

УДК 681.586'325

В.Н. Моисеев, М.Ю. Сорокин, И.П. Ефимов, Н.Н. Макаров

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРИЕМНИКА ВОЗДУШНЫХ ДАВЛЕНИЙ

Моисеев Владимир Николаевич, аспирант Ульяновского государственного технического университета, окончил экономико-математический факультет УлГТУ по специальности «Прикладная математика». Инженер-программист научно-исследовательской лаборатории ФНПЦ ОАО «НПО «Марс». Имеет статьи, изобретения в области зондовых средств восприятия давлений аэрометрических систем летательных аппаратов. [e-mail: v.n.moiseev@mail.ru].

Сорокин Михаил Юрьевич, кандидат технических наук, окончил факультет информационных систем и технологий УлГТУ. Начальник отдела ОАО «УКБП». Имеет статьи, изобретения в области зондовых средств восприятия давлений аэрометрических систем летательных аппаратов. [e-mail: rto@ukbp.ru].

Ефимов Иван Петрович, кандидат технических наук, окончил Ульяновский политехнический институт по специальности «Авиаприборостроение». Доцент кафедры «Измерительно-вычислительные комплексы» УлГТУ. Имеет статьи, изобретения в области первичных преобразователей давления аэрометрических систем летательных аппаратов. [e-mail: eip@ulstu.ru].

Макаров Николай Николаевич, доктор технических наук, кандидат экономических наук, окончил факультет систем управления и оборудования летательных аппаратов Казанского авиационного института им. А.Н. Туполева, генеральный директор ОАО «УКБП». Имеет статьи, изобретения в области зондовых средств восприятия давлений аэрометрических систем летательных аппаратов. [e-mail: ukbplkv@mv.ru].

Аннотация

В статье рассматриваются вопросы построения математических моделей приемников воздушных давлений (ПВД), состоящих из передней воспринимающей части, имеющей цилиндрическую форму, в которой размещены коническая камера торможения потока и группа отверстий отбора статического давления. Разработаны базовые математические модели ПВД по результатам математического моделирования для определения статического давления, динамического давления, скорости, погрешности скорости, погрешности высоты. Адекватность полученных математических моделей проверяется сравнением с результатами экспериментальных исследований. Экспериментальные исследования проводились в аэродинамической трубе Т-129 ФГУП «ЦАГИ» с насадком-имитатором струи. Построенные модели позволяют получить достоверные данные при радиусе цилиндрической части в пределах от 6,5 до 8,5 мм, расстоянии от начала приемника до отверстий отбора статического давления от 45 до 70 мм, углах скаса потока от 0° до 90°, скорости набегающего воздушного потока от 50 до 250 км/ч. Полученные математические модели позволяют автоматизировать процесс разработки ПВД с прогнозируемыми метрологическими характеристиками. Появляется возможность оперативно подбирать приемники с требуемыми конструктивными параметрами для конкретного объекта управления на первоначальном этапе разработки.

Ключевые слова: математическое моделирование, приемник воздушных давлений, математическая модель.

MATHEMATICAL MODEL FOR PITOT-STATIC PROBE

Vladimir Nikolaevich Moiseev, a post-graduate student at Ulyanovsk State Technical University; graduated from the Faculty of Economics and Mathematics of Ulyanovsk State Technical University with a specialty in Applied Mathematics; a software engineer at the department of FRPC OJSC 'RPA 'MARS; an author of articles, inventions in the field of air pressure probes of aircraft airdata measuring systems. e-mail: v.n.moiseev@mail.ru.

Mikhail Yuryevich Sorokin, Candidate of Engineering; graduated from the Faculty of Information Systems and Technologies of Ulyanovsk State Technical University; a head of a department at Ulyanovsk Instrument Manufacturing Design Bureau, PJSC; an author of articles, inventions in the field of air pressure probes of aircraft airdata measuring systems. e-mail: rto@ukbp.ru.

Ivan Petrovich Efimov, Candidate of Engineering, graduated from the Ulyanovsk Polytechnical Institute with a specialty in Aircraft Instrument Engineering; Associate Professor of Measuring and Computing Complexes Department of Ulyanovsk State Technical University; an author of articles, inventions in the field of primary pressure sensors of aircraft airdata measuring systems. e-mail: eip@ulstu.ru.

Nikolay Nikolayevich Makarov, Doctor of Engineering, Candidate of Economics; graduated from the Faculty of Aircraft Control Systems and Equipment at Kazan Aviation Institute named after F. Tupolev, Director General of Public Joint Stock Company Ulyanovsk Instrument Manufacturing Design Bureau; an author of articles and inventions in the field of air pressure probes of aircraft airdata measuring systems. e-mail: ukbplkv@mv.ru.

Abstract

The article deals with mathematical modeling problems of the air pressure probes composed of the front cylindrical receiving tube having inside conical flow stagnation chamber and static pressure holes. Basic mathematical models for the air pressure probes were derived from the mathematical modeling intended for determination of static pressure, dynamic pressure, velocity, velocity and altitude errors. The adequacy of the received mathematical models is checked by comparison against the experimental research findings. Experimental studies were carried out in the T-129 wind tunnel of TsAGI with nozzle-jet simulator. These models allow to get true data at such parameters as the cylindrical tube radius over the range 6.5 to 8.5 mm, start tube distance to the static pressure holes of 45 to 70 mm, downwash angle of 0 to 90 degrees, incident airflow velocity at 50 to 250 kmh. The received mathematical models enable to automate the engineering process of Pitot-static probe with metrological performance predictions. This gives the ability to make a quick selection of probes with design parameters required for a specific control object at the initial development stage.

Key words: mathematical modeling, pitot-static probe, mathematical model.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одним из наиболее распространенных методов при определении высотно-скоростных параметров летательного аппарата (ЛА) является аэрометрический, основанный на измерении скоростного (динамического) напора, функционально связанного со скоростью. Задача восприятия полного и статического воздушных давлений, по разнице которых и определяется скоростной напор, решается с помощью специальных устройств – приемников полного давления (ППД), приемников статического давления (ПСД) либо комбинированных ПВД, устанавливаемых на борту ЛА. В данной работе рассматриваются вопросы построения математических моделей ПВД. Подробное описание рассматриваемых ПВД дано в [1].

Вопрос построения математических моделей приемников первичных аэродинамических параметров является важной научно-технической задачей [1–3].

Цель данной работы – сокращение времени проектирования ПВД за счет применения базовых математических моделей приемника, разработанных по результатам математического моделирования.

Адекватность полученных моделей подтверждается сравнением данных, полученных с помощью математической модели, с результатами экспериментальных исследований ФГУП «ЦАГИ».

ОПИСАНИЕ ИССЛЕДУЕМОГО ПРИЕМНИКА, ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Конструкция ПВД приведена ниже на рисунке 1. Он состоит из передней воспринимающей части 1, имеющей цилиндрическую форму, в которой размещены коническая камера торможения потока и группа отверстий отбора статического давления 2. Приемник заканчивается державкой 3, которая предназначена для закрепления приемника на штанге или кронштейне ЛА.

Для построения математической модели был получен массив данных методом математического моделирования в программе OpenFOAM [4]. Использовался решатель simpleFoam – стационарная программа решения для турбулентного течения неньютоновой жидкости. Применялась модель турбулентности kOmegaSST [5, 6]. Изменялось расстояние от начала приемника до отверстий отбора статического давления (a), радиус передней части приемника (R), угол скоса ($Alfa$) и скорость потока (U) (рис. 1).

Математическое моделирование проводилось при следующих значениях варьируемых параметров:

- R : 6,5, 7,5, 8,5 мм;
- a : 45, 57, 70 мм;
- $Alfa$: 0°, 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°, 90°;
- U : 50, 150, 250 км/ч.

Для каждого набора значений варьируемых параметров рассчитаны с помощью математического моделирования значения полного P_{Π} и статического $P_{СТ}$ давлений в соответствующих камерах приемника.

Динамическое давление $P_{д}$ рассчитывалось как разность между полным P_{Π} и статическим $P_{СТ}$ давлениями:

$$P_{д} = P_{\Pi} - P_{СТ}, \text{ [Па]}. \tag{1}$$

Приборная скорость V_{np} вычислялась по формуле:

$$V_{np} = 2739,314 \sqrt{\left(1 + P_{д} / 101325,2\right)^{\frac{1}{3,5}} - 1}, \text{ [км/ч]}. \tag{2}$$

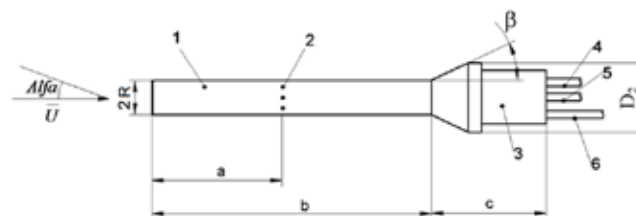


Рис. 1. ПВД

Абсолютная погрешность вычисления скорости определялась по формуле:

$$\Delta V_{np} = V_{np} - U, \text{ [км/ч]}. \quad (3)$$

Погрешность определения высоты вычислялась по формуле [7, 8]:

$$\Delta H = \frac{8,96196 - (\Delta P_{CT} + 101325,2)^{0,1902631}}{0,000202162}, \text{ [м]}. \quad (4)$$

Относительная погрешность математического моделирования лежит в пределах 10% для статического и полного давлений во всем диапазоне углов скоса потока [6].

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПВД

По результатам математического моделирования построены пять математических моделей ПВД для определения: статического давления, динамического давления, погрешности измерения высоты полета на нулевой высоте, скорости полета, погрешности измерения скорости полета.

Общая математическая модель зависимости метрологической характеристики приемника F (статического давления P_{CT} , Па; полного давления $P_{П}$, Па; погрешности определения высоты полета ΔH , м; определения приборной скорости V_{np} , км/ч; погрешности определения приборной скорости ΔV_{np} , км/ч) от радиуса приемника R (мм), расстояния от начала приемника до отверстий отбора статического давления a (мм), скорости набегающего воздушного потока U (км/ч), угла скоса потока $Alfa$ (град) представлена в виде полинома четвертой степени:

$$F(R, a, V, Alfa) = \sum_{i=1}^n CF_i \cdot R^{k1_i} \cdot a^{k2_i} \cdot U^{k3_i} \cdot Alfa^{k4_i}, \quad (5)$$

где CF – коэффициент слагаемого;

$k1$ – степень параметра « R » (радиус приемника);

$k2$ – степень параметра « a » (расстояние от начала приемника до отверстий отбора статического давления);

$k3$ – степень параметра « U » (скорость набегающего воздушного потока);

$k4$ – степень параметра « $Alfa$ » (угла скоса потока);

n – общее количество слагаемых, $n = 70$.

Коэффициенты слагаемых приводятся в таблице 1:

- CP_{ct} – статического давления;

- $CP_{д}$ – динамического давления;

- $С\Delta H$ – погрешности определения высоты полета;

- CV_{np} – определения приборной скорости;

- $С\Delta V_{np}$ – погрешности определения приборной скорости.

Из-за громоздкости приводится только часть таблицы с коэффициентами для математических моделей.

Погрешности аппроксимации лежат в пределах:

- от минус 201 до 161 Па для статического давления;

- от минус 140 до 104 Па для полного давления;

- от минус 13,6 до 16,9 м для погрешности определения высоты полета;

- от минус 6,7 до 5,4 км/ч для определения скорости полета;

- от минус 6,7 до 5,4 км/ч для определения погрешности скорости полета.

Регрессионная математическая модель выбирается в виде полинома четвертой степени, так как увеличение степени полинома несущественно повысит точность и приведет к увеличению количества коэффициентов. При уменьшении степени полинома существенно пони-

Таблица 1

Коэффициенты слагаемых в математических моделях

Номер слагаемого i	CP_{ct}	$CP_{д}$	$С\Delta H$	CV_{np}	$С\Delta V_{np}$	Степень параметра « R » $k1$	Степень параметра « a » $k2$	Степень параметра « U » $k3$	Степень параметра « $Alfa$ » $k4$
1	8.1E-04	0.0E+00	-6.8E-05	1.7E-05	1.7E-05	1	0	0	3
2	-1.0E-05	0.0E+00	8.7E-07	1.1E-05	1.1E-05	0	1	0	3
3	3.8E-05	3.8E-05	-3.2E-06	-7.9E-07	-7.9E-07	0	0	1	3
4	8.0E-06	5.7E-05	-7.1E-07	1.6E-05	1.6E-05	0	0	0	4
5	-8.9E-03	-1.2E-02	7.5E-04	-3.1E-03	-3.1E-03	0	0	0	3
6	-4.6E-05	0.0E+00	3.8E-06	1.4E-05	1.4E-05	1	0	1	2
7	-1.9E-05	0.0E+00	1.6E-06	9.0E-07	9.0E-07	0	1	1	2
8	4.1E-06	-1.3E-05	-3.5E-07	4.1E-08	4.1E-08	0	0	2	2
9	-3.7E-03	-5.2E-03	3.1E-04	-2.8E-04	-2.8E-04	0	0	1	2
10	7.6E-04	0.0E+00	-6.4E-05	-3.7E-05	-3.7E-05	1	1	0	2
...
68	-1.9E+03	-1.4E-10	1.5E+02	2.0E+02	2.0E+02	2	0	0	0
69	1.1E+02	1.4E-11	-8.9E+00	-1.7E+01	-1.7E+01	3	0	0	0
70	-1.7E+00	-5.0E-13	1.4E-01	5.7E-01	5.7E-01	4	0	0	0

жается точность и незначительно снижается число коэффициентов.

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПОЛУЧЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Экспериментальные исследования проводились в аэродинамической трубе Т-129 ФГУП «ЦАГИ» с насадком-имитатором струи, обеспечивающим скорость потока до 530 км/ч. Скорость потока в процессе эксперимента отслеживалась с помощью эталонного ППД ПД-120 (диапазон измеряемых скоростей от 0 до 0,3 М, коэффициент по скоростному напору меньше 0,1); температура воздуха измерялась термометром сопротивления.

В процессе эксперимента контролировались следующие параметры: скорость потока, фиксируемая эталонным датчиком; угол между направлением потока и осью исследуемого ПВД; плотность воздуха.

Сравнение математических моделей с результатами экспериментальных исследований приводится на рисунках 2–6 при скорости набегающего воздушного потока 50 км/ч, $R = 7,5$ мм, $a = 57$ мм.

Абсолютные погрешности математических моделей рассчитывались как разницы между вычисленным по математической модели параметру и результатом экспери-

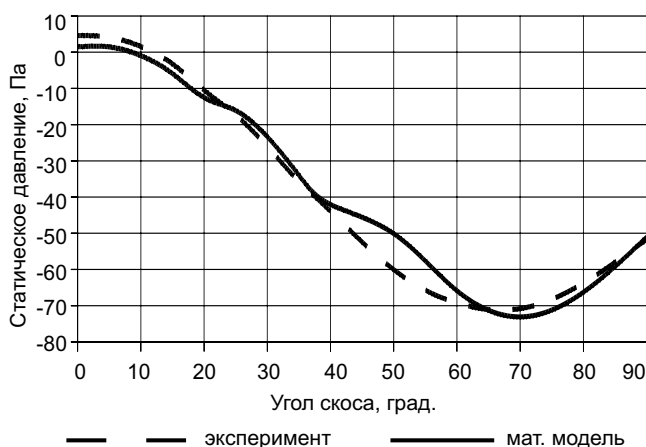


Рис. 2. Зависимость статического давления от угла скоса набегающего потока

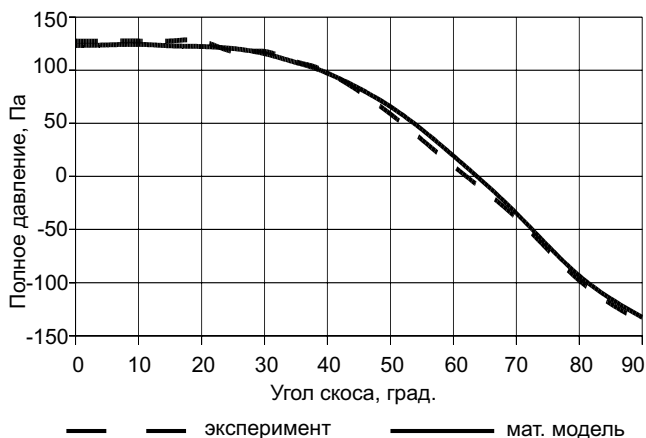


Рис. 3. Зависимость полного давления от угла скоса набегающего потока

ментальных исследований. Максимальные значения абсолютной погрешности при скорости набегающего потока 50 км/ч во всем диапазоне углов скоса потока по:

- статическому давлению – 9,89 Па;
- полному давлению – 9,61 Па;
- скорости – 3,62 км/ч;
- погрешности определения скорости – минус 3,62 км/ч;

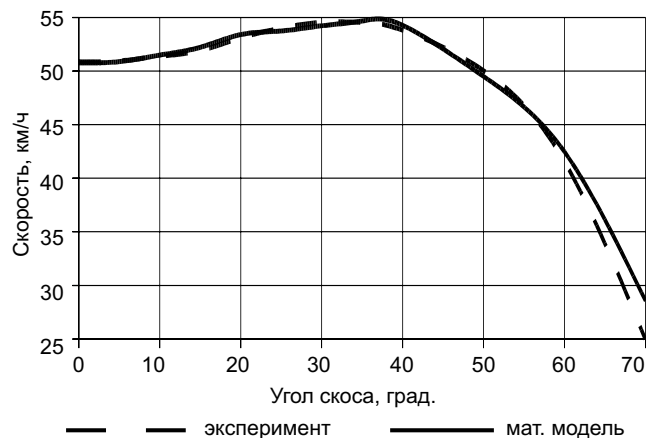


Рис. 4. Зависимость скорости от угла скоса набегающего потока

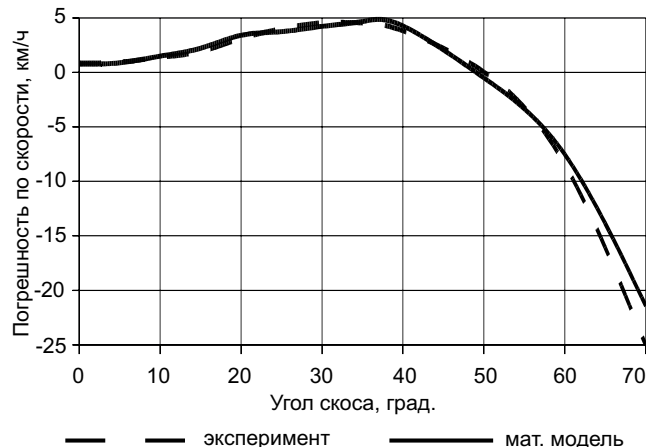


Рис. 5. Зависимость погрешности определения скорости от угла скоса набегающего потока

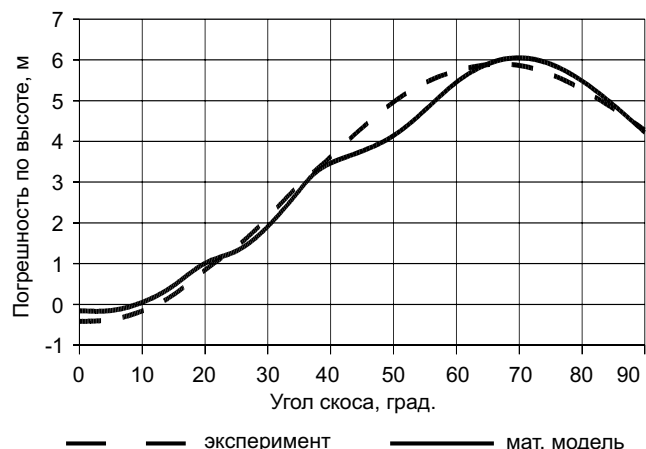


Рис. 6. Зависимость погрешности определения высоты от угла скоса набегающего потока

- погрешности определения высоты – минус 0,82 м.

Построенные модели позволяют получить достоверные данные при радиусе цилиндрической части в пределах от 6,5 до 8,5 мм, расстоянии от начала приемника до отверстий отбора статического давления от 45 до 70 мм, углах скоса потока от 0° до 90°, скорости набегающего воздушного потока от 50 до 250 км/ч. Учитывая, что математическая модель статистически адекватна, возможна экстраполяция данных по метрологическим характеристикам приемника до значений: $R = 6...9$ мм, $a = 40...75$ мм, $U = 25...275$ км/ч. Однако точность расчета метрологических характеристик приемника в этом случае уменьшается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам математического моделирования построены математические модели ПВД для: статического давления, динамического давления, скорости, погрешности скорости, погрешности высоты.

Расхождение исходных результатов математического моделирования и экспериментальных исследований не превышает 10% при всех режимах моделирования [6].

При определении метрологических характеристик погрешность аппроксимации для математических моделей лежит в пределах:

- статическое давление – от минус 201 до 161 Па;
- динамическое давление – от минус 140 до 104 Па;
- погрешность высоты полета – от минус 13,6 до 16,9 м;
- скорость полета – от минус 6,7 до 5,4 км/ч;
- погрешность скорости полета – от минус 6,7 до 5,4 км/ч.

Полученные математические модели позволяют автоматизировать процесс разработки ПВД с прогнозируемыми метрологическими характеристиками. Появляется возможность оперативно подбирать приемники с требуемыми конструктивными параметрами для конкретного объекта управления на первоначальном этапе разработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Измерители аэродинамических параметров летательных аппаратов: учеб. пособие / Г.И. Ключев [и др.]; под ред. В.А. Мишина. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – 509 с.
2. Моисеев В.Н., Ефимов И.П., Сорокин М.Ю. Разработка математической модели проточных приемников статического давления // Авиационные приборы и измерительно-вычислительные комплексы : сб. науч. тр. Всерос. науч.-техн. конф. ИВК-2013 / под. ред. В.В. Родионова. – Ульяновск : УлГТУ, 2013. – С. 93–100.
3. Погрешность восприятия полного давления приемником с протоком в камере торможения / С.Г. Пушков [и др.] // Авиакосмическое приборостроение. – 2010. – № 5. – С. 3–8.
4. Официальный сайт программы OpenFOAM. – URL: www.openfoam.com.
5. Сравнение результатов математического моделирования с результатами экспериментальных исследова-

ний приемника полного давления ПВД-С1 / В.Н. Моисеев [и др.] // Автоматизация процессов управления. – 2012. – № 2 (28). – С. 23–27.

6. Сравнение результатов математического моделирования и экспериментальных исследований приемника воздушного давления ПВД-К3-1 / В.Н. Моисеев [и др.] // Вестник СГАУ. – 2012. – № 5 (36), ч. 2. – С. 229–235.

7. ГОСТ 3295-73. Таблицы гипсометрические для геопотенциальных высот до 50000 м. – М. : Изд-во стандартов, 1974. – 75 с.

8. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. – М. : Изд-во стандартов, 1982. – 182 с.

REFERENCES

1. Klyuyev G.I. and Others. *Izmeriteli aerodinamicheskikh parametrov letatelnykh apparatov: ucheb. posobiye* [Instruments for Aircraft Aerodynamics Measurement: Tutorial. Under the editorship of V.A. Mishin], Ulyanovsk, UISTU Publ., 2005. 509 p.
2. Moiseev V.N., Efimov I.P., Sorokin M.Yu. *Razrabotka matematicheskoy modeli protochnykh priyemnikov staticheskogo davleniya* [Mathematical Modeling of the Flowing Static Pressure Heads]. *Aviatsionnyye pribory i izmeritelno-vychislitelnyye komplekсы : sb. nauch. tr. Vseros. nauch.-tekhn. konf. IVK-2013* [Aircraft Equipment and Measuring and Computing Systems: Collection of Scientific Papers of The Russian Scientific and Technical Conference. IVK-2013. under the editorship of V.V. Rodionova], Ulyanovsk : UISTU Publ., 2013, pp. 93–100.
3. Pushkov S.G. and Others. *Pogreshnost vospriyatiya polnogo davleniya priyemnikom s protokom v kamere tormozheniya* [Sensing Head Error of Total Pressure in the Flow Stagnation Chamber]. *Aviakosmicheskoye priborostroyeniye* [Aerospace Instrument Engineering], 2010, no. 5, pp. 3–8.
4. Ofitsialnyy sayt programmy OpenFOAM. URL: www.openfoam.com.
5. Moiseev V.N. and Others. *Sravneniye rezultatov matematicheskogo modelirovaniya s rezultatami eksperimentalnykh issledovaniy priyemnika polnogo davleniya PPD-S1* [Comparison of Results of Simulation and Experimental Study of the ПВД-С1 Total Pressure Head]. *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya* [Automation of Control Processes], 2012, no. 2 (28), p. 23–27.
6. Moiseev V.N. and Others. *Sravneniye rezultatov matematicheskogo modelirovaniya i eksperimentalnykh issledovaniy priyemnika vozdušnogo davleniya PVD-K3-1* [Comparison of Mathematical Modeling Results and Experimental Study of the ПВД-К3-1 Air Pressure Head]. *Vestnik SGAU* [Herald of Samara State Aerospace University], 2012, no. (36), part 2, pp. 229–235.
7. GOST 3295-73. *Tablitsy gipsometricheskiye dlya geopotentsialnykh vysot do 50000 m.* [Hypsometric Tables for Geopotential Altitudes up 50000 m. Characteristics]. Moscow, Izd-vo standartov Publ., 1974. 75 p.
8. GOST 4401-81. *Atmosfera standartnaya. Parametry* [Standard atmosphere. Parameters]. Moscow, Izd-vo standartov Publ., 1982. 182 p.