

УДК 621.391.2

Н.В. Лучков

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ФИЛЬТРАЦИИ
МНОГОМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Лучков Николай Владимирович, кандидат технических наук. Окончил радиотехнический факультет и аспирантуру на кафедре «Телекоммуникации» УлГТУ. Инженер-исследователь 1 категории ФНПЦ ОАО «НПО «Марс». Имеет статьи в области статистических методов обработки сигналов. [e-mail: nik-lnv@mail.ru].

Аннотация

В данной статье рассмотрены задачи эффективности фильтрации многомерных изображений. Предложены подходы, позволяющие сократить вычислительные затраты в сравнении с методами, основанными на решении системы уравнений Винера-Хопфа.

Ключевые слова: статистические методы, оценивание, фильтрация, случайное поле, многомерное изображение.

Nikolai Vladimirovich Luchkov, Candidate of Engineering, graduated from the Faculty of Radioengineering and from post-graduate studies at the 'Telecommunications' Chair of Ulyanovsk State Technical University; research engineer at Federal Research-and-Production Center Open Joint-Stock Company 'Research-and-Production Association 'Mars'; author of articles in the field of statistics methods in signal processing. e-mail: nik-lnv@mail.ru.

Abstract

The article examines tasks of effectiveness of filtration of multidimensional images. It offers approaches that allow to reduce computing costs in comparison with direct calculation methods for Wiener-Hopf combined linear equations.

Key words: statistics methods, evaluation, filtering, random field, multidimensional images.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие быстро развиваются разнообразные системы, связанные с обработкой цифровых сигналов и изображений. Среди них можно выделить системы глобального мониторинга Земли. Методы дистанционного зондирования основаны на регистрации в аналоговой или цифровой форме отраженного или собственного электромагнитного излучения участков поверхности в различных спектральных диапазонах.

Это обуславливает необходимость разработки новых методов качественного и количественного анализа космических наблюдений как единой многомерной совокупности. Описание сигналов и помех в таких системах осуществляется с помощью случайных функций нескольких переменных, т. е. случайных полей (СП). При этом одной из основных задач статистической обработки наблюдений является многомерная линейная фильтрация аддитивной смеси информационного СП с пространственно-временной корреляцией и белого мешающего поля помех [1–7]. В данных задачах важную роль играют алгоритмы, работающие в режиме реального времени и обеспечивающие быструю реакцию на предъявляемое изображение наблюдаемой сцены. Поэтому для обеспечения технической реализуемости задач фильтрации в реальном масштабе времени весьма актуальным является создание алгоритмов, решающих задачу при минимальных вычислительных затратах.

Следует также отметить, что существующие решения задач анализа эффективности фильтрации многомерных изображений, а также связанных с ними решений обнаружения протяженных аномалий на фоне многозональных изображений в настоящее время не всегда дают удовлетворительный результат. Действительно, прямые методы расчета пространственной ковариационной матрицы ошибок фильтрации требуют очень большого объема вычислений. Поэтому необходимы новые решения с использованием, в том числе, комбинирования существующих методов. В настоящей работе рассмотрена задача эффективности фильтрации СП на многомерных сетках.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ФИЛЬТРАЦИИ СП НА МНОГОМЕРНЫХ СЕТКАХ

Рассмотрение проблем обнаружения аномалий привело к необходимости определения ковариационных матриц ошибок фильтрации [3]. Вместе с тем, одной из важных задач статистической обработки наблюдений часто является многомерная линейная фильтрация СП с пространственно-временной корреляцией и белого мешающего поля помех [3, 5].

Чтобы найти необходимые для решения задачи обнаружения оптимальные оценки СП

$$\hat{x}_{ijk} = \sum_t \sum_{l,v \in G} \alpha_{lvtijk} z_{lv},$$

$$(i, j) \in G_0, (l, v) \in G, k, t = 1 \dots N, \quad (1)$$

и ковариационную матрицу ошибок фильтрации, необходимо решить систему линейных уравнений Винера-Хопфа [3, 5]:

$$\sum_t \sum_{l,v \in G} \alpha_{lvt} B(i-l, j-v, k-t) = B(i, j, k) - \alpha_{ijk}^T \sigma_\theta^2, \quad (2)$$

где $\bar{\alpha} = \{\alpha_{111}, \dots, \alpha_{lvt}\}$ – вектор, составленный из весовых коэффициентов оптимального оценивания.

Неизвестные значения ковариационной матрицы ошибок фильтрации $P(i, j, k)$ можно найти по следующей формуле:

$$P(i, j, k) = M[(\hat{x}_{000} - x_{000})(\hat{x}_{ijk} - x_{ijk})] = M[x_{000}x_{ijk}] - 2\alpha_{ijk} M[x_{000}x_{ijk}] + \sigma_\xi^2 \alpha_{ijk} \alpha_{lvt} + \alpha_{ijk} \alpha_{lvt} M[x_{ijk}x_{lvt}],$$

где x_{ijk}, \hat{x}_{ijk} – векторы, составленные из отсчетов и оценок мешающего изображения. Тогда после элементарных преобразований и с учетом решения системы (2) запишем следующее приближенное равенство:

$$P(i, j, k) = \sigma^2 \alpha(i, j, k). \quad (3)$$

Полученные соотношения позволяют проводить анализ обнаружения сигнала любой формы на произвольном числе кадров с заданными корреляционными характеристиками мешающих изображений и шума.

Процедуры винеровской фильтрации могут использоваться в прикладных задачах лишь при ограниченном числе k кадров и малых размерах области G . Вместе с тем, существует значительный круг задач, в которых наблюдения осуществляются непрерывно и число элементов в области G может быть сколь угодно большим. При этом построение прогноза с помощью весового суммирования всех предшествующих очередному кадру наблюдений

$$\bar{z}_k = \begin{pmatrix} z_{11k} & \dots & z_{1jk} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ z_{i1k} & \dots & z_{ijk} \end{pmatrix} \text{ может потребовать неоправданно}$$

больших вычислительных затрат и привести к дополнительным задержкам в реальных системах обнаружения. В подобных ситуациях целесообразно использовать эффективные рекуррентные процедуры построения оптимального прогноза.

Наибольшую популярность в задачах фильтрации случайных последовательностей завоевал фильтр Калмана. Воспользуемся прямым и обратным ходом тензорного фильтра Калмана [3]:

$$\begin{cases} \hat{x}_k = r\hat{x}_{k-1} + P_k V_\theta^{-1} (\bar{z}_k - r\hat{x}_{k-1}), \\ P_k = P_{\rightarrow k} (E + V_\theta^{-1} P_{\rightarrow k})^{-1}, \\ P_{\rightarrow k} = r^2 P_{\rightarrow k-1} + (1-r^2) V_x, \\ \hat{x}_k = \hat{x}_k + A_k (\hat{x}_{k+1} - r\hat{x}_k), \\ A_k = P_k r P_{\rightarrow(k+1)}^{-1}, \\ P_k^* = P_k + A_k (P_{\rightarrow(k+1)}^* - P_{\rightarrow(k+1)}) A_k^T, \end{cases} \quad (4)$$

где \hat{x}_k, \hat{x}_k – оценка k -го кадра многозонального изображения после прямого и обратного хода фильтра Калмана;

P_k, P_k^* – тензор значения дисперсии ошибки фильтрации k -го кадра после прямого и обратного хода фильтра Калмана;

$P_{\rightarrow k}$ – тензор экстраполированного значения дисперсии ошибки фильтрации k -го кадра;

r – коэффициент корреляции по k -й пространственной оси.

Пример фильтрации представлен на рисунке 1: а – исходное изображение, б – отфильтрованное изображение.

Анализ показывает, что за счет рекуррентного нахож-

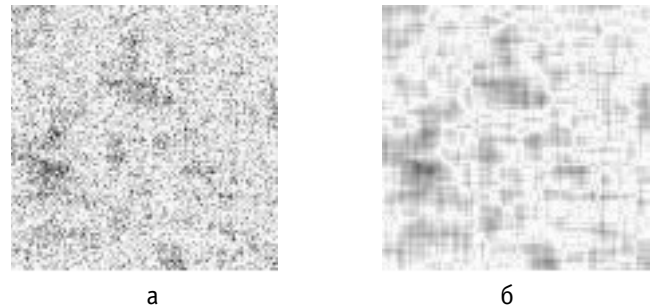


Рис. 1. Фильтрация изображения

дения оценок СП применение фильтра Калмана приводит к сокращению объема вычислений в N раз, где N – число кадров изображения. При этом значения вероятности правильного обнаружения близки к потенциально достижимым.

Для еще большего уменьшения вычислительных затрат предлагается следующий подход к вычислению ковариационной матрицы ошибок фильтрации СП. Согласно выражению (3), для вычисления ковариационной матрицы ошибок фильтрации необходимо найти матрицу весовых коэффициентов оптимального оценивания $\bar{\alpha}$:

$$\bar{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \dots & \alpha_{1(M-1)} & \alpha_{1M} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \dots & \alpha_{2(M-1)} & \alpha_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{(M-1)1} & \alpha_{(M-1)2} & \alpha_{(M-1)3} & \dots & \alpha_{(M-1)(M-1)} & \alpha_{(M-1)M} \\ \alpha_{M1} & \alpha_{M2} & \alpha_{M3} & \dots & \alpha_{M(M-1)} & \alpha_{MM} \end{pmatrix},$$

где $M = M1 \times M2$ – количество элементов (пикселей) двумерного изображения. Из выражения (3) можно заключить, что матрица $\bar{\alpha}$ является импульсной передаточной функцией фильтра, причем совокупность весовых коэффициентов $(\alpha_{l1} \alpha_{l2} \alpha_{l3} \dots \alpha_{l(M-1)} \alpha_{lM})$ каждой строки l ($l = 1 \dots M$) является импульсной передаточной характеристикой фильтра для пикселя изображения под номером l .

Для нахождения $\bar{\alpha}$ проведем импульсное разложение изображения из M пикселей на M составляющих изображений, каждое из которых содержит M пикселей.

Каждый из этих изображений содержит одну точку из исходного сигнала, а все остальные величины устанавливаются в ноль. Ненулевая точка называется импульсом. Зная отклик системы на импульс, выход системы можно вычислить для любого данного импульса. Найдем отклик системы на единичный импульс, присвоив импульсам в каждом составном изображении значение, равное единице. Поочередно отфильтруем эти изображения с помощью прямого и обратного хода фильтра Калмана (4). Записав в одну строчку l ($l = 1 \dots M$) все значения пикселей изображения $\{y_{ij}\}$, полученных в результате фильтрации, определяем значения импульсной передаточной характеристики фильтра пикселя исходного изображения под номером l :

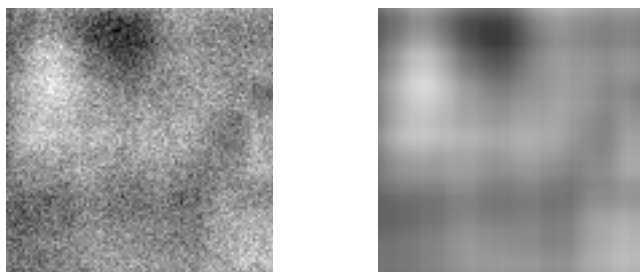
$$(\alpha_{11} \alpha_{12} \alpha_{13} \dots \alpha_{1(M-1)} \alpha_{1M}) = (y_{11} y_{12} y_{13} \dots y_{M1M2})^l.$$

Вычислив таким образом все M изображений, найдем все значения вектора весовых коэффициентов оптимального оценивания:

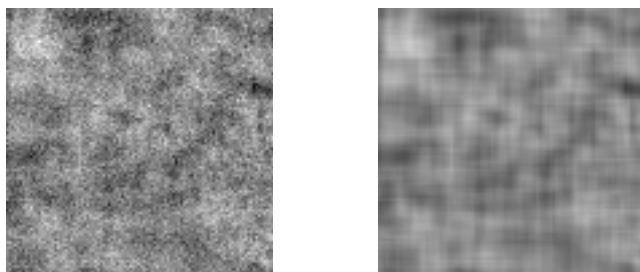
$$\bar{\alpha} = \begin{pmatrix} (y_{11} \ y_{12} \ y_{13} \ \dots \ y_{M1M2})^1 \\ (y_{11} \ y_{12} \ y_{13} \ \dots \ y_{M1M2})^2 \\ \vdots \\ (y_{11} \ y_{12} \ y_{13} \ \dots \ y_{M1M2})^{M-1} \\ (y_{11} \ y_{12} \ y_{13} \ \dots \ y_{M1M2})^M \end{pmatrix}.$$

На рисунке 2 представлены зашумленные и отфильтрованные изображения для значений $q = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_\theta^2} = 1$ и различных коэффициентов корреляции.

Оценим вычислительную сложность предложенного



а) (0,99; 0,99)



б) (0,9; 0,9)

Рис. 2. Моделирование фильтрации СП

метода расчета ковариационной матрицы ошибок фильтрации СП двумерного изображения; она составляет порядка M_1^5 операций умножения при условии, что $M_1 = M_2$. При этом использование решения системы линейных уравнений Винера-Хопфа (2) потребует примерно M_1^6 операций умножения. Таким образом, предложенный метод расчета ковариационной матрицы ошибок фильтрации СП двумерного изображения приводит к уменьшению объема вычислений в M_1 раз. А при условии, что изображение имеет бесконечные размеры $G \rightarrow \infty$, т. е. можно положить, что полезный сигнал G_0 всегда расположен посередине изображения G , сокращение объема вычислений составит M_1^2 раз. Подобным образом можно рассчитать значения ковариационной матрицы ошибок фильтрации СП многомерного изображения; выигрыш при этом составит N раз, где N – количество кадров в изображении.

Выводы

Таким образом, получены относительно простые рекуррентные алгоритмы оценивания и анализа эффективности фильтрации для многомерных СП. Предложенный подход к вычислению ковариационной матрицы ошибок фильтрации СП, позволяющий для многомерного изображения из N кадров сократить вычислительные затраты в N раз по сравнению с прямыми методами решения системы линейных уравнений Винера-Хопфа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана : пер. с англ. – М. : Мир, 1988 – 168 с.
2. Васильев К.К., Герчес В.Г. Исследование эффективности фильтрации изображений при треугольной развертке // Методы обработки сигналов и полей: сб. науч. тр. – Ульяновск : УлПИ, 1992. С. 33–44.
3. Васильев К.К., Крашенинников В.Р. Статистический анализ многомерных изображений – Ульяновск : УлГТУ, 2007. – 170 с.
4. Адаптивная фильтрация с субпиксельным оцениванием координат точечных объектов / В.С.Киричук [и др.] // Автоматрия. – 2006. – Т. 42, № 1. – С. 5–12.
5. Лучков Н.В. Эффективность обнаружения протяженных сигналов на фоне коррелированных помех // Итоги диссертационных исследований : II Всерос. конкурс молодых ученых. – М. : РАН, 2010. – С. 131–143.
6. Dikshit S.S. A Recursive Kalman Window Approach to Image Restoration // IEEE Trans., 1984, Vol. com – 32, Jan., pp. 125–139.
7. Woods J. Two-dimensional Kalman filtering // Topics in Applied Physics. Berlin, 1981. Vol. 42. pp. 155–208.