

УДК 004.942:621.314.54

В.Ф. Белов, А.А. Буткина, А.В. Шамаев

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ МИКРОСЕТЕЙ

Белов Владимир Федорович, доктор технических наук, профессор, окончил факультет электронной техники Мордовского государственного университета им. Н.П. Огарева, заведующий кафедрой систем автоматизированного проектирования МГУ им. Н.П. Огарева. Имеет статьи, монографии, изобретения в области проектирования автономных электроэнергетических систем с управляемыми показателями качества электрической энергии. [e-mail: belovvf@mail.ru].

Буткина Анна Александровна, окончила математический факультет Мордовского государственного университета им. Н.П. Огарева, преподаватель кафедры систем автоматизированного проектирования МГУ им. Н.П. Огарева. Имеет статьи в области применения численных методов для математического моделирования электроэнергетических систем. [e-mail: butkinaaa@gmail.com].

Шамаев Алексей Валентинович, кандидат технических наук, окончил факультет электронной техники Мордовского государственного университета им. Н.П. Огарева, доцент кафедры систем автоматизированного проектирования МГУ им. Н.П. Огарева. Имеет статьи в области математического моделирования и оптимизации фильтров для электроэнергетических систем. [e-mail: shamaevav@list.ru].

Аннотация

На основе концепции мостового элемента разработана математическая модель AC/DC/AC-преобразователя с накопителем электрической энергии. Эта модель предназначена для анализа кондуктивных помех при проектировании «умных» микросетей (микро Smart Grid), частью которых являются AC/DC/AC-преобразователи, а также для эмуляции объекта управления при разработке программного обеспечения микроконтроллеров.

Мостовой элемент (В-элемент) представляет собой обобщенную модель m -фазного мостового преобразователя электрической энергии, в которой транзисторы моделируются идеальными ключами. Разработаны правила представления графа эквивалентной схемы AC/DC/AC-преобразователя с накопителем электрической энергии в виде совокупности подграфов, соответствующих унифицированным мостовым элементам. Их применение автоматически обеспечивает корректность работы алгоритма формирования и решения системы дифференциальных уравнений данной эквивалентной схемы при любом состоянии ключей.

Вычислительные аспекты указанного алгоритма были исследованы на примере математического моделирования AC/DC/AC-преобразователя с использованием технологии распределенных вычислений MPI. Предварительные результаты показали, что повышение скорости моделирования может быть достигнуто при применении технологий распараллеливания вычислений для решения полной системы дифференциальных уравнений, сформированной с помощью В-элементов. Поэлементное формирование и решение систем дифференциальных уравнений не повышает эффективность вычислений. Для окончательного подтверждения этих результатов требуются дополнительные исследования.

Ключевые слова: Smart Grid, преобразователь электрической энергии, математическая модель, качество электрической энергии, параллельные вычисления.

MATHEMATICAL SIMULATION OF POWER CONVERSION SYSTEMS FOR MICRO GRID

Vladimir Fedorovich Belov, Doctor of Engineering, Professor; graduated from the Faculty of Electronics at N.P. Ogarev Mordovian State University; Head of the Department of Computer-Aided Design at N.P. Ogarev Mordovian State University; an author of articles, monographs, and inventions in the field of the design of autonomous electric power systems, in which power quality parameters are controllable. e-mail: belovvf@mail.ru.

Anna Aleksandrovna Butkina, graduated from the Faculty of Mathematics at N.P. Ogarev Mordovian State University; Lecturer of the Department of Computer-Aided Design at N.P. Ogarev Mordovian State University; an author of articles in the field of numerical method application for mathematical simulation of electric power systems. e-mail: butkinaaa@gmail.com.

Alexey Valentinovich Shamaev, *Candidate of Engineering; graduated from the Faculty of Electronics at N.P. Ogarev Mordovian State University; Associate Professor at the Department of Computer-Aided Design at the Ogarev Mordovian State University; an author of articles in the field of mathematical simulation and optimization of electric power filters. e-mail: shamaevav@list.ru.*

Abstract

Mathematical model of AC/DC/AC converter with energy storage device is developed on the base of the bridge element concept. This model is intended for the analysis of conducted interference at the designing stage of micro Smart Grid, which contain AC/DC/AC converters, as well as for the emulation of the control object at the software development stage of microcontrollers.

Bridge element (B-element) is a generalized model of the m -phase bridge converter of electric power, in which transistors are modeled by ideal switches. Rules to represent a graph of the equivalent circuit of AC/DC/AC converter with energy storage as a set of subgraphs corresponding standardized bridge elements are developed. Application of these rules provides correctness of algorithm functioning of forming and solution of differential equations of the equivalent circuit at any state of the switches automatically.

Computational aspects of the algorithm have been investigated on the example of mathematical simulation of AC/DC/AC converter with MPI distributed computing technology. Preliminary results showed that increasing of the simulation speed may be achieved by application of parallel computing technology for solution of the complete differential equations system formed on the B-element base. Element-wise forming and solution of differential equations systems does not increase the computational efficiency. Additional studies are required for final confirmation of these results.

Key words: Smart Grid, power converter, mathematical model, power quality, parallel computation.

ВВЕДЕНИЕ

Системы преобразования электрической энергии (преобразовательные системы) получили большое распространение в составе Smart Grid, использующих «зеленую» энергию. Интеграция оборудования в таких системах осуществляется на основе Открытого протокола Smart Grid (OSGP). Внедрение Smart Grid в жилых микрорайонах, для электроснабжения которых применяются не только традиционные, но и альтернативные источники электрической энергии, объединенные в микросети, стимулирует установку AC/DC/AC-преобразователей в каждом домохозяйстве. С их помощью решаются задачи преобразования видов и параметров электрической энергии, торговли ее излишками, оптимального управления домовыми нагрузками. В [1] приведен пример такого микрорайона, который представляет собой компактный жилой комплекс, включающий 335 домов и учреждений. Он имеет отдельную сеть электроснабжения (микросеть), а также получает энергию от сбытовой компании.

При проектировании преобразовательных систем с учетом OSGP важной задачей является обеспечение требуемых ограничений на излучаемые и кондуктивные помехи. Для этого необходимо проводить системный анализ взаимного влияния большого количества AC/DC/AC-преобразователей при выполнении ими различных функций в составе микро Smart Grid. Это сложная научно-техническая проблема, решение которой возможно только при наличии эффективных математических моделей объектов проектирования. Полная модель энергосистемы с AC/DC/AC-преобразователями необходима также для эмуляции объекта управления при создании программного обеспечения (интеллекта) микро Smart Grid.

Противоречие в требованиях к точности отражения высокочастотных нелинейных процессов в модели микро Smart Grid с большим количеством AC/DC/AC-преобразователей электрической энергии, с одной стороны, и обеспечению приемлемой для проектирования скорости расчета, выполненного с использованием этой модели, с другой стороны, возможно разрешить только на основе использования специализированных алгоритмов и программ.

Поэтому актуальными задачами современной электроэнергетики являются:

- разработка параллельного алгоритма, выполняющего автоматическое формирование и анализ математических моделей преобразовательных систем;
- интеграция математических моделей преобразовательных систем в полную модель электроэнергетической системы;
- исследование принципов организации вычислительного процесса при реализации указанного выше алгоритма на современных вычислительных комплексах.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Алгоритм моделирования многофазных электроэнергетических систем, включающих произвольное количество мостовых преобразователей электрической энергии, изложен в [2]. Он основан на концепции « n -фазного мостового элемента» и применении линейных преобразований координат для получения дифференциальных уравнений элементов автономной электроэнергетической системы в стандартной форме. На рисунке 1 представлен ориентированный граф n -фазного управляемого преобразователя электрической энергии.

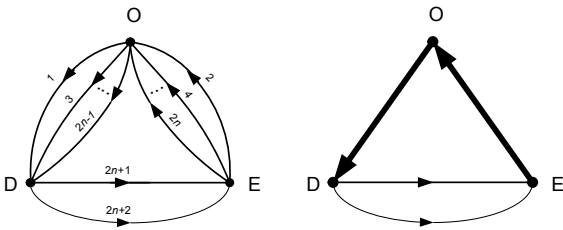


Рис. 1. Ориентированный граф n -фазного преобразователя электрической энергии

Граф образован тремя узлами O, D, E и связывающими их ребрами. Ребра с нечетными и четными номерами инцидентны узлам D и E соответственно. Каждое ребро может находиться в одном из двух состояний – «1» и «0» («замкнуто» и «разомкнуто»). Ребра, инцидентные узлам D и O , относятся к катодной группе, а инцидентные узлам E и O – к анодной группе. Ребра, инцидентные узлам D и E , отнесены к хордовой группе ребер. В [2] этот граф назван B -графом (от англ. bridge – мост), а соответствующий ему энергетический преобразователь – «мостовым элементом» или B -элементом.

Математическая модель B -элемента, подключенного к n фазам m -фазной электрической сети ($n \leq m$), имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} I_{dq} = QU_{dq} + H, \\ \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} I_L \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{N_L} \\ 0 \end{pmatrix} C_{dq}^{-1} U_{dq} + \begin{pmatrix} Z_L & L_{M_L} \\ C_C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_L \\ U_C \end{pmatrix} \\ U_O = Z_O I_L + L_{N_O} C_{dq}^{-1} U_{dq} + L_{M_O} U_C, \end{cases} \quad (1)$$

где $Q = C_{dq} F_{LNL} C_{dq}^{-1}$,

$$H = \left\{ C_{dq} F_{ZL} - C_{dq} \frac{d}{dt} (C_{dq}^{-1}) C_{dq} F_{C_L}^T \right\} I_L + C_{dq} F_{LML} U_C,$$

$$F_{LNL} = F_{C_L}^T L_{N_L}, F_{ZL} = F_{C_L}^T Z_L, F_{LML} = F_{C_L}^T L_{M_L};$$

$$Z_L = -L_L^{-1} R_L, Z_O = L_O L_L^{-1} R_L - R_O;$$

$$L_{N_L} = -L_L^{-1} N_L, L_{M_L} = -L_L^{-1} M_L,$$

$$L_{N_O} = L_O L_L^{-1} N_L - N_O, L_{M_O} = L_O L_L^{-1} M_L - M_O;$$

$$L_L = C_L L C_L^T, L_O = C_O L C_L^T, R_L = C_L R C_L^T,$$

$$R_O = C_O R C_L^T;$$

$$N_L = C_L N, N_O = C_O N, M_L = C_L M, M_O = C_O M;$$

$$C_{C_L} = C_C^{-1} M^T C_L^T, C_{dq} = C_P;$$

$$L = L_S + N L_P N^T, R = R_S + N R_P N^T;$$

$R_P = \text{diag}(r_{P1}, r_{P1}, \dots, r_{Pn}), L_P = \text{diag}(l_{P1}, l_{P1}, \dots, l_{Pn})$ – матрицы активных сопротивлений и индуктивностей питающего фидера;

$$R_S = \text{diag}(r_{S1}, r_{S1}, \dots, r_{S2n+2}),$$

$L_S = \text{diag}(l_{S1}, l_{S1}, \dots, l_{S2n+2})$ – матрицы активных сопротивлений и индуктивностей ребер графа преобразователя с номерами $1, 2, \dots, 2n+2$;

C_L и C_O – матрицы, которые определяют структуру проводящих (замкнутых) и непроводящих (разомкнутых) контуров графа преобразователя соответственно;

C_C – матрица емкостей конденсаторов преобразователя;

$U_C = \text{colon}(u_{C1}, u_{C1}, \dots, u_{Ck})$ – вектор напряжений на конденсаторах преобразователя (k – общее количество конденсаторов);

M – матрица, определяющая номера ребер графа преобразователя, в которых установлены конденсаторы;

$F = -N^T$ – матричный оператор преобразования токов ребер графа преобразователя в фазные токи питающей сети;

$N = B P$ – матричный оператор преобразования фазных напряжений питающей сети в напряжения питания ребер графа преобразователя;

B – матричный оператор преобразования питающих напряжений выпрямителя в напряжения питания ребер графа преобразователя;

P – матричный оператор преобразования фазных напряжений в питающие напряжения выпрямителя;

$C_{dq} = C_P$ – матрица перехода от неподвижной системы координат, связанной с m фазами питающей сети, к ортогональной системе координат $dq0$, вращающейся синхронно с ротором электромеханического преобразователя (генератора). В частности, при $m = 3$ эта матрица называется матрицей прямого линейного преобразования Парка-Горева.

Матрица M имеет размер $n \times k$ и состоит только из нулей и единиц. Элемент матрицы M , стоящий на пересечении i -й строки и j -го столбца, будет иметь значение 1, если в i -м ребре B -элемента установлен конденсатор C_j , в противном случае – значение 0.

Матрица P имеет размер $n \times m$ и состоит из нулей и единиц. Элемент матрицы P , стоящий на пересечении i -й строки и j -го столбца, будет иметь значение 1, если к i -му проводу питающего фидера выпрямителя подключена j -я фаза питающей сети, в противном случае – значение 0. В частности, при $n = m$ оператор P представляет собой единичную матрицу.

При использовании модели идеального ключа количество дифференциальных уравнений в системе (1) не является постоянным и равно количеству проводящих контуров в графе B -элемента.

Применяемый в [2, 3] способ покрытия графа принципиальной схемы преобразовательной системы совокупностью B -элементов, предполагающий введение искусственных понятий «реброузла» и «фиктивного» узла, на практике оказался справедливым только для определенных условий моделирования. Несовпадение результатов моделирования с экспериментальными данными проявляется, например, при рассмотрении режима отключения выпрямительного моста от питающей сети в процессе расчета значений напряжений на разомкнутых ключах в анодных и катодных группах ребер графа B -элемента. Когда все ключи, входящие в анодную и катодную группы ребер, оказываются разомкнутыми, все контуры в системе, сформированные в соответствии с применяемым в [2, 3] способом выделения B -элемента, оказываются разомкнутыми (непроводящими). Однако это не соответствует действительности, когда количество проводящих ребер в хордовой группе больше одного и в ней имеются источники напряжения или конденсаторы.

Очевидно, что выделение B -элементов в эквивалентных схемах преобразовательных систем необходимо производить таким образом, чтобы хордовая группа каждого из B -элементов состояла только из одного проводящего ребра, и оно не включало бы источники напряжения или конденсаторы. Назовем это правило условием корректности моделирования B -элемента и рассмотрим его реализацию при моделировании АС/DC/АС-преобразователя.

2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АС/DC/АС-ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Рассмотрим эквивалентную схему АС/DC/АС-преобразователя, включающую источник энергии бесконечной мощности и однофазный мостовой выпрямитель, который работает на активно-индуктивную нагрузку, накопитель электрической энергии и однофазный мостовой инвертор, подключенные параллельно (рис. 2 а).

Для выполнения условия корректности моделирования с использованием концепции B -элемента преобразуем граф эквивалентной схемы, построенный по изложенным в [2, 3] правилам, в эквивалентную комбинацию из трех B -элементов – B_1 , B_2 и B_3 .

Действительно, если ребра графа эквивалентной схемы (рис. 2 б) с номерами 1–4 включить в анодно-катодную группу элемента B_1 , а к его хордовой группе отнести ребра с номерами 5 и 6, которые не содержат источники напряжения и конденсаторы, то условие корректности для элемента B_1 будет выполнено. Принадлежность ребер к i -му элементу обозначим верхним индексом (i) в их обозначениях.

Для выделения элемента B_2 необходимо произвести следующие дополнительные преобразования графа:

- для формирования анодно-катодной группы ввести фиктивный узел $O^{(2)}$, разбив ребро 7 на два ребра и создав тем самым ребра $1^{(2)}$ и $2^{(2)}$;
- для формирования хордовой группы продублировать ребра 5 и 6, входящие в хордовую группу элемента B_1 , создав тем самым ребра $3^{(2)}$ и $4^{(2)}$.

Для выделения элемента B_3 необходимо произвести следующие дополнительные преобразования графа:

- для формирования анодно-катодной группы переименовать ребра 8–11 в ребра 1–4 с верхним индексом (3);

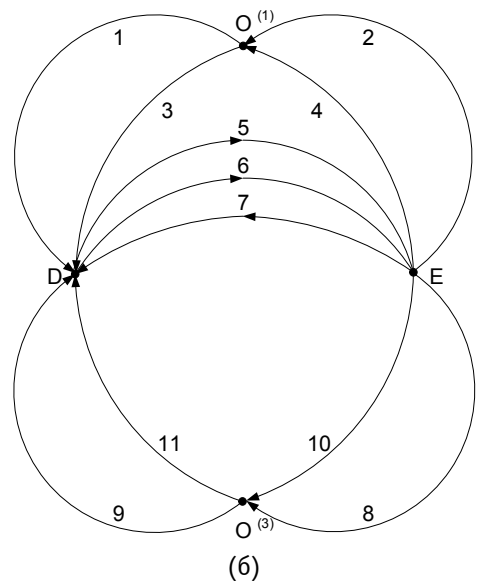
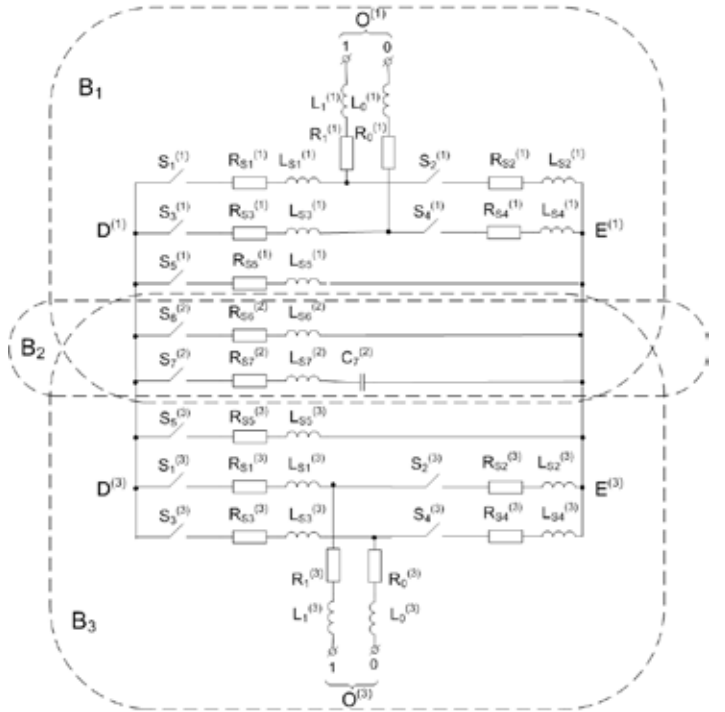


Рис. 2. Эквивалентная схема (а) и граф (б) АС/DC/АС-преобразователя

– для формирования хордовой группы продублировать ребра, входящие в хордовую группу элемента B_1 , создав тем самым ребра $5^{(3)}$ и $6^{(3)}$.

Конечный результат этих преобразований представлен на рисунке 3.

Таким образом, в исходном графе AC/DC/AC-преобразователя выделены элементы B_1, B_2 и B_3 , соответствующие условию корректности, которые необходимо объединить в B -систему, то есть в систему, состоящую только из B -элементов. Для осуществления этого объединения необходимо включить добавочные электродвижущие силы (ЭДС) в проводящие ребра хордовой группы каждого B -элемента, как это показано на рисунке 4. При этом величина добавочной ЭДС в графе каждого B -элемента должна равняться падению напряжения на общем проводящем ребре хордовой группы под воздействием всех источников, не входящих в этот B -элемент:

$$E_{i\Sigma} = \sum_{j \neq i} E_{ij} = Z_X \sum_{j \neq i} I_{jX}, \quad (2)$$

где $E_{i\Sigma}$ – суммарная добавочная ЭДС для i -го B -элемента;

E_{ij} – добавочная ЭДС, отражающая влияние j -го B -элемента на i -й;

Z_X – полное сопротивление общего ребра B -системы;

I_{jX} – ток, создаваемый в общем ребре источниками напряжения j -го B -элемента.

Заметим, что включение добавочной ЭДС в общее ребро каждого B -элемента приводит к нарушению условия корректности их моделирования.

Для устранения этого противоречия исключим дополнительные ЭДС из проводящих ребер хордовых групп каждого B -элемента, «втянув» их в ребра анодно-катодной группы и в непроводящие ребра хордовой группы. При этом в ребра анодно-катодной группы включается половина дополнительной ЭДС с тем же знаком, а в непроводящие ребра хордовой группы – дополнительная ЭДС с обратным знаком. Результаты этих действий наглядно представлены на рисунке 5.

Формализуем алгоритм формирования математической модели AC/DC/AC-преобразователя с учетом изложенных выше этапов трансформации его исходной эквивалентной схемы.

Напряжения ребер графа полученной B -системы с учетом добавочных ЭДС будут иметь вид:

$$U_B = U_S + ZI_B + NU + MU_C + E_\Sigma, \quad (3)$$

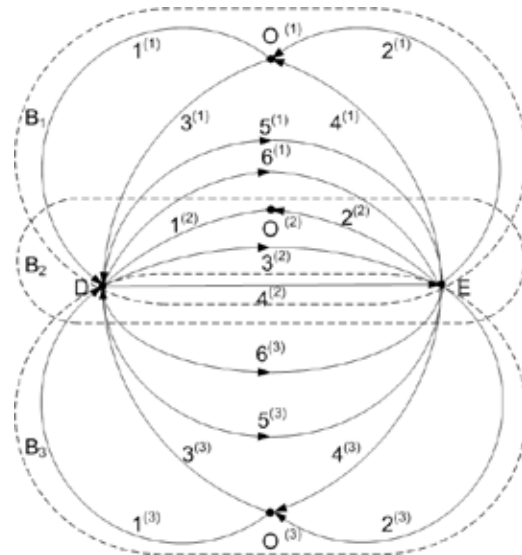


Рис. 3. Корректное представление B -элементов эквивалентной схемы AC/DC/AC-преобразователя

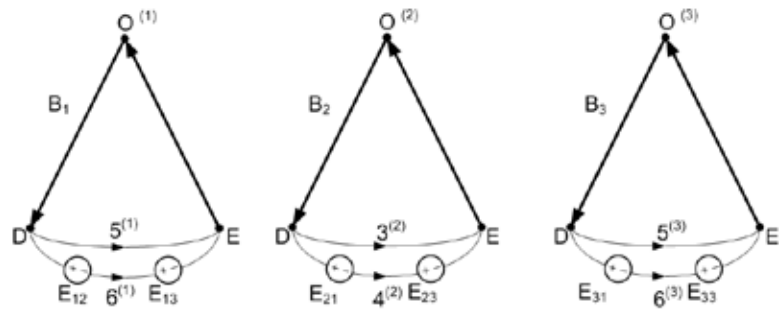


Рис. 4. Включение добавочных ЭДС в проводящие ребра хордовой группы

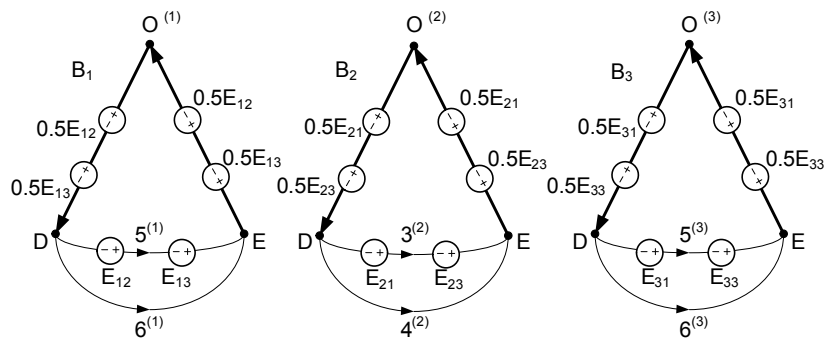


Рис. 5. Включение добавочных ЭДС во все группы ребер

где $U_S = colon(u_{S1}, u_{S1}, \dots, u_{S2n+2})$ – вектор напряжений на ключах;

$$Z = Lp + R;$$

$p = d/dt$ – символ дифференцирования по времени;

I_B – токи ребер графа B -системы;

$U = colon(u_1, u_1, \dots, u_m)$ – вектор фазных напряжений в узле подключения B -системы к m -фазной сети распределения электроэнергии;

E_Σ – вектор суммарных добавочных ЭДС.

Для математической модели AC/DC/AC-преобразователя выражение (3) с учетом (2) после выполнения соответствующих преобразований примет вид:

$$\begin{pmatrix} \frac{U_{B1}}{U_{B2}} \\ \frac{U_{B2}}{U_{B3}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{U_{S1}}{U_{S2}} \\ \frac{U_{S2}}{U_{S3}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_1 & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_2 & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{I_{B1}}{I_{B2}} \\ \frac{I_{B2}}{I_{B3}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} U + \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{U_{C1}}{U_{C2}} \\ \frac{U_{C2}}{U_{C3}} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $Z_{12}, Z_{21}, Z_{13}, Z_{31}, Z_{23}, Z_{32}$ – операторные сопротивления, отражающие взаимное влияние B -элементов.

В соответствии с (4) структура матриц параметров L и R примет вид:

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_2 & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_3 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_1 & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_2 & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_3 \end{bmatrix},$$

где $L_1, L_2, L_3, R_1, R_2, R_3$ – индуктивности и активные сопротивления B -элементов;

$L_{12}, L_{21}, L_{13}, L_{31}, L_{23}, L_{32}, R_{12}, R_{21}, R_{13}, R_{31}, R_{23}, R_{32}$ – индуктивности и активные сопротивления, отражающие взаимное влияние B -элементов.

Матрицы L и R имеют одинаковую структуру. В частности, матрица активных сопротивлений R будет выглядеть следующим образом:

$$R = \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 & -R_f & 0 & 0 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & -R_f & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_f & R_s & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R_f & 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_d & 0 & -Rn & 0 & 0 & 0 & -Rn & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Rn & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Rn & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Rn & 0 & R_d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & 0 & 0 & R_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & R_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Rn & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Rn & -Rn & 0 & 0 & 0 & 0 & R_d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & -R_f \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_s & -R_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_f & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Rn/2 & Rn/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_f & 0 & 0 & R_s \end{pmatrix},$$

где R_f, R_s, R_d, R_c, Rn – активные сопротивления питающего фидера, ребра выпрямительного моста, разомкнутого ребра, конденсатора и нагрузки соответственно.

Подставим (4) в выражение второго закона Кирхгофа, составленного для ребер B -системы. Далее проведем ряд преобразований над полученным выражением, принимая во внимание, что напряжение на замкнутых ключах равно нулю ($C_L U_S = 0$) и $Z = Lp + R$. В результате, раскрыв скобки и приведя подобные слагаемые, получим:

$$\begin{pmatrix} \frac{C_{L1} X_1 C_{L1}^T}{C_{L2} X_{21} C_{L1}^T} & \frac{C_{L1} X_{12} C_{L2}^T}{C_{L2} X_2 C_{L2}^T} & \frac{C_{L1} X_{13} C_{L3}^T}{C_{L2} X_{23} C_{L3}^T} \\ \frac{C_{L2} X_{21} C_{L1}^T}{C_{L3} X_{31} C_{L1}^T} & \frac{C_{L2} X_2 C_{L2}^T}{C_{L3} X_{32} C_{L2}^T} & \frac{C_{L2} X_{23} C_{L3}^T}{C_{L3} X_3 C_{L3}^T} \end{pmatrix} \frac{d}{dt} I_L + \begin{pmatrix} \frac{C_{L1}}{0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_{L2}}{0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_{L3}}{0} \end{pmatrix} NU + \begin{pmatrix} \frac{C_{L1} R_1 C_{L1}^T}{C_{L2} R_{21} C_{L1}^T} & \frac{C_{L1} R_{12} C_{L2}^T}{C_{L2} R_2 C_{L2}^T} & \frac{C_{L1} R_{13} C_{L3}^T}{C_{L2} R_{23} C_{L3}^T} \\ \frac{C_{L2} R_{21} C_{L1}^T}{C_{L3} R_{31} C_{L1}^T} & \frac{C_{L2} R_2 C_{L2}^T}{C_{L3} R_{32} C_{L2}^T} & \frac{C_{L2} R_{23} C_{L3}^T}{C_{L3} R_3 C_{L3}^T} \end{pmatrix} I_L + \begin{pmatrix} \frac{C_{L1}}{0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_{L2}}{0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_{L3}}{0} \end{pmatrix} MU_C = 0, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c|c|c} C_{O1}X_1C_{O1}^T & C_{O1}X_{12}C_{O2}^T & C_{O1}X_{13}C_{O3}^T \\ \hline C_{O2}X_{21}C_{L1}^T & C_{O2}X_2C_{O2}^T & C_{O2}X_{23}C_{O3}^T \\ \hline C_{O3}X_{31}C_{O1}^T & C_{O3}X_{32}C_{O2}^T & C_{O3}X_3C_{O3}^T \end{array} \right) \frac{d}{dt} I_L + \left(\begin{array}{c|c|c} C_{O1} & 0 & 0 \\ \hline 0 & C_{O2} & 0 \\ \hline 0 & 0 & C_{O3} \end{array} \right) U_S + \\ & + \left(\begin{array}{c|c|c} C_{O1}R_1C_{O1}^T & C_{O1}R_{12}C_{O2}^T & C_{O1}R_{13}C_{O3}^T \\ \hline C_{O2}R_{21}C_{L1}^T & C_{O2}R_2C_{O2}^T & C_{O2}R_{23}C_{O3}^T \\ \hline C_{O3}R_{31}C_{O1}^T & C_{O3}R_{32}C_{O2}^T & C_{O3}R_3C_{O3}^T \end{array} \right) I_L + \left(\begin{array}{c|c|c} C_{O1} & 0 & 0 \\ \hline 0 & C_{O2} & 0 \\ \hline 0 & 0 & C_{O3} \end{array} \right) NU + \\ & + \left(\begin{array}{c|c|c} C_{O1} & 0 & 0 \\ \hline 0 & C_{O2} & 0 \\ \hline 0 & 0 & C_{O3} \end{array} \right) MU_C = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где I_L – вектор токов замкнутых контуров B -системы.

Преобразуем выражения (5) и (6), выделив в них уравнения, отражающие зависимости значений токов, соответствующие каждому B -элементу:

$$\frac{d}{dt} I_{L1} = X_{L1}^{-1} \left(X_{L12} \frac{d}{dt} I_{L2} + X_{L13} \frac{d}{dt} I_{L3} + R_{L1} I_{L1} + R_{L12} I_{L2} + R_{L13} I_{L3} + N_1 U_1 + M_1 U_{C1} \right), \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} I_{L2} = X_{L2}^{-1} \left(X_{L21} \frac{d}{dt} I_{L1} + X_{L23} \frac{d}{dt} I_{L3} + R_{L21} I_{L1} + R_{L2} I_{L2} + R_{L23} I_{L3} + N_2 U_2 + M_2 U_{C2} \right), \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} I_{L3} = X_{L3}^{-1} \left(X_{L31} \frac{d}{dt} I_{L1} + X_{L32} \frac{d}{dt} I_{L2} + R_{L31} I_{L1} + R_{L32} I_{L2} + R_{L3} I_{L3} + N_3 U_3 + M_3 U_{C3} \right), \quad (9)$$

где $R_{L1} = R_1 C_{L1}^T$, $R_{L12} = R_{12} C_{L2}^T$, $R_{L13} = R_{13} C_{L3}^T$, $R_{L21} = R_{21} C_{L1}^T$, $R_{L2} = R_2 C_{L2}^T$, $R_{L23} = R_{23} C_{L3}^T$, $R_{L31} = R_{31} C_{L1}^T$, $R_{L32} = R_{32} C_{L2}^T$, $R_{L3} = R_3 C_{L3}^T$, $X_{L12} = X_{12} C_{L2}^T$, $X_{L13} = X_{13} C_{L3}^T$, $X_{L21} = X_{21} C_{L1}^T$, $X_{L23} = X_{23} C_{L3}^T$, $X_{L31} = X_{31} C_{L1}^T$, $X_{L32} = X_{32} C_{L2}^T$;

$$X_{L1}^{-1} = -(C_{L1} X_1 C_{L1}^T)^{-1} C_{L1}, \quad X_{L2}^{-1} = -(C_{L2} X_2 C_{L2}^T)^{-1} C_{L2}, \quad X_{L3}^{-1} = -(C_{L3} X_3 C_{L3}^T)^{-1} C_{L3}.$$

Для корректного расчета токов и напряжений необходимо, чтобы каждому B -элементу были доступны следующие величины:

$$\begin{aligned} E_{12} &= X_{L12} \frac{d}{dt} I_{L2} + R_{L12} I_{L2}, \\ E_{13} &= X_{L13} \frac{d}{dt} I_{L3} + R_{L13} I_{L3}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} E_{21} &= X_{L21} \frac{d}{dt} I_{L1} + R_{L21} I_{L1}, \\ E_{23} &= X_{L23} \frac{d}{dt} I_{L3} + R_{L23} I_{L3}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} E_{31} &= X_{L31} \frac{d}{dt} I_{L1} + R_{L31} I_{L1}, \\ E_{L32} &= X_{L32} \frac{d}{dt} I_{L2} + R_{L32} I_{L2}. \end{aligned} \quad (12)$$

С учетом обозначений (10)–(12), уравнения (7)–(9) примут вид:

$$\frac{d}{dt} I_{L1} = L_{L1}^{-1} (E_{12} + E_{13} + R_{L1} I_{L1} + N_1 U_1 + M_1 U_{C1}), \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} I_{L2} = L_{L2}^{-1} (E_{21} + E_{23} + R_{L2} I_{L2} + N_2 U_2 + M_2 U_{C2}), \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} I_{L3} = L_{L3}^{-1} (E_{31} + E_{32} + R_{L3} I_{L3} + N_3 U_3 + M_3 U_{C3}). \quad (15)$$

Уравнения (13)–(15) дополняют стандартный вид модели (1).

3 ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

B -элементная концепция моделирования преобразовательных систем является теоретической основой для крупноблочного распараллеливания вычислительного процесса моделирования преобразовательных систем, при котором он распадается на независимо решаемые подзадачи моделирования отдельных B -элементов. Для исследования вычислительных аспектов применения такого алгоритма была реализована математическая модель АС/DC/АС-преобразователя с использованием технологии распределенных вычислений MPI. В соответствии со структурой B -системы запускались три вычислительных процесса, каждый из которых соответствовал определенному B -элементу.

Оценка эффективности параллельной программы производилась путем сравнения результатов двух вычислительных экспериментов.

В первом эксперименте выполнялась программа с параллельным кодом, разработанная с использованием технологии MPI. Во втором эксперименте использовалась программа, реализующая последовательный алгоритм моделирования AC/DC/AC-преобразователя. Для получения статистических данных каждый эксперимент был проведен десять раз.

Экспериментальные данные приведены в таблице 1.

скорость расчетов, нежели реализации того же алгоритма, использующие технологию C/MPI, поскольку на операции многократного обмена сообщениями между параллельно выполняемыми процессами, применяющиеся в технологии MPI, затрачивается больше времени, чем на операции синхронизации процессов, требуемые для реализации Pthreads» [4]. Другим вариантом технологии, использующей общую память, является стандарт распараллеливания программ OpenMP. Задачи, выполняемые потоками параллельно, так же, как и данные, требуемые для выполнения этих задач, описываются с помощью специальных дирек-

Таблица 1

Экспериментальные данные

Эксперимент	№ запуска программы										Среднее значение
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0,0332	0,0443	0,0394	0,0466	0,0360	0,0266	0,0466	0,0364	0,03657	0,0500	0,0463
2	0,0025	0,0016	0,0026	0,0017	0,0036	0,0028	0,0027	0,0036	0,0026	0,0018	0,0025

Проведем оценку временных затрат на вычисления и сопутствующие операции. Пусть T_c – время, затраченное на обмен данными между процессами, рассчитываемое как разница между временем, затраченным на выполнение MPI-программы, и временем, затраченным на выполнение программы, не использующей технологию MPI; T_p – время, затраченное на вычисления в последовательной программе. Тогда на основании данных таблицы 1 имеем:

$$T_c = 0,0438, T_p = 0,0025.$$

Таким образом, при использовании технологии MPI время, которое тратится на обмен данными между процессами, а также на их синхронизацию, во много раз превышает время, затрачиваемое на последовательную реализацию информационно независимых частей алгоритма. Из этого следует, что параллельный алгоритм анализа B-систем, реализующий технологию MPI, вполне работоспособен, но он не повышает скорость расчетов.

Рассмотрим два других подхода к организации параллельного расчета моделей B-систем, перспективных для дальнейших исследований.

Первый подход подразумевает выполнение параллельного расчета B-элементов в составе B-системы. Но в отличие от рассмотренной выше реализации, использующей технологию MPI, в которой взаимодействие между процессами выполняется с помощью передачи сообщений, предлагается использовать технологию взаимодействия процессов через общую память (Shared Address Space). Одним из вариантов реализации такой технологии на языке C++ является набор библиотек Pthreads. При этом повышение скорости параллельного расчета обусловлено тем, что «реализации параллельного алгоритма, использующие технологию C/Pthreads, зачастую показывают более высокую

тив препроцессора соответствующего языка.

Второй подход состоит в том, чтобы распараллеливать не расчет отдельных B-элементов в составе B-системы, а алгоритм метода численного решения системы дифференциальных уравнений B-системы, подобно тому, как это сделано в [5]. Исследования параллельного варианта классического метода Рунге-Кутты показали значительно более высокую скорость расчетов в сравнении с последовательным алгоритмом при сохранении требуемой точности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Параллельный алгоритм моделирования сложных систем преобразования электрической энергии, представляемых в виде B-систем, является эффективным инструментом автоматизации формирования их математических моделей и организации вычислений с использованием ресурсов нескольких компьютеров.

2. Применение технологии распределенных вычислений MPI при соответствии каждого из запускаемых вычислительных процессов определенному B-элементу не приводит к увеличению скорости анализа B-систем из-за значительных затрат времени на обмен данными между процессами.

3. Предварительные исследования показывают, что повышение скорости моделирования процессов в сложных B-системах может быть достигнуто при применении технологий распараллеливания вычислений при численном интегрировании системы дифференциальных уравнений уже сформированной модели B-системы. Для окончательного подтверждения этих результатов требуются дополнительные исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nagaraj and P. Asmus, "Energy Micro Grids Growing Globally," *Electric Energy T&D Magazine*, Jul.-Aug. 2012, pp. 38–40.
2. Belov I., Belov V., Nemoikin V., Johansson A. and P. Leisner. Computer modelling and analysis of EMC in a multi-phase electrical system, *Proc. 3rd Nat. conference EMB04*, Göteborg, Sweden, 2004, pp. 294–301.
3. Belov V., Leisner P., Johansson A., Paldyaev N., Shamaev A. and I. Belov, Mathematical modelling of a wind power system with an integrated active filter, *J. Electric Power Systems Research*, Jan. 2009. vol. 79, No. 1, pp. 117–125.
4. Korch M. and T. Rauber, Comparison of parallel implementations of Runge-Kutta solvers: Message passing vs. threads, In: G.R. Joubert, W.E. Nagel, F.J. Peters and W.V. Walter, Editor(s), *Advances in Parallel Computing*, North-Holland, 2004, vol. 13, pp. 209–216.
5. Chunfeng Liu, Haiming Wu, Li Feng, Aimin Yang. Parallel Fourth-Order Runge-Kutta Method to Solve Differential Equations. 01/2011; In proceeding of: *Information Computing and Applications – Second International Conference, ICICA 2011*, Qinhuangdao, China, October 28–31, 2011. Proceedings.

REFERENCES

1. Nagaraj and P. Asmus. Energy Micro Grids Growing Globally. *Electric Energy T&D Magazine*, Jul.-Aug. 2012, pp. 38–40.
2. Belov I., Belov V., Nemoikin V., Johansson A., and Leisner P. Computer modelling and analysis of EMC in a multi-phase electrical system. *Proc. 3rd Nat. conference EMB04*. Göteborg, Sweden, 2004, pp. 294–301.
3. Belov V., Leisner P., Johansson A., Paldyaev N., Shamaev A., and Belov I. Mathematical modelling of a wind power system with an integrated active filter. *J. Electric Power Systems Research*, Jan. 2009, vol. 79, no. 1, pp. 117–125.
4. Korch M. and T. Rauber. Comparison of parallel implementations of Runge-Kutta solvers: Message passing vs. threads. In: *G.R. Joubert, W.E. Nagel, F.J. Peters and W.V. Walter, Editor(s), Advances in Parallel Computing*. North-Holland, 2004, vol. 13, pp. 209–216.
5. Chunfeng Liu, Haiming Wu, Li Feng, Aimin Yang. Parallel Fourth-Order Runge-Kutta Method to Solve Differential Equations. 01/2011. In *proceeding of: Information Computing and Applications - Second International Conference, ICICA 2011*. Qinhuangdao, China, October 28–31, 2011.