УДК 531.36 : 534.1

О.А. Перегудова[1], К.В. Пахомов[2]

ПОСТРОЕНИЕ КУСОЧНО-ПОСТОЯННОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ КОРАБЛЯ

Перегудова Ольга Алексеевна, *доктор физико-математических наук, доцент, окончила механико-математический факультет Ульяновского государственного университета. Профессор кафедры «Информационная безопасность и теория управления» УлГУ. Имеет статьи, учебные пособия, монографию в области теории устойчивости и управления движением механических систем. [e-mail: peregudovaoa@sv.ulsu.ru].*

Пахомов Константин Валерьевич, *аспирант, окончил факультет математики и информационных технологий УлГУ. Младший научный сотрудник управления научных исследований УлГУ. Имеет статьи в области управления движением механических систем. [e-mail: pakhomovkv@yandex.ru].*

Аннотация

В работе представлены результаты решения задачи синтеза управления, осуществляющего динамическое позиционирование корабля в точке. Рассматривается задача простого динамического позиционирования, которая состоит в совмещении центра масс судна с заданной точкой акватории (центром позиционирования) при заданных требованиях к ориентации курса. Решение данной задачи обеспечивается с помощью управления по принципу обратной связи, которое асимптотически стабилизирует положение и ориентацию корабля. Для обоснования закона управления, который строится в дискретном виде, проводится дискретная аппроксимация Эйлера исходной непрерывной системы и применяется рекуррентная процедура метода бэкстеппинга. Данная процедура позволяет построить управление системой, которая представима в виде каскадного соединения нескольких подсистем. Для каждой подсистемы строится стабилизирующее управление и находится функция Ляпунова. На конечном этапе этой рекуррентной процедуры определяются закон управления для всей системы и соответствующая функция Ляпунова. Таким образом, структура найденного закона управления существенно зависит от применяемой функции Ляпунова на каждом этапе данной процедуры. В работе обосновано применение нового класса функций Ляпунова в виде векторных норм для решения данной задачи, которое в сравнении с используемым ранее в известных работах классом квадратичных функций Ляпунова позволило упростить структуру управления, а также улучшить его свойства, например скорость сходимости процесса при данном управлении. Представлены результаты численного моделирования, подтверждающие более высокую эффективность предложенного в работе закона управления по сравнению с известными результатами.

Ключевые слова: динамическое позиционирование, кусочно-постоянное управление, процедура бэкстеппинга, функция Ляпунова.

1 Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках базовой части (код проекта 2097).
2 Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-01-33082).

CONSTRUCTING OF PIECEWISE CONSTANT CONTROL IN THE PROBLEM OF DYNAMIC POSITIONING OF SHIP

Olga Alekseevna Peregudova, *Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, graduated from the Mechanics and Mathematics Department of Ulyanovsk State University; Professor at the Department of Information Security and Control Theory of Ulyanovsk State University; an author of articles, textbooks, and a monograph on the theory of stability and motion control of mechanical systems. e-mail: peregudovaoa@sv.ulsu.ru.*

Konstantin Valerievich Pakhomov, *Post-graduate Student; graduated from the Faculty of Mathematics and Information Technologies of Ulyanovsk State University; Junior Researcher of the Research Department of Ulyanovsk State University; an author of articles in the field of motion control of mechanical systems. e-mail: pakhomovkv@yandex.ru.*

Abstract

The paper deals with the results of solving the problem of control synthesis performing dynamic positioning of ship in a point. The problem of simple dynamic positioning, which is in alignment with the center of mass of the vessel with given point waters (center position) for the given requirements for the orientation course is considered. The solution of this problem is provided by use of control on the basis of feedback that asymptotically stabilizes the position and orientation of the ship. To justify the control law, which is based in a discrete form, Euler discrete approximation of the original continuous system is constructed and the method of recursive procedure of backstepping is applied. This procedure allows to build a controlled system that can be represented as a cascade connection of several subsystems. For each subsystem, the stabilizing control and the Lyapunov function are built. At the final step of the recursive procedure, a control law for the entire system and the corresponding Lyapunov function is constructed. Thus, the structure of the found control law essentially depends on the Lyapunov function used at each stage of the procedure. We justify the use of a new class of Lyapunov functions in the form of vector norms for solving this problem, which is used in comparison to previously known works with class of quadratic Lyapunov functions and allows us to simplify the control structure and improve its properties, such as the speed of convergence of the process at a given position. The results of numerical simulations, confirming a higher effectiveness of the proposed control law in comparison with the known results are obtained.

Key words: dynamic positioning, piecewise constant control, backstepping technique, Lyapunov function.

Введение

Задачи синтеза управления движением корабля активно исследуются с начала 20-го века. Среди основных методов решения этих задач можно указать следующие: синтез ПИД-регуляторов, использование фильтра Калмана, построение оптимального управления для линейно-квадратичной задачи, синтез управления в скользящем режиме, метод линеаризации обратной связью и т. д. В 90-х годах прошлого века возник и стал развиваться метод бэкстеппинга [1] построения нелинейного управления. Данный метод основан на представлении всей системы в виде каскадного соединения подсистем и синтезе нелинейного закона управления на основе построения функций Ляпунова для каждой подсистемы [2]. В работах [3–5] решена задача синтеза непрерывного управления на основе метода бэкстеппинга для линейной и нелинейной моделей корабля.

На практике в современных системах управления, как правило, используются цифровые компьютеры и аналого-цифровые преобразователи. Такая модель системы управления включает в себя как непрерывные, так и дискретные сигналы. К настоящему времени разработаны основы решения задач синтеза дискретного управления нелинейной системой с использованием приближенных дискретных моделей [6–8]. В работе [9] на основе аппроксимации Эйлера и применения процедуры метода бэкстеппинга решена задача синтеза дискретного управления корабля в точке путем построения кусочно-постоянного закона управления, обеспечивающего полуглобальную практическую стабилизацию. Подход, используемый в статье [9], основан на дискретном моделировании системы на основе аппроксимации Эйлера и применении метода бэкстеппинга для дискретных систем с построением функций Ляпунова квадратичного вида. При этом вопрос о построении функций Ляпунова других классов в работе [9] не рассматривался.

В настоящей статье дано новое решение задачи динамического позиционирования корабля в точке путем построения дискретного закона управления, обеспечивающего стабилизацию нулевого положения, позволяющее упростить структуру управления и улучшить его свойства. Это решение основано на применении процедуры бэкстеппинга к дискретной модели системы с построением функций Ляпунова вида векторных норм.

В первом разделе дана постановка задачи динамического позиционирования и построена дискретная модель системы. Во втором разделе дано решение поставленной задачи и проведен сравнительный анализ полученного закона управления с известным ранее результатом. В заключении перечислены основные полученные в работе результаты.

1 Постановка задачи

Рассмотрим математическую модель корабля в задаче динамического позиционирования в точке. Введем декартову систему координат, ориентированную по меридиану (см. рис. 1). Ось $0e$ указывает направление на восток, а ось $0n$ – на север. Координата ψ определяет курс корабля (угол между плоскостью меридиана и диаметральной плоскостью судна). Пусть μ и υ – проекции скорости центра масс судна на продольное и поперечное направления соответственно, и пусть r – угловая скорость судна, т. е. $r=\dot{\psi}$.

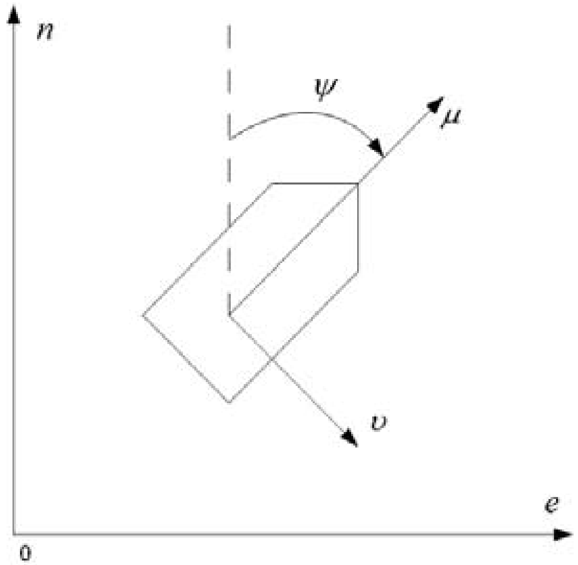

Рис. 1. Система координат в задаче динамического позиционирования

Введем обозначения $\eta_c=\begin{bmatrix} n & e & \psi \end{bmatrix}^T$ и $v_c=\begin{bmatrix} \mu & \upsilon & r \end{bmatrix}^T$. В задачах динамического позиционирования скорость корабля принимается малой $(\mu\cong 0, \upsilon\cong 0, r\cong 0)$, и можно предположить, что силы трения линейны [3]. Упрощенная динамическая модель корабля может быть записана в виде:

$$\dot{\eta}_c = R(\psi)v_c,\ \tau = M\dot{v}_c + F\eta_c + Dv_c,$$

где M – положительно определенная матрица инерции,

D – матрица сил трения,

F – матрица остальных действующих сил и моментов,

$\tau=\begin{bmatrix} \tau_1 & \tau_2 & \tau_3 \end{bmatrix}^T$ – вектор управления,

$$R(\psi)=\begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Обозначим $u_c=[u_1\ u_2\ u_3]$в виде $u_c=\tau-F\eta_c$.

Таким образом, уравнения движения корабля можно записать в виде [9]:

$$\dot{\eta}_c = R\big(\psi(t)\big)v_c(t),\quad \dot{v}_c = Av_c(t)+Bu_c(t), \tag{1}$$

где $A=-M^{-1}D,\quad B=M^{-1}$.

В задаче динамического позиционирования корабля будем искать такое управление $u_c=u_c(\eta_c,\ v_c)$ по принципу обратной связи, которое обеспечивает асимптотическую устойчивость в целом нулевого решения системы (1). Такое управление будет стабилизирующим до глобальной асимптотической устойчивости [10].

Пусть $T>0$ – период дискретизации, $k\in N$, обозначим $\eta(k)=\eta_c(kT)$ и $v(k)=v_c(kT)$. Если положить $u_c(t)=u(k), t\in[kT, (k+1)T]$, то дискретная модель системы (1) на основе аппроксимации Эйлера примет вид:

$$\begin{aligned} &\eta(k+1)=\eta(k)+TR\big(\psi(k)\big)v(k),\\ &v(k+1)=A_d v(k)+B_d u(k), \end{aligned} \tag{2}$$

где $x=[\eta^T\ v^T]^T$ – вектор состояния системы,

$A_d=I+TA$,

$B_d=TB$,

$\psi(k)=\psi(kT)$,

I – единичная матрица.

Будем далее считать, что векторы $\eta(k)$ и $v(k)$ доступны измерению.

2 Синтез кусочно-постоянного управления в задаче динамического позиционирования

Используя входное преобразование $u=B^{-1}(u_{\alpha T}-Av)$, приближенную модель Эйлера (2) можно переписать в виде:

$$\eta(k+1)=\eta(k)+TR\big(\psi(k)\big)v(k), \tag{3}$$

$$v(k+1)=v(k)+Tu_{\alpha T}(k). \tag{4}$$

Определим матрицу $L=diag\{l_1,l_2,l_3\}$, где постоянные l_i имеют размерность c^{-1} и выбраны так, что выполняется неравенство $0<l_i<2/T$ для всех $i=1,2,3.$ Несложно показать, что при таком выборе матрицы L управление $v(k)=\phi_T\big(\eta(k)\big)=-R^T\big(\psi(k)\big)L\eta(k)$ обеспечивает асимптотическую стабилизацию подсистемы (3). Действительно, при данном управлении подсистема (3) примет вид:

$$\eta(k+1)=\eta(k)-TR\big(\psi(k)\big)R^T\big(\psi(k)\big)L\eta(k).$$

Учитывая, что в силу ортогональности матрицы $R(\psi)$

$$R\big(\psi(k)\big)R^T\big(\psi(k)\big)=I,$$

систему (3) преобразуем к виду:

$$\eta(k+1)=(I-TL)\,\eta(k).$$

Возьмем для данной системы функцию Ляпунова вида: $V(\eta)=|\eta|$, где символом $|\eta|$ обозначена кубическая норма вектора η. Получим, что $V(\eta(k+1))<V(\eta(k))$ для всех $k\in N$, если справедливы неравенства $0<l_i<2/T$ для всех $i=1,2,3.$

Управление для системы (3) и (4) возьмем в виде:

$$u_{\alpha T}\left(x\left(k\right)\right)=-a\left[\nu\left(k\right)-\phi_T\left(\eta\left(k\right)\right)\right]+ +\frac{\Delta\phi_T\left(x\left(k\right)\right)}{T}, \quad (5)$$

где постоянная a удовлетворяет неравенству:

$$0<a<2/T,$$
$$\Delta\phi_T\left(x\right)=\phi_T\left(\eta+TR\left(\psi\right)v\right)-\phi_T\left(\eta\right),$$
$$\phi_T\left(\eta\left(k\right)+TR\left(\psi\left(k\right)\right)v\left(k\right)\right)= =-R^T\left(\psi\left(k+1\right)\right)L\eta\left(k+1\right).$$

Докажем, что управление (5) решает задачу о глобальной стабилизации системы (3), (4).

Введем новую функцию $z(k)=v(k)-\phi_T(\eta(k))$. Тогда для нового вектора состояния (η, z) система (3), (4) при управлении (5) примет следующий вид:

$$\eta\left(k+1\right)=\left(I-TL\right)\eta\left(k\right)+TR\left(\psi\left(k\right)\right)z\left(k\right),$$
$$z\left(k+1\right)=\left(1-aT\right)z\left(k\right). \quad (6)$$

Подберем число $a>0$ из условия:

$$|1-Tl_i|+2T\alpha<1 \quad \forall i=1,2,3. \quad (7)$$

Возьмем для системы (6) функцию Ляпунова в виде:

$$V(\eta, z)=\max\{|\eta|, |z|/\alpha\}.$$

Обозначим $V(k)=V(\eta(k), z(k))$. Тогда, учитывая неравенства:

$$\left|\eta\left(k+1\right)\right|\le\left(\left|1-Tl_i\right|+2T\alpha\right)\max\left\{\left|\eta\left(k\right)\right|,\left|z\left(k\right)\right|/\alpha\right\},$$
$$\left|z\left(k+1\right)\right|/\alpha\le\left|1-aT\right|\left|z(k)\right|/\alpha,$$

получим для функции Ляпунова оценку:

$$V\left(k+1\right)\le\max\left\{\left|1-Tl_i\right|+2T\alpha,\ \left|1-aT\right|\right\}V\left(k\right).$$

Отсюда, учитывая (7), получим, что $V(k+1)<V(k)$ для любого $k\ge 0$. Таким образом, нулевое решение $\eta=0$, $z=0$ системы (6) глобально асимптотически устойчиво. Учитывая, что $\phi_T(0)=0$, получим глобальную асимптотическую устойчивость нулевого решения $\eta=0,\ v=0$ системы (3), (4).

Построенное дискретное управление (5) для системы (3), (4) позволяет найти кусочно-постоянное управление $u_c\left(t\right)=u_{\alpha T}\left(x\left(k\right)\right),\ t\in\left[kT,\left(k+1\right)T\right)$ для системы (1) в непрерывном времени, которое решает задачу полуглобальной практической стабилизации, а именно, существует такое $T^*>0$, что для всех $T\in(0, T)$ найдется такая функция $\beta\in KL$, что для любых положительных чисел $(D,\ d)$ решение $x=(\eta_c,\ v_c)$ системы (1) удовлетворяет неравенству $\left|x\left(t\right)\right|\le\beta\left(\left|x\left(0\right)\right|,t\right)+d$, если начальное условие имеет вид $|x(0)|\le D$. Здесь символом KL обозначен класс функций $\beta: R^+\times R^+\to R^+$, таких, что $\beta(0,\ t)=0$, $\beta(s,\ t)$ строго монотонно возрастает по s при каждом фиксированном t и стремится к нулю при $t\to+\infty$.

В работе [9] с использованием функции Ляпунова вида квадратичной формы управление для системы (3) и (4) построено в виде:

$$u_{\alpha T}\left(x\left(k\right)\right)=-a\left[v\left(k\right)-\phi_T\left(\eta\left(k\right)\right)\right]+ +\frac{\Delta\phi_T\left(x\left(k\right)\right)}{T}-\frac{\Delta\tilde{W}_T\left(x\left(k\right)\right)}{T}, \quad (8)$$

где функция $\Delta\tilde{W}_T\left(x\left(k\right)\right)$ определяется следующим соотношением:

$$\Delta\tilde{W}_T\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\Delta\bar{W}_T\left(x\right)\left[\nu-\phi_T\left(\eta\right)\right]}{\left\|\nu-\phi_T\left(\eta\right)\right\|^2}, & \nu\ne\phi_T\left(\eta\right),\\ TR^T\left(\psi\right)\left[\eta+TR\left(\psi\right)\nu\right], & \nu=\phi_T\left(\eta\right).\end{cases}$$

Здесь

$$\Delta\bar{W}_T\left(x\right)=W_T\left(\eta+TR\left(\psi\right)\nu\right)-W_T\left(\left(I-TL\right)\eta\right),$$
$$W_T\left(\eta\right)=1/2\,\eta^T\eta, L=diag\,\{l_1, l_2, l_3\}.$$

Сравнительный анализ управлений (5) и (8) позволяет утверждать, что закон (5) имеет более простую структуру, чем (8). Отличие закона (5) от (8) состоит в отсутствии последнего слагаемого – $\Delta\tilde{W}_T\left(x\left(k\right)\right)/T$, появление которого в (8) обусловлено применением функции Ляпунова квадратичного вида. При обосновании закона (5) применялись функции Ляпунова другого типа – векторные нормы, что и позволило упростить структуру полученного управления. Кроме того, проведенное численное моделирование системы (3), (4) при управлениях (5) и (8) показало, что закон (5) обеспечивает более высокую скорость сходимости по сравнению с (8). Численные расчеты проводились в системе MathCad 14 при следующих значениях параметров системы и управления:

$$T=0{,}3\,c,\ l_i=0{,}2\,c^{-1}, i=1,\ 2,\ 3,\ a=1.$$

На рисунке 2 представлены результаты моделирования при управлении (5). На рисунке 3 показаны результаты моделирования при управлении (8), предложенном в работе [9].

Заключение

В статье получены следующие основные результаты:

- решена задача синтеза управления корабля в точке путем построения кусочно-постоянного закона, обеспечивающего полуглобальную практическую стабилизацию при динамическом позиционировании;
- обоснована методика построения функций Ляпунова вида векторных норм для дискретных систем, позволяющая применять метод бэкстеппинга для решения задачи синтеза кусочно-постоянного управления в задаче динамического позиционирования;
- показана более высокая эффективность построенного в работе закона управления по сравнению с известными результатами [9].

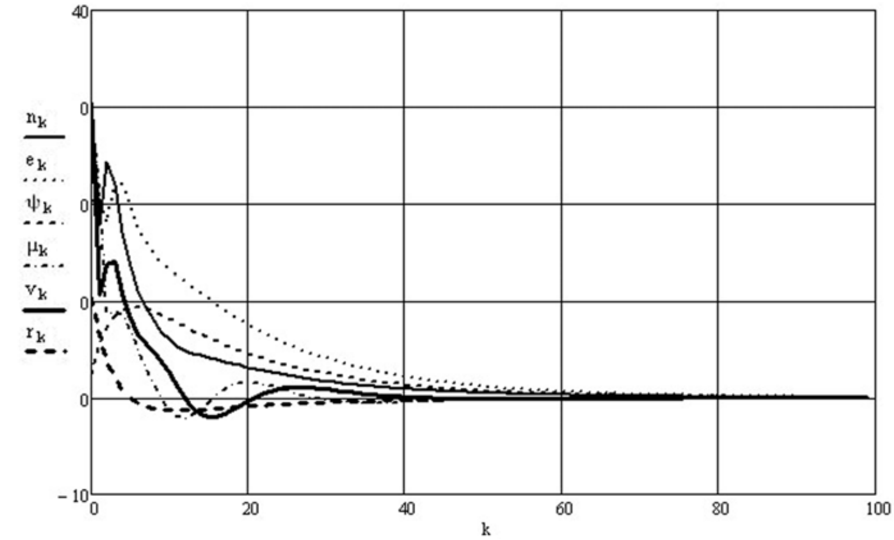

Рис. 2. Результаты моделирования при управлении (5)

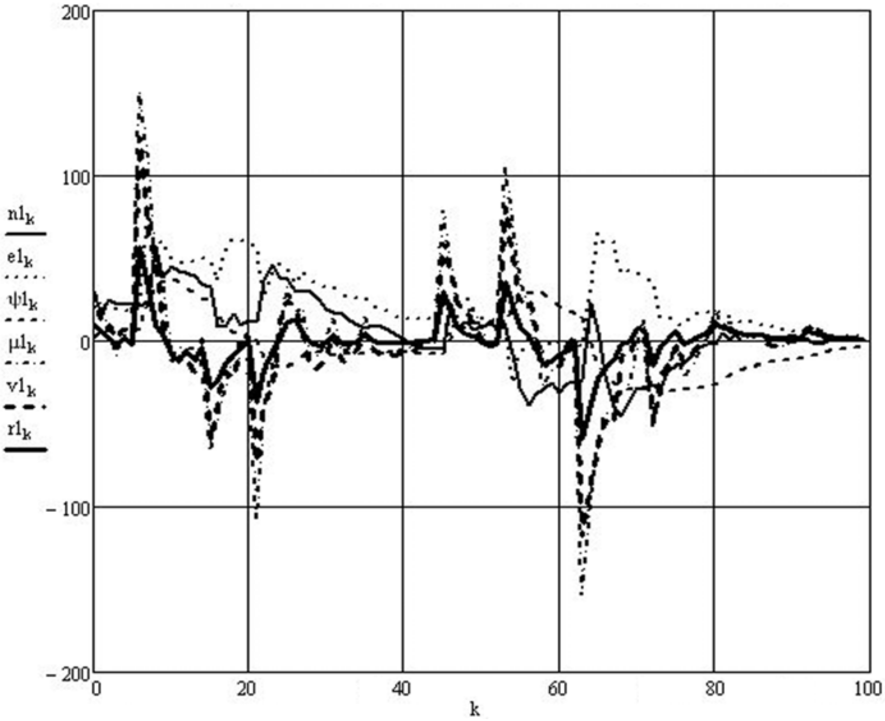

Рис. 3. Результаты моделирования при управлении (8)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kokotovic P.V. The joy of feedback: Nonlinear and adaptive // IEEE Control Systems Magazine. 1992. V. 12. pp. 7–17.

2. Халил Х.К. Нелинейные системы. – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009. – 832 с.

3. Fossen T. I. Marine Control Systems. Trondheim, Norway: Marine Cybernetics, 2002.

4. Pettersen K. Y. and Nijmeijer H. Output feedback tracking control for ships // in New Directions in Nonlinear Observer Design, H. Nijmeijer and T. I. Fossen, Eds. New York: Springer. 1999. pp. 311–331.

5. Pettersen K.Y. and Fossen T.I. Underactuated dynamic positioning of a ship — Experimental results // IEEE Trans. Control Syst. Technol. 2000. V. 8, № 5. pp. 856–863.

6. Laila D.S., Nesic D., and Astolfi A. Sampled-data control of nonlinear systems // in Advanced Topics in Control Systems Theory: Lecture Notes From FAP 2005, Lecture Notes in Control and Information Sciences, A. Loria, F.L. Lagarrigue, and E. Panteley, Eds. New York: Springer. 2005. V. 328. pp. 91–137.

7. Nesic D. and Teel A.R. Stabilization of sampled-data nonlinear systems via backstepping on their Euler approximate model // Automatica. 2006. V. 42. pp. 1801–1808.

8. Nesic D., Teel A. R. and Kokotovic P.V. Sufficient conditions for stabilization of sampled-data nonlinear systems via discrete-time approximation // Syst. Control Lett. 1999. V. 38. pp. 259–270.

9. Katayama H. Nonlinear Sampled-Data Stabilization of Dynamically Positioned Ships // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2010. V. 18, № 2. pp. 463–468.

10. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления : учебник для вузов. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : Высш. шк., 2003. – 614 с.

REFERENCES

1. Kokotovic P.V. The joy of feedback: nonlinear and adaptive. *IEEE Control Systems Magazine*, 1992, vol. 12, pp. 7–17.

2. Khalil H.K. *Nelineynye sistemy* [Nonlinear systems]. Moscow, Izhevsk, 'Regulyarnaya i Khaoticheskaya dinamika' RDE Publ., 2009. 832 p.

3. Fossen T. I. *Marine Control Systems*. Trondheim, Norway, Marine Cybernetics, 2002.

4. Pettersen K. Y. and Nijmeijer H. Output feedback tracking control for ships. *In New Directions in Nonlinear Observer Design*, H. Nijmeijer and T. I. Fossen, Eds. New York, Springer, 1999, pp. 311–331.

5. Pettersen K.Y. and Fossen T.I. Underactuated dynamic positioning of a ship. Experimental results. *IEEE Trans. Control Syst. Technol,* 2000, vol. 8, no. 5, pp. 856–863.

6. Laila D.S., Nesic D., and Astolfi A. Sampled-data control of nonlinear systems. In Advanced Topics in Control Systems Theory. Lecture Notes From FAP 2005. *Control and Information Sciences,* A. Loria, F.L. Lagarrigue, and E. Panteley, Eds. New York, Springer, 2005, vol. 328, pp. 91–137.

7. Nesic D. and Teel A.R. Stabilization of sampled-data nonlinear systems via backstepping on their Euler approximate model. *Automatica,* 2006, vol. 42, pp. 1801–1808.

8. Nesic D., Teel A. R., and Kokotovic P.V. Sufficient conditions for stabilization of sampled-data nonlinear systems via discrete-time approximation. *Syst. Control Lett,* 1999, vol. 38, pp. 259–270.

9. Katayama H. Nonlinear Sampled-Data Stabilization of Dynamically Positioned Ships. *IEEE Transactions on Control Systems Technology,* 2010, vol. 18, no. 2, pp. 463–468.

10. Afanasev V.N., Kolmanovsky V.B., and Nosov V.R. *Matematicheskaya teoriya konstruirovaniya sistem upravleniya. Uchebnik dlya vuzov* [Mathematical Theory of Control System Construction. Manual for Institutes of Higher Education. 3rd Edition, corrected and enlarged]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 2003, 614 p.