

УДК 51-74+533.6.011.6+62-176

А.А. Цынаева, Е.А. Цынаева, Е.В. Школин

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТРАТИФИКАЦИИ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ ТРУБЕ ЛЕОНТЬЕВА С ТЕПЛОВЫМИ ТРУБАМИ<sup>1</sup>

**Цынаева Анна Александровна**, кандидат технических наук, окончила Ульяновский государственный технический университет, доцент кафедры «Теплогазоснабжение и вентиляция» ФГБОУ ВПО «Самарский государственный архитектурно-строительный университет». Имеет разработки и статьи в области математического моделирования теплообменных процессов в технике. [e-mail: a.tsinaeva@rambler.ru].

**Цынаева Екатерина Александровна**, кандидат технических наук, окончила Ульяновский государственный технический университет, доцент кафедры «Теплоэнергетика» ФГБОУ ВПО «УлГТУ». Имеет статьи в области математического моделирования теплообменных процессов в технике. [e-mail: tsinaeva-kate@rambler.ru]

**Школин Евгений Владимирович**, студент кафедры «Теплоэнергетика» ФГБОУ ВПО «УлГТУ». Область научных интересов: теплотехника, тепловые трубы. [e-mail:shkolin-e@ya.ru]

### Аннотация

Проведены математическое моделирование и численное исследование температурной стратификации в модифицированной трубе Леонтьева с тепловыми трубами. Проанализирована возможность повышения эффективности температурной стратификации турбулентных потоков за счет использования тепловых труб. Выявлено, что применение тепловых труб позволяет увеличить эффективность температурной стратификации до 3 раз.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, численное исследование, температурная стратификация, тепловые трубы.

**Anna Alexandrovna Tsynaeva**, Candidate of Engineering; graduated from Ulyanovsk State Technical University; Associate Professor at the Deartment of Heat-and-gas Supply and Ventilation of Samara State University of Architecture and Civil Engineering; author of development works and articles in the field of mathematical modeling of heat-exchange processes in engineering. e-mail: a.tsinaeva@rambler.ru.

**Ekaterina Alexandrovna Tsynaeva**, Candidate of Engineering; graduated from Ulyanovsk State Technical University; Associate Professor at the Deartment of Heat-and-power Engineering of Ulyanovsk State Technical University; author of articles in the field of mathematical modeling of heat-exchange processes in engineering. e-mail: tsinaeva-kate@rambler.ru.

**Evgeny Vladimirovich Shkolin**, Student at the Deartment Heat-and-power Engineering of Ulyanovsk State Technical University. Research interests are heat engineering, heat pipes. e-mail:shkolin-e@ya.ru.

### Abstract

Mathematical modeling and numerical investigation of the temperature stratification of the modified Leontief's pipe with heat pipes are conducted. A possibility of intensification of turbulent flows temperature stratification by means of using heat pipes is considered. It is identified that an application of heat pipes enables to increase the efficiency of the temperature stratification of up to three times.

**Key words:** mathematical modeling, numerical investigation, temperature stratification, heat pipes.

<sup>1</sup> Работа поддержана грантом РФФИ № 12-08-31091 мол\_а «Повышение эффективности газодинамической температурной стратификации потока за счет использования тепловых труб» и выполняется при поддержке стипендии Президента РФ № СП-406.2012.1 для молодых ученых и аспирантов.

## ВВЕДЕНИЕ

Принцип газодинамической температурной стратификации [1] и принцип работы трубы Леонтьева А.И. (рис. 1, а) основаны на реализации переноса тепла через стенку, разделяющую дозвуковой и сверхзвуковой потоки рабочего тела (газ или дисперсный поток). Это связано с тем, что при сверхзвуковых скоростях (число Маха  $M > 1$ ) и при числе Прандтля  $Pr < 0,2$  температура восстановления будет значительно ниже температуры торможения. Следовательно, возникает температурный напор  $\Delta T = T^* - T_{r2}$ , ( $T^*$  – температура заторможенного потока;  $T_{r2}$  – температура стенки со стороны сверхзвукового потока), являющийся движущей силой процесса теплопереноса.

Таким образом, интенсивность переноса тепла от потока в дозвуковом тракте к потоку в сверхзвуковом тракте будет выше для рабочих тел с меньшим значением  $Pr$ .

### Методы повышения эффективности газодинамической температурной стратификации

Существующие методы по повышению эффективности газодинамической температурной стратификации можно разделить на технические и технологические. К техническим относятся методы, дорабатывающие конструкцию трубы (рис. 1, а) температурной стратификации (наличие перфораций, ребер и т. д.). Технологические методы воздействуют на свойства рабочего тела (использование водородо-ксеноновой, водородо-argonовой и гелий-ксеноновых смесей, дисперсных потоков).

Перфорация стенки, разделяющей дозвуковое и сверхзвуковое течения в трубе Леонтьева (рис. 1, а), позволяет реализовывать вдув-отсос газа между дозвуковым и сверхзвуковым потоками рабочего тела. Из литературы известно, что эффективность температурной стратификации при отсосе газа из сверхзвукового тракта выше, чем при вдуве, что наиболее явно проявляется для газов с малыми числами Прандтля. Применение проницаемой стенки в трубе температурной стратификации представляется достаточно эффективным решением. Однако в устройствах для регулирования давления газа [2] на основе тру-

бы Леонтьева наличие перфорированной стенки между дозвуковым и сверхзвуковым потоками может привести к колебаниям давления рабочего тела на выходе.

Таким образом, применение проницаемой стенки между сверхзвуковым и дозвуковым потоками при создании технических приложений (например, системы регулирования давления газа, системы подогрева и т. д.) на основе трубы температурной стратификации представляется возможным, но потребует дополнительных исследований [2–4].

Так как в трубе Леонтьева интенсивность теплоотдачи со стороны дозвукового течения будет значительно ниже, то для увеличения эффективности температурной стратификации требуется повысить величину теплосъема со стороны дозвукового тракта. Это реализуется при использовании продольного оребрения дозвукового тракта. Однако эффективность ребер  $\eta_p$  снижается с увеличением их длины. К тому же применение оребрения в некоторых промышленных установках ограничивается их относительно небольшими габаритами (регуляторы давления газа на газорегуляторных пунктах) [2, 4].

Технологические методы повышения эффективности газодинамической температурной стратификации, управляющие переносом тепла за счет изменения свойств рабочего тела, делятся на два типа. Первый – использование газовых смесей с низким значением числа Прандтля ( $Pr < 0,2$ ). В этом случае, коэффициент восстановления  $r$  будет до 30% ниже (порядка 0,5...0,6), чем для других газов (воздух  $Pr = 0,7\dots0,72$ ; природный газ  $Pr = 0,73\dots0,93$ ; азот  $Pr = 0,7\dots0,8$  при температуре от 0°C до 1000°C), что увеличит температурный напор  $\Delta T = T^* - T_{r2}$ . Однако, несмотря на рост температурного напора, снижение числа Прандтля приводит к уменьшению теплоотдачи (коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ ) и коэффициента теплопередачи. В связи с чем, возможности повышения эффективности температурной стратификации при использовании водородо-ксеноновой, водородо-argonовой и гелий-ксеноновых смесей лимитируются. Необходимо отметить, что водородо-ксеноновая, водородо-argonовая и гелий-

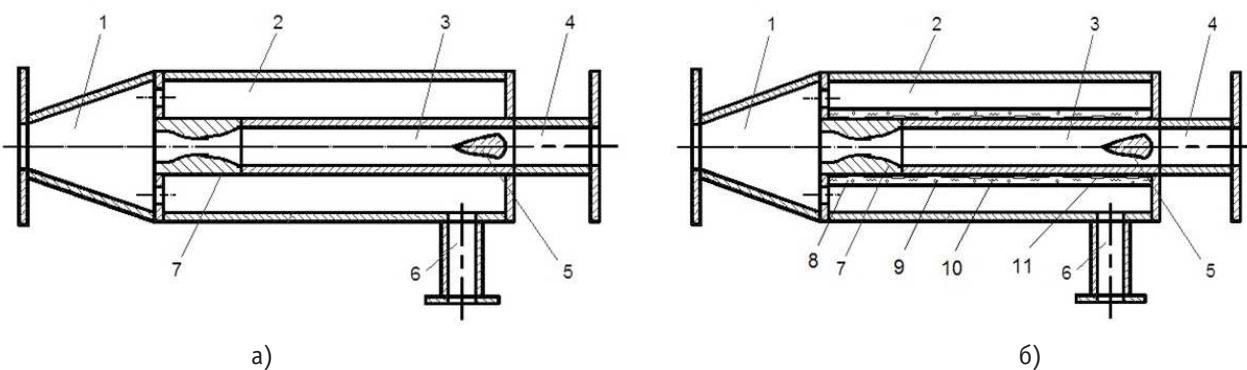


Рис. 1. Схема сверхзвуковой трубы температурной стратификации:  
а) без тепловых труб; б) с тепловыми трубами;

1 – разделительная камера; 2 – тракт дозвукового течения; 3 – тракт сверхзвукового течения, 4 – выходной патрубок тракта сверхзвукового течения; 5 – сверхзвуковой диффузор; 6 – выходной патрубок тракта дозвукового течения; 7 – сверхзвуковое сопло (сопло Лаваля); 8 – тепловая труба, выполненная в виде продольного ребра; 9 – зона испарения тепловой трубы; 10 – фитиль тепловой трубы; 11 – зона конденсации тепловой трубы

ксеноноевые смеси достаточно дороги, что ограничивает использование этого метода в промышленных установках. Вторым технологическим методом повышения эффективности температурной стратификации является использование дисперсного потока в качестве рабочего тела. По сравнению с работой трубы Леонтьева на газе, использование дисперсного потока увеличивает до 7 раз эффективность температурной стратификации [5]. Несмотря на значительный рост эффективности газодинамической температурной стратификации, применение дисперсного потока в технических приложениях трубы Леонтьева (водородные системы охлаждения, системы подготовки природного газа и т. д.) представляется проблематичным. Например, в системах регулирования давления природного газа, наличие впрыска дисперсных частиц может повлиять на теплотворную способность природного газа, привести к выпадению кристаллогидратов.

Таким образом, использование тепловых труб для повышения эффективности температурной стратификации представляется перспективным [4, 6]. В этой связи предлагаемая работа по повышению эффективности газодинамической температурной стратификации за счет использования тепловых труб представляется актуальной и практически значимой.

На рисунке 1, б представлена конструктивная схема трубы температурной стратификации с тепловыми трубами [6]. Тепловые трубы в предлагаемом устройстве (рис. 1, б) выполнены в виде плоских продольных ребер 8. Циркуляция теплоносителя внутри тепловых труб осуществляется за счет фитиля 10 (рис. 1, б).

Главным достоинством тепловых труб является их достаточно большая эффективная теплопроводность (значительно превышающая теплопроводность металлического проводника тепла). Применение тепловых труб дает возможность передавать тепло не только посредством теплопроводности, но и в процессах кипения и конденсации жидкости внутри тепловой трубы (рис. 1, б). В результате происходит интенсификация теплопередачи от дозвукового течения к сверхзвуковому. Эффективность продольных ребер возрастает по сравнению с металлическими ребрами [7].

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Математическая модель, используемая для получения численного решения, включает дифференциальные уравнения, описывающие движение и теплообмен в пограничном слое для расчета коэффициентов теплоотдачи и восстановления высокоскоростных газовых и дисперсных потоков; уравнения для расчета процессов теплообмена в тепловых трубах; уравнения для расчета теплового потока между дозвуковым и сверхзвуковым потоками в устройстве газодинамической температурной стратификации.

Плотность теплового потока от газа в дозвуковом тракте к газу в сверхзвуковом тракте определяется по выражению [1]:

$$q = k \cdot (T^* - T_{r2}), \quad (1)$$

где  $k$  – коэффициент теплопередачи.

При этом температурный напор  $\Delta T = T^* - T_{r2}$  опреде-

ляется величиной коэффициента восстановления  $r$ . Температура  $T_{r2}$ , профили скорости и температуры в сечениях пограничного слоя, коэффициент восстановления  $r$  и коэффициент теплоотдачи рассчитывались в результате решения системы уравнений, описывающих движение и теплообмен в пограничном слое [3, 4, 5, 7]:

– дифференциальное уравнение энергии

$$\rho \cdot c \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\lambda + \lambda_T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \\ + (\mu + \mu_T) \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + u \frac{dp}{dx} + q_v, \quad (2)$$

– дифференциальное уравнение движения

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_T) \frac{\partial u}{\partial y} \right] - \frac{dp}{dx} + s_v, \quad (3)$$

– неразрывности

$$\frac{\partial (pu)}{\partial x} + \frac{\partial (pv)}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

– уравнение состояния

$$\rho = \frac{p}{RT}. \quad (5)$$

Границные условия определяются в соответствии с выражениями:

– на поверхности стенки и на внешней границе пограничного слоя

$$y = 0; \quad u = 0; \quad v = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad (6)$$

– в исходном сечении пограничного слоя

$$x = 0; \quad y > 0; \quad u = u_0; \quad T = T_0. \quad (7)$$

Численное решение осуществлялось при наличии тепловых труб, используемых в качестве оребрения на поверхности, разделяющей тракт дозвукового и сверхзвукового течений; и для поверхности без оребрения; и при наличии металлических ребер. В качестве допущения было принято, что коэффициенты теплоотдачи к поверхности тепловых труб и к неоребренной поверхности равны [3, 4, 5, 7]. Коэффициент эффективности тепловой трубы-ребра  $\eta_p$  рассчитывался по методике, представленной в [3, 4, 5, 7]. Относительный тепловой поток  $\bar{q} = q/q_{\max}$  (значение  $q_{\max}$  рассчитано при  $\alpha_2 = \infty, T_2 = 0$ ) в сверхзвуковой трубе температурной стратификации определяется выражением:

$$\bar{q} = (1 - r) \cdot \frac{1 - \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2 \right)}{\frac{1}{0,5 + \eta_p \left( \frac{1}{\delta} + 0,5 \right)} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2}}. \quad (8)$$

Коэффициент эффективности  $\eta_p$  тепловой трубы-ребра рассчитывается по формуле, которую для рассматриваемых условий можно записать в виде [7]:

$$\eta_p = \operatorname{th}\left(\frac{l}{\delta} \sqrt{2 \text{Bi}}\right) / \left(\frac{l}{\delta} \sqrt{2 \text{Bi}}\right), \quad (9)$$

где  $\text{Bi} = \alpha_1 \delta / \lambda_{\phi}$  – число Био.

Эффективная теплопроводность тепловой трубы определялась формулой:

$$\lambda_{\phi} = \frac{A}{l \cdot R_{\Sigma}}, \quad (10)$$

где  $A$  – площадь поверхности тепловой трубы,  $\text{m}^2$ ;

$l$  – характерный размер тепловой трубы,  $\text{м}$ ;

$R_{\Sigma}$  – термическое сопротивление тепловой трубы,  $(\text{м}^2 \cdot \text{К})/\text{Вт}$ .

Сопротивление теплопередачи для тепловой трубы определялось выражением [7]:

$$R_{\Sigma} = \sum R_{cm} + R_{ucn} + \sum R_{\phi n} + R_{\kappa} + R_{kon}. \quad (11)$$

Здесь  $\sum R_{cm}$  – термическое сопротивление стенок тепловой трубы,  $(\text{м}^2 \cdot \text{К})/\text{Вт}$ ;

$R_{ucn}$  – термическое сопротивление зоны испарения тепловой трубы,  $(\text{м}^2 \cdot \text{К})/\text{Вт}$ ;

$R_{kon}$  – термическое сопротивление зоны конденсации тепловой трубы,  $(\text{м}^2 \cdot \text{К})/\text{Вт}$ ;

$\sum R_{\phi n}$  – термическое сопротивление раздела фаз,  $(\text{м}^2 \cdot \text{К})/\text{Вт}$ ;

$R_{\kappa}$  – термическое сопротивление зоны парового канала,  $(\text{м}^2 \cdot \text{К})/\text{Вт}$ ; принято допущение согласно [7], что термические сопротивления  $\sum R_{\phi n}$  и  $R_{\kappa}$  пренебрежимо малы.

Сопротивление теплопередачи ребра определялось по стандартной методике. Были проведены экспериментальные исследования эффективности тепловых труб-ребер.

В первом приближении коэффициент теплоотдачи для зоны кипения в тепловой трубе определялся при допущении наличия развитого пузырькового кипения. В расчете принято, что в качестве рабочей жидкости принята вода, поэтому в расчете использовалась следующая известная зависимость [7]:

$$\alpha_{\phi usn} = \frac{39,3 \cdot (p_n \cdot 10^{-5})^{0,54}}{(1 - 4,5 \cdot 10^{-8} \cdot p_n)^3} \cdot \Delta t^2. \quad (12)$$

Принято следующее допущение, что в зоне конденсации тепловой трубы реализован режим пленочной конденсации пара. Среднее значение коэффициента теплоотдачи на горизонтальной трубе определялось по формуле [7]:

$$\alpha_{\phi kon} = \frac{0,728 A_h}{[d_m (t_u - t_n)]^{0,25}}. \quad (13)$$

## Результаты исследования

Анализ проведен применительно к тепловым трубам, выполненным в виде прямых плоских продольных ребер (рис. 1, б) постоянной толщины.

Сравнение результатов осуществлялось для двух случаев:

1) при наличии тепловых труб-ребер и для поверхности без оребрения;

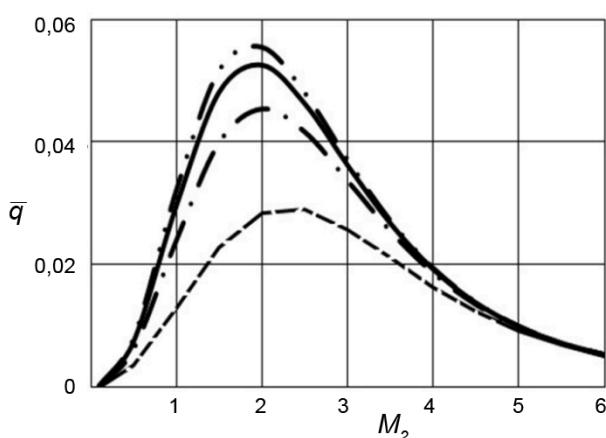
2) при наличии тепловых труб-ребер и при использовании металлических ребер.

В качестве допущения было принято, что коэффициенты теплоотдачи к поверхности тепловых труб и к неоребренной поверхности равны [3, 4, 5, 7]. Коэффициент эффективности тепловой трубы-ребра  $\eta_p$  рассчитывался по методике, представленной выше (9). Относительный тепловой поток  $\bar{q} = q/q_{max}$  определялся выражением (8).

Сопротивление теплопередачи ребра определялось по стандартной методике (11)–(13). Были проведены экспериментальные исследования эффективности тепловых труб-ребер [8].

Результаты моделирования для модифицированной трубы Леонтьева (рисунок 1, б) для воздуха представлены на рисунке 2, а. Расчеты выполнены для значений  $\Pr = 0,7$ ,  $M_i = 0,2$ ,  $Re_{wx2} = 10^6$ .

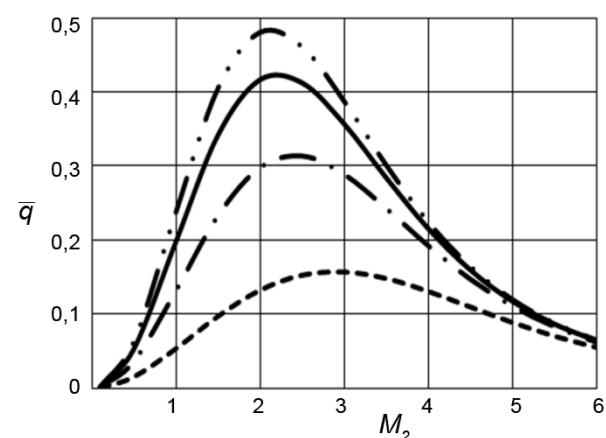
Результаты моделирования для дисперсного потока при наличии тепловых труб (рис. 1, б) и без них (рис. 1, а)



а) для газа

Рис. 2. Влияние числа Маха и относительной длины тепловой трубы на температурную стратификацию потока:

- – без тепловых труб;
- – с тепловыми трубами, относительной длиной  $l/\delta = 2$ ;
- – с тепловыми трубами, относительной длиной  $l/\delta = 5$ ;
- · — – с тепловыми трубами, относительной длиной  $l/\delta = 10$



б) для двухфазного потока

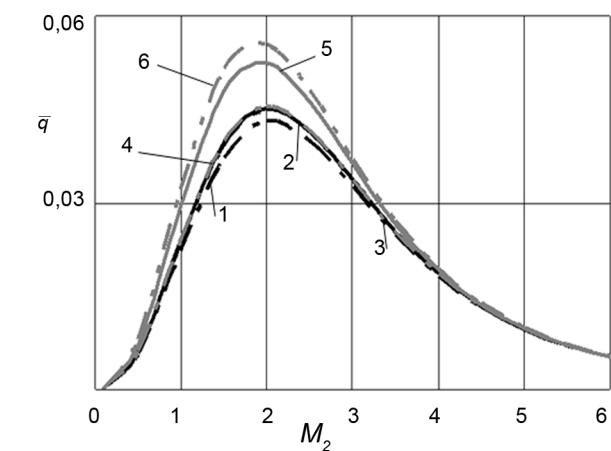
представлены на рисунке 2,6. Расчеты проводились для значений  $\gamma=1,4$ ,  $Pr=0,7$  (несущая среда – воздух),  $M_i=0,2$ ,  $Re_{wx2}=10^6$ , для  $G=5 \cdot 10^{-7}$ , где

$$G = \frac{|s_v| \mu_0}{(u_{sm} - u) \rho_0^2 u_0^2}$$

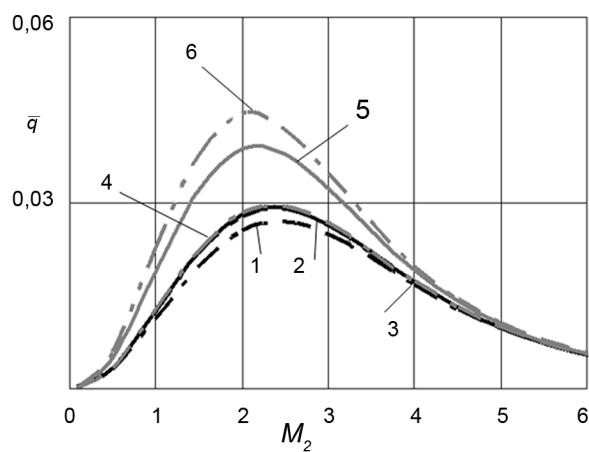
параметр, характеризующий наличие конденсированных частиц в потоке рабочей среды.

Рисунок 3 представляет результаты расчета для трубы Леонтьева с металлическими ребрами на разделительной стенке и при использовании тепловых труб в качестве оребрения. Расчеты выполнялись для значений  $\gamma=1,4$ ,  $Pr=0,7$ ,  $M_i=0,2$ ,  $Re_{wx2}=0,5 \cdot 10^6$  для газа и для дисперсного потока  $G=5 \cdot 10^{-7}$ .

На рисунке 4 представлен анализ влияния использования тепловых труб на эффективность газодинамической температурной стратификации двухфазного потока в зависимости от скорости дозвукового потока. Результаты представлены для следующих исходных данных:  $Pr=0,7$ ,



a)



б)

Рис. 3. Влияние числа Маха и относительной длины тепловой трубы (ребра) на температурную стратификацию в дисперсном потоке: 1, 2, 3 – для прямых продольных металлических ребер с  $I/\delta=2, 5, 10$  соответственно; 4, 5, 6 – для тепловых труб относительной длиной  $I/\delta=2, 5, 10$  соответственно

$\gamma=1,4$ ,  $Re_{wx2}=800\,000$ ,  $G=0,55 \cdot 10^{-6}$ ; относительная длина тепловых труб-ребер  $I/\delta=5$  (несущая среда – воздух).

Анализируя результаты исследования, представленные на рисунке 2, видно, что применение тепловых труб в сверхзвуковой трубе температурной стратификации позволит значительно интенсифицировать процесс теплообмена. Для воздуха повышение эффективности передачи тепла от дозвукового потока к сверхзвуковому потоку составит от 1,86 до 1,96 раза, а для двухфазного потока – от 2 до 3 раз в зависимости от относительной длины тепловой трубы.

Использование тепловых труб взамен металлических ребер (рис. 3) позволяет увеличить тепловой поток от дозвукового течения в 1,18 раза при  $I/\delta=5$  для газа и в 1,31 раза – для дисперсного потока.

Результаты исследования, представленные на рисунке 4, показывают, что применение тепловых труб наиболее эффективно для меньших скоростей исходного потока. По-видимому, это связано с тем, что при меньших скоростях интенсивность теплопередачи через разделительную стенку между потоками ниже. Поэтому увеличение теплового потока за счет использования тепловых труб проявляется сильнее, чем при высоких скоростях рабочего тела.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леонтьев А.И. Газодинамический метод энергоразделения газовых потоков // ТВТ. – 1997. – Т. 35, № 1. – С. 157–159.
2. Пат. 2364914. Российская Федерация. МПК G05D16/04. Регулятор давления газа / Н.Н. Ковалевский, А.А. Цынаева; заявитель и патентообладатель Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Ульяновский государственный технический университет». № 2008117787/28; заявл. 04.05.2008; опубл. 20.08.2009; бюлл. № 23. 6 с.
3. Цынаева А.А., Цынаева Е.А. Моделирование интенсификации теплообмена в сверхзвуковой трубе

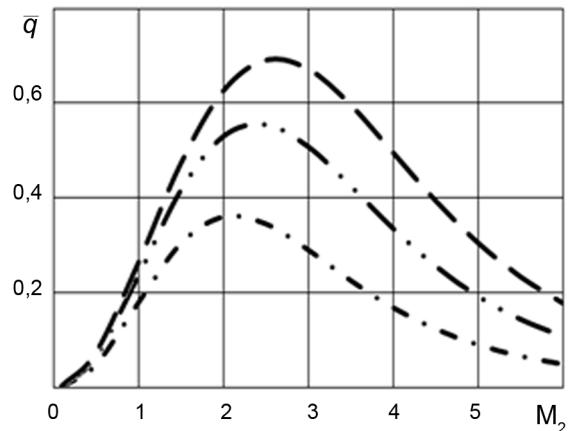


Рис. 4. Влияние числа Маха и относительной длины тепловой трубы на температурную стратификацию дисперсного потока: --- –  $M_0=0,05$ ; -·- –  $M_0=0,1$ ; -·--·- –  $M_0=0,3$

температурной стратификации при использовании тепловых труб // XIV Минский международный форум по тепло- и массообмену : тезисы докладов и сообщений. – Минск : Институт тепло- и массообмена им. Лыкова А.В. НАН Беларуси, 2012. – Т. 1, Ч.1 – С. 342–344.

4. Цынаева А.А., Цынаева Е.А. Модель изотермического регулирования давления газа на основе газодинамической температурной стратификации // Прикладная математика и механика: сб. науч. тр. – Ульяновск : Издательство «УлГТУ», 2011. – С. 483–488.

5. Цынаева А.А., Магазинник Л.М. Моделирование процесса движения и теплообмена потока для внутренне-го охлаждения плазмотрона // Тезисы докладов Всероссийской школы-семинара молодых ученых «Актуальные вопросы теплофизики и гидрогазодинамики». – Новосибирск : Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе, 2008. – С. 130–132.

6. Пат. 2468309. Российская Федерация. МПК F25B9/02. Труба температурной стратификации / А.А. Цынаева, Т.Н. Волкова, К.М. Магазинник, К.Р. Сагитова; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Ульяновский государственный технический университет». № 2011114941/06; заявл. 15.04.2011; опубл. 27.11.2012; булл. № 33. 5 с.

7. Цынаева А.А., Цынаева Е.А., Ковальнов Н.Н. О возможностях повышения эффективности работы сверхзвуковой трубы температурной стратификации при использовании тепловых труб. Тепловые процессы в технике.– М. : Наука и технологии, 2011. – № 8. – С. 380–389.

8. Цынаева А.А., Цынаева Е.А. О возможностях интенсификации теплопередачи при охлаждении энергетических установок // Матер. V-й Межд. науч.-техн. конф. «Современные научно-технические проблемы транспорта». – Ульяновск, 2009. – С. 67–71.