УДК 621.391.037

А.А. Гладких, Е.С. Баскакова, А.А. Маслов, Г.М. Тамразян

ЭФФЕКТИВНОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ НЕДВОИЧНЫХ КОДОВ С ПРОВОКАЦИЕЙ СТЕРТОГО ЭЛЕМЕНТА

Гладких Анатолий Афанасьевич, *кандидат технических наук, окончил Военную академию связи им. С.М. Буденного, адъюнктуру ВАС, профессор кафедры «Телекоммуникации» Ульяновского государственного технического университета. Имеет монографию, учебные пособия, статьи и патенты РФ в области помехоустойчивого кодирования и защиты информации. [e-mail: a.gladkikh@ulstu.ru].*

Баскакова Екатерина Сергеевна, *аспирант кафедры «Телекоммуникации» Ульяновского государственного технического университета, окончила УлГТУ. Имеет публикации и патенты РФ в области мягкого декодирования избыточных кодов. [e-mail: bes_forever87@mail.ru].*

Маслов Александр Алексеевич, *главный конструктор ФНПЦ ОАО «НПО «Марс», окончил Московский инженерно-физический институт. Имеет публикации и патенты РФ в области радиолокации, методов фильтрации сигналов и мягкого декодирования избыточных кодов. [e-mail: mars@mv.ru].*

Тамразян Георгий Михайлович, *аспирант кафедры «Телекоммуникации» Ульяновского государственного технического университета, инженер-исследователь ФНПЦ ОАО «НПО «Марс», окончил УлГТУ. Имеет публикации в области мягкого декодирования избыточных кодов. [e-mail: tamrazz@bk.ru].*

Аннотация

Представлены результаты исследований алгоритмов декодирования турбокодов размерности 2D с использованием процедуры итеративных преобразований комбинаций внутреннего кода. Это обеспечивает использование введенной в код избыточности на границе асимптотических возможностей. Для проверки достоверности окончательного результата декодирования используется метод провокации, направленный на вызов прогнозируемой реакции декодера недвоичного кода при исправлении стертого символа с известными параметрами. Повышение производительности процессора приемника обеспечивается за счет быстрого декодирования недвоичного кода без применения метода проб и ошибок при вычислении локаторов ошибочных позиций.

Ключевые слова: декодер мягких решений, итеративный процесс, последовательный турбокод, стирание.

Anatoly Afanasievich Gladkikh, *Candidate of Engineering, graduated from S.M. Budyonny Military Communication Academy; finished his post-graduate studies at the same academy; Professor at the Department of Telecommunication of Ulyanovsk State Technical University; author of a monograph, text-books, articles, and patents in the field of noise-immune coding and information security. e-mail: a.gladkikh@ulstu.ru.*

Ekaterina Sergeevna Baskakova, *Post-graduate Student at the Department of Telecommunication of Ulyanovsk State Technical University; graduated from Ulyanovsk State Technical University; author of publications and patents in the field of redundant code soft-decision decoding. e-mail: bes_forever87@mail.ru.*

Alexander Alekseevich Maslov, *Chief Designer at FRPC OJSC 'RPA 'MARS', graduated from the Moscow Institute of Engineering and Physics; author of publications and patents of Russian Federation in the field of radiolocation, signal filtering methods and redundant code soft-decision decoding. e-mail:mars@mv.ru.*

Georgy Mikhailovich Tamrazian, *Post-graduate Student at the Department of Telecommunication of Ulyanovsk State Technical University; Research Engineer at FRPC OJSC 'RPA 'MARS'; graduated from Ulyanovsk State Technical University; author of articles in the field of redundant code soft-decision decoding. e-mail: tamrazz@bk.ru.*

Abstract

The findings of decoding algorithms for 2D turbo-codes using a method of inner code combinations iterative transformations are presented. It provides the use of redundancy brought into the code at the border of asymptotic code's abilities. A method of provocation is applied for the testing of final decoding result reliability. It aims to call a predictable non-binary code decoder reaction while correcting an erased code symbol with known parameters. The receiver performance increasing is provided by a fast non-binary code decoding without a trial method application while calculating error position locators.

Key words: soft-decision decoder, iterative process, cascade turbo-code, erasure.

Введение

В течение последнего десятилетия в области телекоммуникационных технологий произошли качественные изменения в совершенствовании средств обмена данными и обеспечения управления сетевыми ресурсами. Однако существующие мобильные, в том числе и полевые, системы связи обладают значительно низкой пропускной способностью, чем стационарные. Поэтому главными направлениями создания перспективной мобильной составляющей становятся широкополосные цифровые комплексы связи со средствами повышения помехоустойчивости и помехозащищенности.

Этот процесс объективно связан с постоянным совершенствованием алгоритмов реализации математической логики событий и методов, учитывающих совместную динамику изменения условий функционирования систем управления и систем связи в целом. Увеличить скорость передачи информации при заданной помехоустойчивости в перспективных системах радиосвязи возможно за счет применения новых технологий адаптивного помехоустойчивого кодирования, согласованного с меняющимися параметрами каналов связи.

Применение каскадных схем кодирования или схем последовательного турбокодирования на основе недвоичных кодов существенно расширяет спектр возможностей параметрической адаптации, особенно при использовании мягких декодеров, основанных на упорядочении индексов мягких решений (ИМР) символов кодовых комбинаций [1–4].

Цель работы – унификация процедуры кодирования и декодирования недвоичных кодов на основе преобразований ИМР для использования введенной в код избыточности на уровне, близком к асимптотическим оценкам.

Постановка задачи

Пусть N, Z, C – конечные множества, N, Z– алфавиты входного и выходного сигналов соответственно, а C– алфавит состояний канала. Канал задается семейством условных распределений $w(z|n,c)$ на $Z(z\in Z)$, определяемым входным сигналом $n\in N$ и состоянием $c\in C$. Отсутствие памяти означает, что при длине передачи $\delta>1$ (δ – натуральное число) переходная функция $w^{\delta}(\overline{z}\,|\,\overline{n},\overline{c})$, в которой $\overline{n}=(n(1), ..., n(\delta))\in N^{\delta}$, $\overline{z}=(z(1), ..., z(\delta))\in Z^{\delta}$ и $\overline{c}=(c(1), ..., c(\delta))\in C^{\delta}$ представляется в виде:

$$w^{\delta}\left(\overline{z}\,|\,\overline{n},\overline{c}\right)=\prod_{i=1}^{\delta} w\left(z\left(i\right)|\,n\left(i\right),c\left(i\right)\right).$$

В системе с каскадным кодированием алфавит N формируется как произведение недвоичного кода $n1$ (внешнего кода) и некоторого внутреннего двоичного кода $n2$, поэтому $N=n1\times n2$ [4]. Слова систематического кодера $n1_j$ формируются на основе регистра с обратными связями, которые определяются порождающим полиномом $g_{n1}(x)$. В адаптивной системе предусматривается несколько кодов $n1_j$, и каждый из них определяется собственным $g_{n1}(x)_j$, где $j=1$; 2;.... Полиномы $g_{n1}(x)_{j=1}$ и $g_{n1}(x)_{j=2}$ отличаются только степенями примитивных элементов α при одноименных x. Это означает, что при смене порождающего полинома в обратные связи регистра кодера необходимо подавать значения α, соответствующие выбранному $g_{n1}(x)_j$. Для этого требуется система переключающих устройств. В мягком декодере каждый ξ-й бит кода $n2$ принятого кодового вектора представляется в виде жесткого решения, сопровождающегося ИМР в виде некоторого λ_{ξ} [4, 5]. Обозначая жесткие решения через «минус» для информационного нуля и через «плюс» для единицы, на выходе приемника получают кортеж данных $\ldots+\lambda_{\xi}-\lambda_{\xi+1}-\lambda_{\xi+2}-\lambda_{\xi+3}-\lambda_{\xi+4}\ldots$, который в последующем обрабатывается в мягком декодере, например, итеративным методом.

Пусть $\{\lambda_{\xi}\}$ – конечный алфавит множества целочисленных индексов, для которых $\{\lambda_{\xi}\}=\overline{\lambda_{min},\lambda_{max}}$, и для любого кодового вектора допустимо среди зафиксированных ИМР выделение $s\leq d_{min}-1$ ненадежных элементов с наименьшими значениями λ_{ξ}, где d_{min}– метрика Хэмминга. При приеме символов на фиксированной длине кодовых комбинаций в общем случае может быть сформировано различное значение ненадежных символов ξ, которые идентифицируются и восстанавливаются кодовыми методами как стирания. В рамках данной работы стирание представляется как количественная характеристика жесткого решения, означающая, что его значение не определено с заданным уровнем упорядочения. Обозначим для таких условий приема через P_{0s} вероятность ошибочного декодирования кодовой комбинации. Очевидно, что

$$P_{0s}=\sum_{\xi=0}^{s}P_{\xi}\cdot P_{\xi}'+\sum_{\xi=s+1}^{n1}P_{\xi}, \tag{1}$$

где P_{ξ} – вероятность появления таких значений ИМР, которые в алгоритме декодирования стираются;

P_{ξ}' – вероятность появления ошибок в этой же кодовой комбинации при наличии ровно ξ стираний, которые способствуют снижению вероятности ошибки декодирования, следовательно, $P_{\xi}'\geq P_{\xi+1}'$ ($\xi=0$, 1, ..., $d_{min}-1$).

Установим, что P_{0const}– вероятность ошибочного декодирования комбинации избыточного кода, когда, используя принцип лексикографического упорядочения для любой пары элементов λ_{ξ} и λ_{ξ}' из $\{\lambda_{\xi}\}$ можно указать, что $|\lambda_{\xi}|\geq|\lambda_{\xi}'|$. Пусть на этой основе в принятом кодовом векторе формируется ровно $\xi=s$ стираний. В этих условиях при реализации в процедуре декодирования требования $P_{\xi}'\geq P_{\xi+1}'$ для кодовых комбинаций длины $n1$ выполняется соотношение $P_{0s}>P_{0const}$. Составим очевидное неравенство

$$P_s'\sum_{\xi=0}^{s}P_{\xi}+\sum_{\xi=s+1}^{n1}P_{\xi}>P_s'\sum_{\xi=0}^{s}P_{\xi}+P_s'\sum_{\xi=s+1}^{n1}P_{\xi}. \tag{2}$$

Но $\sum_{\xi=0}^{s} P_\xi + \sum_{\xi=s+1}^{n1} P_\xi = 1$ и $P'_s \sum_{\xi=0}^{s} P_\xi + \sum_{\xi=s+1}^{n} P_\xi > P'_s$.

Тогда $P'_\xi \geq P'_{\xi+1}$ и $P'_s \sum_{\xi=0}^{s} P_\xi < \sum_{\xi=0}^{s} P'_\xi P_{\xi'}$ и, усиливая это неравенство, получим

$$P'_s \sum_{\xi=0}^{s} P'_\xi P_\xi + \sum_{\xi=s+1}^{n} P_\xi > P'_s. \qquad (3)$$

Следовательно, $P_{0s} > P_{0const}$ и при декодировании комбинаций кода $n1$ целесообразно выделить и исправлять $d_{min}-1$ стирание, используя полностью введенную в код избыточность. Задача: для канала без памяти с переходной функцией $w^\delta(\bar{z}\,|\,\bar{n},\bar{c})$, используя на приемной стороне принцип упорядочения символов, декодировать комбинации недвоичного избыточного кода $n1$ путем исправления максимального числа стертых позиций [6, 7].

Принцип формирования ИМР в двоичном канале связи

Широко распространенный способ формирования логарифмического отношения правдоподобия в модели канала с $w^\delta(\bar{z}\,|\,\bar{n},\bar{c})$ обеспечивает получение ИМР по правилу:

$$\lambda(z) = \frac{2\sqrt{E}}{\sigma^2} \times z,$$

где z – реализация сигнала,

E – энергия сигнала на бит,

σ^2– дисперсия условной плотности распределения вероятностей параметра z. Известно, что $\sigma^2 = N_0/2$, (N_0– спектральная плотность гауссовского шума) [4, 6]. Недостаток подобного метода определяется зависимостью оценки $\lambda(z)$ от статистического параметра σ^2[3].

В целях совершенствования процедуры вычисления ИМР в [3] предлагалось ввести широкий интервал стирания и всем значениям сигналов, принятых за пределами этой зоны в окрестностях математического ожидания случайной величины z, присваивать максимальную градацию надежности λ_{max}. Другие значения $\lambda_\xi < \lambda_{max}$ формировать на основе линейной зависимости вида:

$$\lambda_i(z) = \left\| \frac{\lambda_{max}}{\rho M_{мп}} \times z \right\|, \qquad (4)$$

где $M_{мп}$ – математическое ожидание модулируемого параметра. Указанный подход обеспечивает универсальность метода формирования ИМР и оставляет конструктору приемника свободу выбора для значения индекса с максимальным показателем. Важной особенностью метода является независимость показателей ИМР от знания статистических характеристик канала связи. Для системы с амплитудной модуляцией (АМ) $M_{мп} = \left|\sqrt{E}\right|$, а для системы с фазовой манипуляцией (ФМ-2) параметр $M_{мп}$ равен номинальному значению фазы. Например, $M_{мп1} = \pi/2$ для «1» и $M_{мп0} = -\pi/2$ для «0». Получаемый кортеж данных в пределах одной кодовой комбинации обрабатывается мягким декодером по правилу:

$$L(\lambda_{k\xi}) + L(\lambda_p) \approx (-1)^{1-m} \times sign\left[L(\lambda_{k\xi})\right] \times \\ \times sign\left[L(\lambda_p)\right] \times min\left(\left|L(\lambda_{k\xi})\right|, \left|L(\lambda_p)\right|\right), \qquad (5)$$

где функция $sign(\bullet)$ возвращает знак своего аргумента;

$L(\lambda_{k\xi})$ – ИМР символа, участвующего в формировании проверочного бита;

$L(\lambda_p)$ – ИМР проверочного символа;

m – число исключенных из анализа (в пределах обрабатываемой кодовой комбинации) положительных ИМР, входящих в корректируемый вектор [5]. Последнее условие определяется тем, что в процедуре проверки четности жесткое решение проверочного символа может изменить только положительное значение проверяемого символа. Важной особенностью правила (5) является необходимость иметь высокие значения для $L(\lambda_p)$. В этом случае, как показано в [8], итеративные преобразования оказываются наиболее продуктивными. Наибольшую опасность для описанных действий представляют ошибочные значения $L(\lambda_p)$, близкие к λ_{max}. Поэтому для минимизации подобного явления целесообразно выбирать большое значение интервала стирания ρ.

На рисунках 1–4 представлены результаты имитационного моделирования приемника с ФМ-2, полученные для различных отношений сигнал-шум. С целью удобства представления данных комбинации последовательного кода на рисунках показаны в виде матриц.

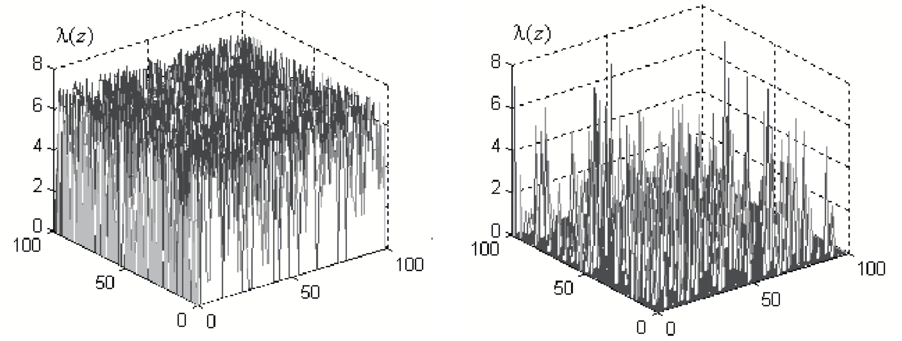
Из анализа результатов испытаний модели канала связи с низким уровнем отношения сигнал-шум (параметр h, см. рис. 1) выбранное значение порога стирания $\rho = 0{,}9$ обеспечивает относительно редкое появление ошибочных символов с высокими значениями $\lambda(z)$. Это положительно влияет на процедуру итеративных преобразований символов, поскольку подавляющее большинство корректируемых ошибок будут иметь низкие значения λ_ξ. Отрицательной стороной подобных действий становится повышение разброса оценок (см. рис. 1 а), что приводит к некоторому увеличению числа шагов итеративных преобразований.

Снижение уровня для интервала стирания уменьшает разброс показателей оценок, но существенно повышает количество оценок с высокими значениями $\lambda(z)$, зарегистрированных ошибочно.

При относительно высоких показателях отношения сигнал-шум заметно снижение числа зарегистрированных ошибочных символов. Результаты испытаний приведены на рисунках 3 и 4.

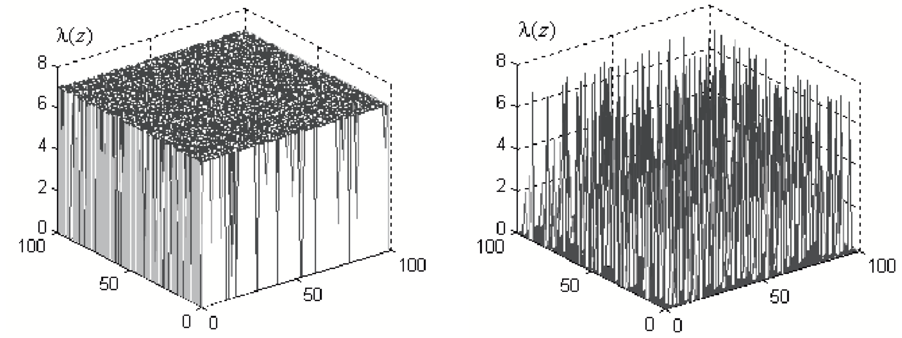
Широкий интервал стирания, как и в первом случае, обеспечивает низкие значения $\lambda(z)$, связанные с ошибочными символами, но разброс оценок остается достаточно большим.

Снижение показателя ρ приводит к появлению ошибочных символов с ИМР, равных значению λ_{max}, что повышает риск размножения ошибок в ходе декодирования



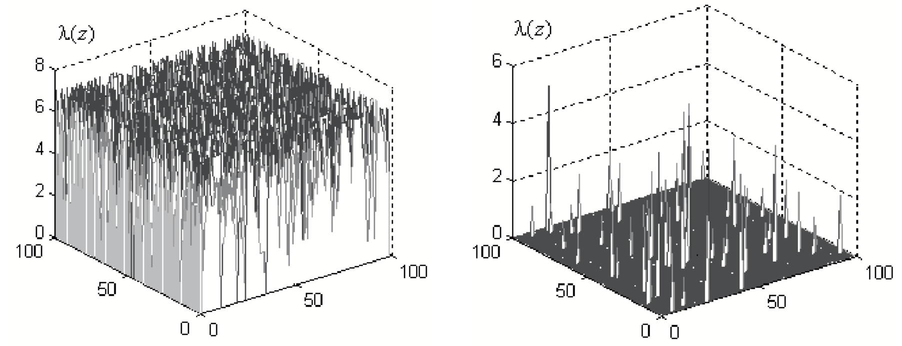
а) оценки правильных символов б) оценки ошибочных символов

Рис. 1. Сравнительные данные по ИМР для $h=0$ дБ и $\rho=0{,}9$



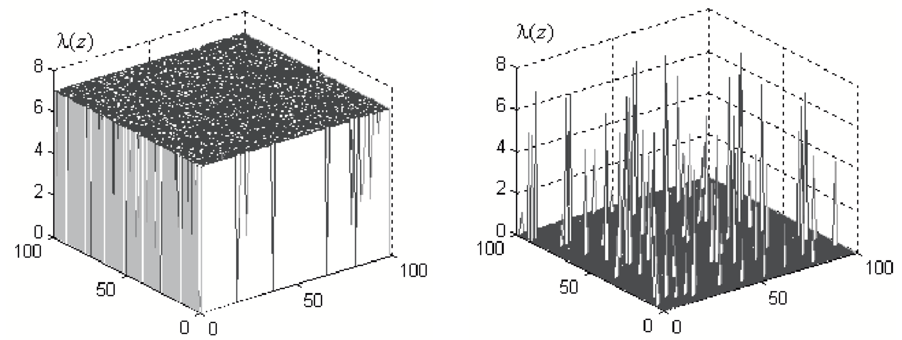
а) оценки правильных символов б) оценки ошибочных символов

Рис. 2. Сравнительные данные по ИМР для $h=0$ дБ и $\rho=0{,}3$



а) оценки правильных символов б) оценки ошибочных символов

Рис. 3. Сравнительные данные по ИМР для $h=3$ дБ и $\rho=0{,}9$



а) оценки правильных символов б) оценки ошибочных символов

Рис. 4. Сравнительные данные по ИМР для $h=3$ дБ и $\rho=0{,}3$

с выполнением итеративных преобразований. Приведенные результаты моделирования относятся к методам формирования ИМР для двоичных символов. При обработке комбинаций каскадных кодов подобные данные не являются достаточно информативными применительно к q-м символам недвоичных кодов. Поэтому предлагается на длине кодовой комбинации кода $n1$ формировать данные о двоичных символах в виде обобщенных статистических характеристик, таких, как математическое ожидание и дисперсия. Комплексное применение подобных данных позволяет более точно идентифицировать ошибочные недвоичные символы и тем самым повысить эффективность процедуры декодирования внешнего кода. Процедура идентификации символа может быть выполнена за два шага по схеме:

$$Q\left(\lambda_\xi, n1\right) = \begin{cases} \underset{pc\oplus pc'=0}{sign}\left(pc\right); \ \underset{pc'}{max}; \\ \underset{M\left(\lambda_\xi\right)}{max}; \ \underset{\sigma^2\left(\lambda_\xi\right)}{min}. \end{cases} \qquad (6)$$

Исследования показали, что по отдельности представленные параметры не являются информативными и не позволяют оценить очередность обработки нескольких кодовых символов кода Рида-Соломона (РС). В соответствии с $Q\{\bullet\}$, декодер на первом шаге декодирования выполняет проверку четности, на втором шаге обработки данных оценивает среднее значение принятых ИМР символов и в последнюю очередь определяет степень разброса зафиксированных приемником индексов. Максимальное значение $|M(\lambda)|$ соответствует высокой достоверности принятых символов, но может быть получено множество одинаковых значений $|M(\lambda)|$ при различной совокупности оценок, поэтому необходимо дополнительно оценивать параметр $\sigma^2(\lambda)$. Если возникает ситуация неопределенности, когда $|M_i(\lambda)|=|M_j(\lambda)|$ при $i\neq j$, то приоритетной для последующей обработки данных является комбинация, у которой $\sigma_i^2(\lambda) < \sigma_j^2(\lambda)$. Это полностью отвечает принципу распространения доверия в ходе обработки кодовых символов кода РС. Например, в некоторой последовательности трех комбинаций кода $n1$ необходимо выделить наиболее ненадежную:

1. $+4\ \ -1\ \ -7\ \ -6\ \ -6\ \ -4\ \ -5\ \ -4\ \ +7\ \ 0\ \ +7\ \ 4{,}1\ \ 4{,}8$
2. $-6\ \ -1\ \ -1\ \ +4\ \ +6\ \ +7\ \ -7\ \ -2\ \ -1\ \ 1\ \ -1\ \ 2{,}9\ \ 7{,}1$
3. $-4\ \ +7\ \ +6\ \ +4\ \ -5\ \ +6\ \ +6\ \ -7\ \ +7\ \ 0\ \ +7\ \ 4{,}9\ \ 1{,}8$.

В соответствии с $Q(\lambda_\xi, n1)$, будут выделены комбинации 1 и 3. Из них наиболее надежной является комбинация 3 (наибольшее значение $M(\lambda_{\xi=3})=4{,}9$ и минимальное значение дисперсии $\sigma^2(\lambda_{\xi=3})=1{,}8$). По данным критериям комбинация 2 оказывается менее надежной.

Декодирование с провокацией стертого элемента

Сложность реализации алгоритма исправления стираний в недвоичных кодах соизмерима со сложностью реализации алгоритма исправления ошибок, но стираний исправляется в два раза больше. Поэтому при исправлении стираний важно добиться точного отсутствия ошибок среди нестертых символов, принятых к обработке после упорядочения стертых позиций.

В результате мягкой обработки элементов кода $n2$ с использованием $Q(\bullet)$ для каждого недвоичного символа кода $n1$ могут быть сформированы свои оценки приоритетов. Показано, что для кода $n1$ целесообразно формировать всего три градации: высокий приоритет, сомнительный и низкий. Недвоичные символы с высоким приоритетом не обрабатываются, и для них на длине кодового вектора фиксируются позиции, которые обозначим как α_i, где $i=\overline{0;\,n-s}$. Символы с низким приоритетом стираются, и их позиции на длине $n1$ фиксируются как s_j, где $j=\overline{0;\,s}$. Недвоичные символы с сомнительным приоритетом подвергаются обработке по правилу (5), и по результатам итеративных преобразований они могут быть переведены или в $\{\alpha_i\}$, или в $\{s_j\}$. Если некий символ надежно переводится во множество $\{\alpha_i\}$, то его значение фиксируется декодером как α_x и этот символ переводится в стирание. По сути символ α_x является спровоцированным стиранием. Провокация – действие, направленное на вызов прогнозируемой реакции. Если α_x в ходе декодирования получает свое заявленное значение в ходе итеративных преобразований, то восстановление сформированных $d_{min}-2$ стираний внешнего кода считается выполнено верно. Асимптотический выигрыш для недвоичных кодов оценивается как

$$D_{nk}=10lg(k1\,(1-k1/n1+1/n1))\ \text{дБ [8]}.$$

Таким образом, энергетический выигрыш при реализации рассматриваемого алгоритма будет равен $D_{nk}=10lg(k1\,(1-k1/n1))$ дБ, что меньше по сравнению с асимптотической оценкой на величину $1/n1$.

Рассмотрим применение метода на примере декодирования кода РС (7,3,5) над полем $GF(2^3)$. Результаты преобразования некоторого разрешенного вектора $\overline{n}=\alpha^2\alpha^4\alpha^5\alpha^5\alpha^2\alpha^6\alpha^4$ кода представлены в таблице 1.

Как видно из данных таблицы 1, сомнительный приоритет назначается при выполнении проверки четности, но при высоких значениях дисперсии. Исходя из значений приоритетов, символы кода РС стираются для последующего восстановления. При этом нет необходимости выполнять процедуру поиска локаторов ошибок, что существенно снижает сложность реализации декодера.

Таблица 1

Таблица расчета целевой функции для символов кода РС

Символы $\overline{n}$ с проверкой четности	Влиянием помехи $\overline{c}$	$\overline{z}$	λ_i	$(+pc)$	$M(\lambda)$	$G(\lambda)$	Приоритет
$\alpha^2 \to 1001$	+1,41-0,20 -1,41+0,80 -1,41-0,54 +1,41+0,42	+1,21 -0,61 -1,95 +1,83	6,7=6 3,3=3 2,0=7 1,8=7	+	5,75	3,58	Высокий
$\alpha^4 \to 1100$	+1,41-0,48 +1,41+0,16 -1,41+1,95 -1,41-0,49	+0,93 +1,57 +0,54 -1,90	5,1=5 1,6=7 3,0=3 1,9=7	-	5,50	3,66	Низкий
$\alpha^5 \to 1111$	+1,41-2,92 +1,41+1,72 +1,41-0,90 +1,41-0,24	-1,51 +3,31 +0,51 +1,17	1,5=7 3,3=7 2,8=2 6,4=6	-	5,50	5,67	Низкий
$\alpha^5 \to 1111$	+1,41+0,34 +1,41-0,88 +1,41-1,07 +1,41+0,47	+1,75 +0,53 +0,34 +1,88	1,7=7 2,9=2 1,9=1 1,9=7	+	4,25	10,25	Сомнительный *Принимается за* α_x
$\alpha^2 \to 1001$	+1,41+1,46 -1,41-0,67 -1,41+0,61 +1,41+1,15	+2,87 -2,08 -0,80 +2,56	2,9=7 2,1=7 2,0=4 2,6=7	+	6,25	2,25	Высокий
$\alpha^6 \to 1010$	+1,41-0,19 -1,41-0,90 +1,41-0,70 -1,41-0,36	+1,22 -2,31 +0,71 -1,77	6,7=6 2,3=7 3,9=3 1,8=7	+	5,75	3,58	Высокий
$\alpha^4 \to 1100$	+1,41+0,05 +1,41+0,56 -1,41+1,28 -1,41-1,18	+1,46 +1,97 -0,13 -2,59	1,4=7 2,0=7 0,7=0 2,6=7	+	3,58	12,25	Сомнительный

Определив число S ненадежных символов кода РС, декодер стирает их при условии, что $S = d_{min} - 1$ и в это число входит выбранный элемент α_x. При $d_{min} = 5$ декодер кода РС способен восстановить ровно четыре стирания. Кодовый вектор, принятый из канала связи по результатам мягкой обработки символов кода $n2$, принимает вид $\alpha^2 S_1\ S_2\ S_3 \alpha^2\ \alpha^6 S_4$. Для дальнейших расчетов целесообразно представить этот вектор совместно с номерами позиций, на которых находятся достоверные символы и стертые символы (табл. 2).

Таблица 2

Расстановка символов кодового вектора по позициям

Номер позиции $\gamma = \overline{0;\, n-1}$	0	1	2	3	4	5	6
Символы α_i и стирания s_j кодового вектора	α^2	S_1	S_2	S_3	α^2	α^6	S_4

На основании полученных α_i и s_j вычисляют синдромы для позиций 1; 2; 3 и 6. Следует иметь в виду, что независимо от номера стертой позиции значения синдромов стертых позиций (при наличии четырех стираний) вычисляются всегда для $j_1 = 0;\ j_2 = 1;\ j_3 = 2;\ j_4 = 3.$ Алгоритм вычисления представлен ниже.

Множитель $j_1 + 1 \rightarrow$

$$S_{j=0} = \alpha^2\,\alpha^0 + \alpha^2\,\alpha^4 + \alpha^6\,\alpha^5 = \alpha^2 + \alpha^6 + \alpha^4 = \alpha^5;$$

Множитель $j_2 + 1 \rightarrow$

$$S_{j=1} = \alpha^2\,\alpha^0 + \alpha^2\,\alpha^8 + \alpha^6\,\alpha^{10} = \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^2 = \alpha^3;$$

Множитель $j_3 + 1 \rightarrow$

$$S_{j=2} = \alpha^2\,\alpha^0 + \alpha^2\,\alpha^{12} + \alpha^6\,\alpha^{15} = \alpha^2 + \alpha^0 + \alpha^0 = \alpha^2;$$

Множитель $j_4 + 1 \rightarrow$

$$S_{j=3} = \alpha^2\,\alpha^0 + \alpha^2\,\alpha^{16} + \alpha^6\,\alpha^{20} = \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha^5 = \alpha^6.$$

На основе полученных данных формируют полином синдромов вида:

$$S(x) = \alpha^5 + x\,\alpha^3 + x^2\alpha^2 + x^3\alpha^6, \qquad (7)$$

а по известным стертым позициям строят полином локаторов стираний:

$$\begin{aligned} L(x) &= (1 + x\alpha)(1 + x\alpha^2)(1 + x\alpha^3)(1 + x\alpha^6) = \\ &= (1 + x\alpha^2 + x\alpha + x^2\alpha^3)(1 + x\alpha^6 + x\alpha^3 + x^2\alpha^9) = \\ &= (1 + x\alpha^4 + x^2\alpha^3)(1 + x\alpha^4 + x^2\alpha^2) = \\ &= 1 + x^2(\alpha^2 + \alpha + \alpha^3) + x^3(\alpha^6 + \alpha^0) + x^4\alpha^5 = \\ &= 1 + x^2\alpha^6 + x^3\alpha^2 + x^4\alpha^5. \end{aligned}$$

Окончательно: $L(x) = 1 + x^2\alpha^6 + x^3\alpha^2 + x^4\alpha^5$.

Получив значения $S(x)$ и $L(x)$, находят их произведение, в котором все значения x со степенями, равными и старше величины $n-k$, в расчет не принимаются. Таким образом, получают:

$$\begin{aligned} P_{SL}(x) &= S(x) \times L(x) = \\ &= (\alpha + x\alpha^3 + x^2\alpha^2 + x^3\alpha^6) \times \\ &\times (1 + x^2\alpha^6 + x^3\alpha^2 + x^4\alpha^5) = \\ &= \alpha^5 + x\alpha^3 + x^2\alpha^2 + x^3\alpha^6 + x^2\alpha^4 + \\ &+ x^3\alpha^2 + x^3\alpha^0 = \alpha^5 + x\alpha^3 + x^2\alpha^1. \end{aligned} \qquad (8)$$

К произведению (8) применяют алгоритм Форни [9]. Для этого требуется найти производную полинома $L(x)$: $L'(x) = 0 + 2x\alpha^6 + 3x^2\alpha^2 + 4x^3\alpha^5 = x^2\alpha^2.$ Здесь учтено, что четные коэффициенты перед слагаемыми полинома указывают на взаимное сокращение таких элементов в производной при их сложении по модулю два. В указанном алгоритме значения стертых позиций с номером γ определяются в соответствии с выражением $Y_\gamma = P_{SL}(x^{-\gamma}) / L'(x^{-\gamma})$, тогда стирания в принятом векторе принимают вид:

$$Y_1 = \frac{\alpha^5 + \dfrac{\alpha^3}{\alpha} + \dfrac{\alpha^1}{\alpha^2}}{\dfrac{\alpha^2}{\alpha^2}} = \frac{\alpha^5 + \alpha^2 + \alpha^6}{\alpha^0} = \frac{\alpha^4}{1} = \alpha^4;$$

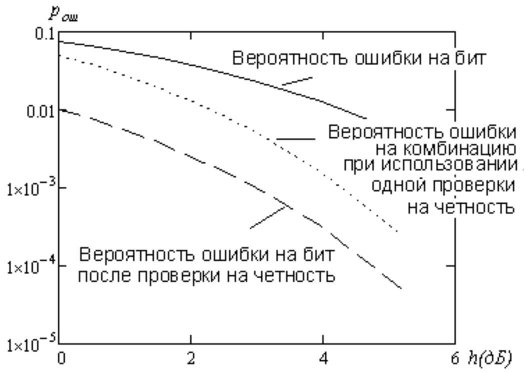
$$Y_2 = \frac{\alpha^5 + \dfrac{\alpha^3}{\alpha^2} + \dfrac{\alpha^1}{\alpha^4}}{\dfrac{\alpha^2}{\alpha^4}} = \frac{\alpha^5 + \alpha^1 + \alpha^4}{\alpha^5} = \frac{\alpha^3}{\alpha^5} = \alpha^5;$$

$$Y_3 = \frac{\alpha^5 + \dfrac{\alpha^3}{\alpha^3} + \dfrac{\alpha^1}{\alpha^6}}{\dfrac{\alpha^2}{\alpha^6}} = \frac{\alpha^5 + \alpha^0 + \alpha^2}{\alpha^3} = \frac{\alpha^3}{\alpha^5} = \alpha^5;$$

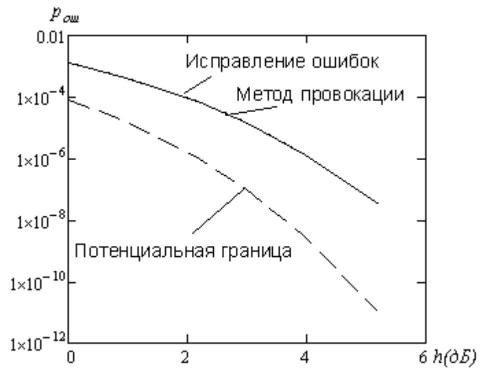
$$Y_6 = \frac{\alpha^5 + \dfrac{\alpha^3}{\alpha^6} + \dfrac{\alpha^1}{\alpha^{12}}}{\dfrac{\alpha^2}{\alpha^{12}}} = \frac{\alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3}{\alpha^4} = \frac{\alpha^1}{\alpha^4} = \alpha^4.$$

Поскольку Y_3 равен заявленному элементу α_x, считается, что восстановление вектора выполнено правильно. Представленный алгоритм позволяет в удобной форме реализовать не только процессор приемника, но и передатчика. Действительно, для построения кодера необходимо выделить разряды $i = \overline{0;\ n-s}$, которые по описанному алгоритму восстанавливаются с образованием разрядов $j = \overline{0;\ s}$. Это позволяет реализовать не только адаптивную систему связи без сложных переключающих устройств, но и решить проблемы защиты информации за счет изменения номеров $i = \overline{0;\ n-s}$, согласованных с приемником сообщений.

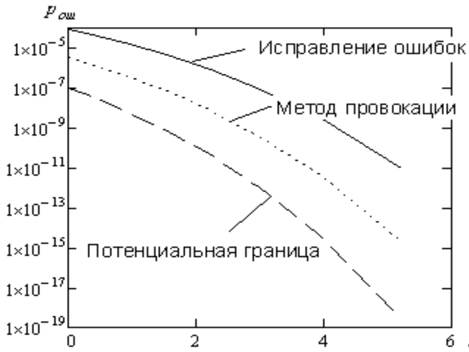
Результаты аналитического моделирования различных систем турбокодирования размерности 2D и сравнительные оценки представлены на рисунке 5.



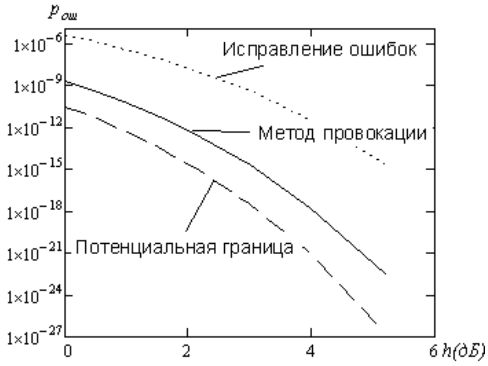
а) вероятность ошибки на бит



б) характеристики кода РС (15, 13)



в) характеристики кода РС (15, 11)



г) характеристики кода РС (15, 9)

Рис. 5. Возможности достижения асимптотической границы различными кодами РС

Становится очевидным, что при малых значениях d_{min}, в частности при $d_{min} = 3$, предложенный метод адекватен системе с исправлением одной ошибки. По мере роста указанного параметра энергетический выигрыш становится более заметным.

Заключение

Представленный алгоритм обработки кодовых векторов произведений кодов имеет ряд отличий от известных методов обработки каскадных конструкций. Мягкая обработка комбинаций внутреннего кода в соответствии с целевой функцией $Q(\bullet)$ позволяет реализовать декодирование внешнего недвоичного кода на границе асимптотических возможностей, что способствует получению большего энергетического выигрыша в системе связи. При этом с ростом вводимой в код избыточности заметен рост эффективности от реализации предложенного алгоритма обработки кода РС.

Рассмотренный алгоритм, в отличие от классических способов, не требует применения метода проб и ошибок при декодировании кодового вектора на шаге вычисления полинома синдромов, что позволяет использовать его в адаптивных системах связи для синхронного переключения кодеков с одного порождающего полинома на другой.

Метод способствует повышению защиты обрабатываемой информации, поскольку псевдослучайная смена порождающих полиномов кода РС совместно с криптографическими методами повышает общую стойкость направления связи.

Сложность предложенного алгоритма определяется сложностью вычислений полиномов $S(x)$ и $P_{SL}(x)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. – М. : Техносфера, 2005. – 320 с.
2. Скляр Бернард. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
3. Гладких А.А. Основы теории мягкого декодирования избыточных кодов в стирающем канале связи. – Ульяновск : УлГТУ, 2010. – 253 с.
4. Шувалов В.П. Прием сигналов с оценкой их качества. – М. : Связь, 1979. – 240 с.
5. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. Пер. с англ. / под ред. Р. Л. Добрушина и С.Н. Самойленко. – М. : Мир, 1976. – 594 с.
6. Гладких А.А. Применение метода гиперкодирования в системах передачи данных // Автоматизация процессов управления. – 2011. – № 2 (24). – С. 77–81.
7. Галлагер Р. Теория информации и надежная связь. Пер. с англ. / под ред. М.С. Пинскера и Б.С. Цыбакова. – М. : Сов. радио, 1974. – 568 с.
8. Зяблов В.В. Анализ корректирующих свойств итерированных и каскадных кодов // Передача цифровой информации по каналам с памятью. – М. : Наука, 1970. – С. 76–85.
9. Форни Д. Каскадные коды. – М. : Мир, 1970. – 207 с.