коррекции индексов МР, полученных на $(j-1)$-м шаге, определим как алгоритм пошаговой коррекции значений МР.

Пусть даны $L(X_{k1})$, $L(X_{k2})$, $L(X)$ и пусть $L(X_{k1})$ и $L(X_{k2})$ не равны по абсолютным значениям и имеют разные знаки. Поскольку $A_{cork1} = X_{cork1} = 0$, то первый шаг итерации классического алгоритма пропускается и заменяется на вычисление алгебраической суммы $L(X_{k1})$ и $L(X_{k2})$. Таким образом, для приведенного выше примера итерация для Q_1 носит формальный характер и может быть исключена из алгоритма преобразований данных. На основании свойства коммутативности операция для Q_2 может выполняться только один раз с получением $\lambda_{cork2_2} = \lambda_{cork2_2}$. Следовательно, вместо четырех циклов итераций в новом алгоритме реализуется всего один цикл вычислений с результатами $L(X_{k1}) = L(\lambda_{k1}) + \lambda_{corkU}$ и $Щ_{k2_1}) = Щ_{k2_1}) + \wedge_{саЛ2_1}$. Повторение указанной процедуры обеспечивает резкое приращение оценок в отличие от плавного роста аналогичных показателей при выполнении классического алгоритма. Получаемый при этом выигрыш по числу итераций показан на рисунке. 1.

Предложенный алгоритм не является результативным по минимизации числа итеративных циклов, если $L(X_{k1})$ и $L(X_{k2})$ имеют одноименные знаки. В этом случае предлагается осуществлять циклические сдвиги символов $L(X_{k1})$,$L(X_{k2})$ и $L(X_p)$ влево (вправо) так, чтобы на месте проверочного символа оказалось МР с наибольшим индексом из альтернативы $L(X_{k1})$ или $L(X_{k2})$. Естественно, после выполнения необходимого числа итераций в алго-

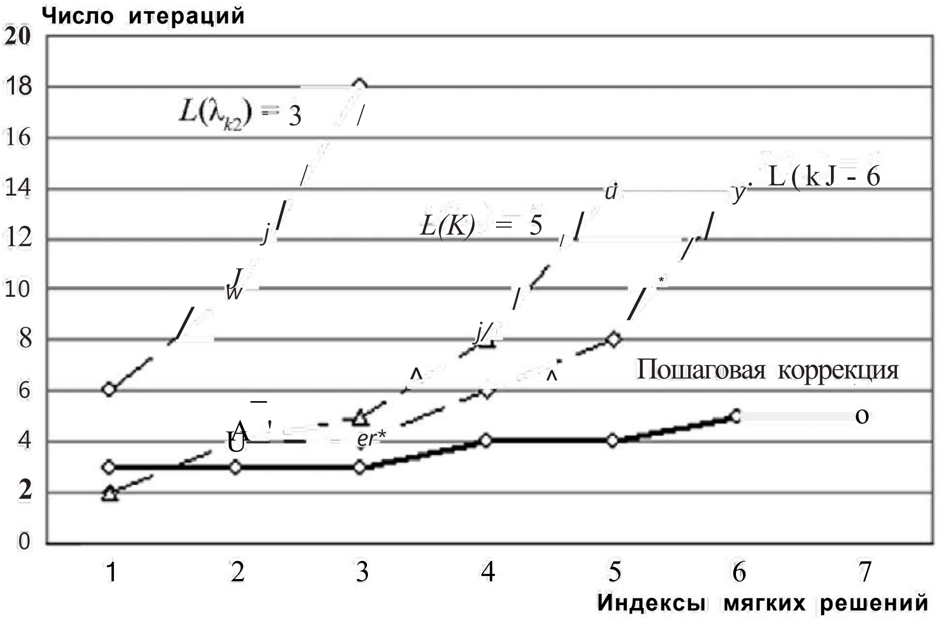

Рис. 1. Сравнительная характеристика метода значимых значений и пошаговой коррекции по числу итераций

ритме предусматривается обратный циклический сдвиг символов вправо (влево) для последующей обработки символов.

При условии $L(X\ ) = L(k_{k2})$ выполнение алгоритма приводит к ситуации неопределенности, разрешить которую удается только за счет перекрестных проверок по другим проверочным соотношениям. Покажем это на примере. Пусть в произведении кодов второго порядка на приемной стороне образовалась матрица вида:

+5	$-\hat{1}$	+7	(+7)	-5	8
-7	+6	+7	(-7)	+6,75	0,25
+6	$+\hat{3}$	+4	(-3)	-4,00	2,00
(-7)	(-7)	(+6)	(+7)	+6,75	0,25
+6,25	+4,25	+6	6,00	0	0
0,92	7,58	2,0	4,00	0	0.

В этой матрице правый столбец и нижняя строка представляют значения c(A), а предыдущие столбец и строка представляют значения $|M(A)|$, при этом знак этого параметра указывает на выполнение условия $(+pc)$ или $(-pc)$. Поскольку в первой строке этой матрицы значение M(X) отрицательно и оно наибольшее по абсолютной величине среди выявленных отрицательных значений M(X), то для коррекции данных декодер выбирает именно эту строку. Из нее временно удаляется символ (+7), поэтому $m = 1$. Строка принимает вид:

$$+5\quad -\hat{1}\quad Г+7;\quad (+7)\qquad +5\quad -\hat{1}\quad (+7).$$

Далее в соответствии с алгоритмом пошаговой коррекции:

$[-1+5]\ (+7) = +4$-корректирующая оценка для символа (+5);

$[+5-1]\ (+7) = +4$-корректирующая оценка для символа $(\hat{1})$.

Результат коррекции для выбранной строки:

$$(+5+4)(-1+4)+7(+7) = +7\quad +3\quad +7\quad (+7).$$

Для сохранения разрядной сетки представления индексов МР их значения больше 7 по абсолютной величине меняются на значение 7.

Матрица принимает вид:

+5	+3	+7	(+7)	5,50	3,67
-7	+6	+7	(-7)	+6,75	0,25
+6	+3	+4	(-3)	-4,00	2,00
(-7)	(-7)	(+6)	(+7)	+6,75	0,25
+6,25	-4,75	+6,00	6,00	0	0
0,92	4,25	2,00	4,00	0	0.

В соответствии с целевой функцией $Q\{\bullet\}$ для последующей коррекции выделяется последовательность $(+3)\ +6\ +3\ (-7)\ \wedge\ +6\ +3\ (-7)$, при этом $m = 1$. Символ (+3) вычеркивается, поскольку был подвергнут коррекции на предыдущем шаге и его достоверность достаточно высока (суть перекрестной проверки). Этот индекс по абсолютной величине в этой последовательности равен индексу другого корректируемого символа. При одинаковых знаках корректируемых символов процесс итеративных преобразований становится неопределенным. Для устранения этого отрицательного эффекта последовательность $+6\ +\hat{3}\ (-7)$ циклически сдвигается на шаг влево. Полученная при этом новая последовательность $+\hat{3}\ (-7)\ +6$ обрабатывается обычным образом:

$\left[-7 + \hat{3}\right] + 6 = —4$ – новая апостериорная оценка для символа $(+5)$,

$\left[+\hat{3} - 7\right] + 6 = —4$ - новая апостериорная оценка для символа (-7).

После коррекции последовательность $+\hat{3}\quad(—7)\quad+6$ приводится к виду —1(—14) + 6 = —1(—7) + 6, и в целях повышения надежности полученного результата выполняется второй шаг итеративных преобразований, который обеспечивает повышение индекса МР для символа —1. Этот шаг итерации реализуется по алгоритму, аналогичному вычислительной процедуре первого шага:

[—7 — 1] + 6 = —6 - новая апостериорная оценка для символа (—1);

[—1 — 7] + 6 = —6 - новая апостериорная оценка для символа (—7).

Полученная последовательность —7(—14) + 6 приводится к виду —7(—7) + 6, и после циклического сдвига вправо и добавления вычеркнутого ранее символа формируется окончательный ряд данных: +3 +6 —7 —7.

Матрица восстановлена и принимает вид:

+5	+3	+7	+7	+5,50	3,67
—7	+6	+7	—7	+6,75	0,25
+6	—7	+4	—3	+5,00	3,33
—7	—7	+6	+7	+6,75	0,25
+6,25	+5,75	+6,00	+6,00	0	0
0,92	3,58	2,00	4,00	0	0.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнение представленных методов итеративных преобразований мягких решений символов кодовых комбинаций показывает существенное преимущество метода пошаговой коррекции относительно метода значимых оценок.

При реализации декодеров помехоустойчивых кодов с использованием итеративных преобразований целесообразно исключать ситуации равенства значений корректируемых символов и в случае возникновения подобных ситуаций прибегать к перекрестным проверкам, например, при использовании произведений кодов размерности больше двух. При использовании подобных кодов необходимо применять предложенную целевую функцию с определением выполнения правил четности, модуля среднего значения мягких решений и разброса оценок.

Недопустимо применение в качестве проверочных разрядов индексов мягких решений с низкими показателями надежности. В случае возникновения подобных ситуаций допустимо применение циклических сдвигов символов, подвергаемых итеративной обработке с последующим обратным преобразованием по циклическим перестановкам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шувалов В.П. Прием сигналов с оценкой их качества. - М.: Связь, 1979. - 240 с.

2. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки: пер. с англ. / под редакцией Р. Л. Добрушина и С.Н. Самойленко. - М.: Мир, 1976. - 594 с.

3. Скляр Бернард. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. - 2-е изд., испр., пер. с англ. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. - 1104 с.

4. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. - М.: Техносфера, 2005. - 320 с.

5. Гладких А.А. Основы теории мягкого декодирования избыточных кодов в стирающем канале связи. - Ульяновск: УлГТУ, 2010. - 379 с.

6. Гладких А.А. Применение метода гиперкодирования в системах передачи данных // Автоматизация процессов управления. - 2011. - № 2 (24). - С. 77-81.