

# MATHEMATICAL MODELLING МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 004.932.4

А.Г. Ташлинский, С.В. Воронов

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЗАИМНОЙ ИНФОРМАЦИИ КАК ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ КАЧЕСТВА ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ<sup>1</sup>

*Ташлинский Александр Григорьевич, доктор технических наук, профессор, окончил радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института. Заведующий кафедрой «Радиотехника» Ульяновского государственного технического университета. Имеет статьи, монографии, изобретения в области цифровой обработки сигналов и изображений. [e-mail: tag@ulstu.ru].*

*Воронов Сергей Васильевич, окончил радиотехнический факультет УлГТУ, аспирант того же университета. Имеет статьи в области оценивания параметров межкадровых геометрических деформаций изображений. [e-mail: valmedia@yandex.ru].*

### Аннотация

Рассмотрено использование взаимной информации как меры качества рекуррентного оценивания параметров изображений. Предложен новый способ оценки энтропии изображений, основанный на процедуре скользящего контроля и направленный на уменьшение вычислительных затрат. Проанализированы возможности минимизации погрешности псевдоградиента взаимной информации при оценке плотности распределения вероятностей яркостей изображений с использованием метода окна Парзена.

Ключевые слова: цифровое изображение, целевая функция, взаимная информация, энтропия изображений, скользящий контроль, оптимизация, псевдоградиент.

## USE OF MUTUAL INFORMATION AS OBJECTIVE FUNCTION OF IMAGE PARAMETER QUALITY ESTIMATION

*Aleksandr Grigorievich Tashlinskii, Doctor of Engineering, Professor; graduated from the Faculty of Radio Engineering at Ulyanovsk State Technical University; Deputy Head of Radio Engineering Department at Ulyanovsk State Technical University; an author of articles, monographs, and inventions in the field of digital processing of signals and images. e-mail: tag@ulstu.ru.*

*Sergey Vasilievich Voronov, graduated from the Faculty of Radio Engineering of Ulyanovsk State Technical University; a post-graduate student of the same University; an author of articles in the field of estimation of parameters of geometric image deformations. e-mail: valmedia@yandex.ru.*

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Минобрнауки России № 2014/232 и гранта РФФИ, проект № 13-01-00555.

## Abstract

Mutual information is considered as the objective function of recursive image parameters' estimation. A new approach reducing the computational cost to the image entropy estimation based on cross-validation procedure is proposed. The article offers an analysis of ways to reduce the error of mutual information gradient estimation, at this, the Parzen-window method is used for image brightness probability density estimation.

Key words: digital image, objective function, mutual information, image entropy, cross-validation, optimization, stochastic gradient.

## ВВЕДЕНИЕ

Задача оценивания параметров изображений часто сводится к поиску экстремума многомерной целевой функции  $J$  качества оценивания, характеризующей некоторую меру. Такие меры весьма разнообразны [1]. В последнее время набирает популярность информационно-теоретический подход к заданию целевой функции [2], где наибольший интерес представляет взаимная информация (ВИ). В работе [3] проведен сравнительный анализ ряда целевых функций оценивания межкадровых геометрических деформаций при различных классах межкадровых яркостных искажений изображений. Результаты показали, что ВИ при нелинейных межкадровых яркостных искажениях является наиболее эффективной мерой подобия изображений, которая может обеспечить высокую точность оценивания параметров.

Рассмотрим использование ВИ в качестве целевой функции в предположении применения для оценивания параметров изображений псевдоградиентных процедур [4]:

$$\hat{\bar{\alpha}}_{t+1} = \hat{\bar{\alpha}}_t - \Lambda_{t+1} \bar{\beta}_{t+1} (Z_{t+1}, \hat{\bar{\alpha}}_t), \quad (1)$$

где  $\bar{\alpha}$  – вектор оцениваемых параметров;  $t = \overline{0, T}$  – номер итерации;  $\Lambda_{t+1}$  – матрица усиления;  $\bar{\beta}_{t+1}$  – псевдоградиент целевой функции  $J$ ;  $Z_{t+1}$  – локальная выборка отсчетов изображений, по которой с учетом  $\hat{\bar{\alpha}}_t$  находится  $\bar{\beta}_{t+1}$ . Рассмотрение проведем на примере задачи оценивания параметров межкадровых геометрических деформаций изображений. Тогда  $\bar{\alpha}$  – вектор параметров деформаций, а псевдоградиент ВИ на  $t$ -й итерации находится по локальной выборке [4]:

$$Z_t = \{z_{\bar{j}i}^{(2)}, \tilde{z}_{\bar{j}i}^{(1)}\}; z_{\bar{j}i}^{(2)} \in Z^{(2)}; \tilde{z}_{\bar{j}i}^{(1)} = \tilde{z}^{(1)}(\bar{j}_i, \hat{\bar{\alpha}}_{t-1}),$$

где  $z_{\bar{j}i}^{(2)}$  – яркости отсчетов деформированного изображения  $Z^{(2)}$ , взятых в локальную выборку на  $t$ -й итерации, а  $\tilde{z}_{\bar{j}i}^{(1)} = \tilde{z}^{(1)}(\bar{j}_i, \hat{\bar{\alpha}}_{t-1})$  – значения яркостей, найденные по непрерывному изображению  $\tilde{Z}^{(1)}$ , полученному из опорного изображения  $Z^{(1)}$  с помощью некоторой интерполяции;  $\bar{j}_i$  – координаты отсчетов  $z_{\bar{j}i}^{(2)}$ . Число  $\mu$  отсчетов  $\{z_{\bar{j}i}^{(2)}\}$  в  $Z_t$  будем называть объемом локальной выборки.

## Подходы к вычислению псевдоградиента ВИ

Ключевым этапом при нахождении псевдоградиента ВИ является оценка плотности распределения вероятностей (ПРВ) яркостей изображений по локальной выборке. По подходу к оценке ПРВ методы нахождения псевдоградиента ВИ можно разделить на две группы. В методах первой группы, которые называют «гистограммными», энтропия  $H(Z^{(k)})$ ,  $k = 1, 2$ , и совместная энтропия  $H(Z^{(1)}, Z^{(2)})$  исследуемых изображений  $Z^{(1)}$  и  $Z^{(2)}$  оценивается через параметры гистограмм отсчетов этих изображений, попавших в локальную выборку  $Z$ :

$$\hat{H}(Z^{(k)}) = -\sum_i p_{zk}(z_i) \log p_{zk}(z_i),$$

$$\hat{H}(Z^{(1)}, Z^{(2)}) = -\sum_i \sum_k p_{z1,z2}(z_i, z_k) \log p_{z1,z2}(z_i, z_k),$$

где  $p_{z1}$  и  $p_{z2}$  – соответствующие оценки маргинальных

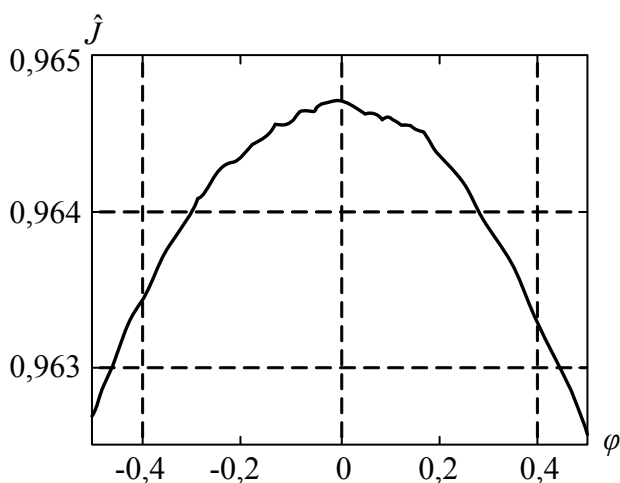
ПРВ яркостей выборок  $\{\tilde{z}_{\bar{j}}^{(1)}\}$  и  $\{z_{\bar{j}}^{(2)}\}$ ;

$z_i$  –  $i$ -й уровень яркости;

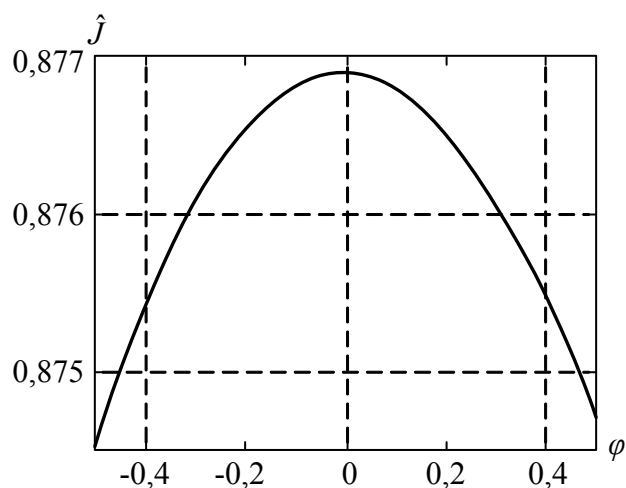
$p_{z1,z2}$  – оценка совместной ПРВ. Тогда, оценка ВИ:

$$\hat{J}(Z^{(1)}, Z^{(2)}, \bar{\alpha}) = \hat{H}(Z^{(1)}) + \hat{H}(Z^{(2)}) - \hat{H}(Z^{(1)}, Z^{(2)}).$$

При использовании гистограммных методов оценки псевдоградиента ВИ существенное значение имеет способ интерполяции изображений. Использование традиционных интерполяционных ядер (линейного, бикубического, сплайнового т. д.) [5] приводит к появлению новых уровней яркости, и, как следствие, при оценке целевой функции возникают артефакты [6]. Пример такой оценки ВИ как функции угла (в радианах) рассогласования изображений, приведен на рисунке 1а. Видно, что зависимость содержит локальные экстремумы, что осложняет нахождение ее градиента. Заметим, что такая проблема отсутствует при прямоугольном интерполяционном ядре, однако при его использовании существенно ухудшается точность оценивания. В работе [7] был предложен другой подход, названный методом частичных объемов (partial volume interpolation). Заметим, что в рассматриваемой задаче для плоских изображений «частичные объемы» вырождаются в «частичные площади». Идея подхода в том, что гистограмма строится не по интерполированным значениям яркостей отсчетов опорного изображения, а по неинтерполированным яркостям четырех отсчетов деформированного изображения, ближайшим к интерполированному.



а) при билинейной интерполяции



б) при методе частичных объемов

Рис. 1. Примеры оценки ВИ через гистограммы яркостей

В гистограмме в столбцах яркостей, соответствующих яркостям этих отсчетов, добавляется весовой коэффициент  $w_i$ , пропорциональный соответствующей частичной площади и получаемый билинейной интерполяцией. При этом сумма четырех коэффициентов равна 1. Сказанное поясняется рисунком 2, где  $(x', y')$  – координаты точки интерполированного изображения, а  $(x_-, y_-)$ ,  $(x_+, y_-)$ ,  $(x_-, y_+)$  и  $(x_+, y_+)$  – координаты четырех ближайших узлов деформированного изображения. Такой подход к интерполяции обеспечивает отсутствие локальных экстремумов в оценке целевой функции. В частности, на рисунке 1б приведен пример

оценки ВИ для условий, идентичных рисунку 1а.

Компоненты псевдоградиента при оценивании параметров изображений могут быть рассчитаны через нормированные разности оценок ВИ:

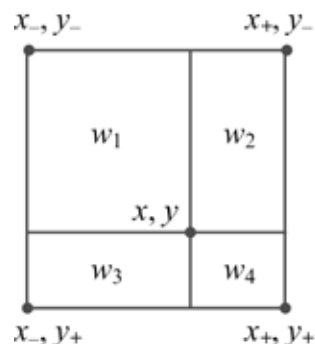


Рис. 2. Пояснение принципа формирования весовых коэффициентов

$$\beta_{it} \approx \frac{\hat{J}(Z_t, \hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_i + \Delta_{\alpha_i}, \dots, \hat{\alpha}_m) - \hat{J}(Z_t, \hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_i - \Delta_{\alpha_i}, \dots, \hat{\alpha}_m)}{2\Delta_{\alpha_i}},$$

где  $\beta_{it}$  – компонента псевдоградиента, соответствующая  $i$ -му параметру на  $t$ -й итерации;

$\Delta_{\alpha_i}$  – приращение параметра  $\alpha_i$ .

Однако при этом для оценки каждого параметра необходимы две оценки целевой функции на каждой итерации, что делает такой подход вычислительно непривлекательным. В работе [8] был предложен подход, названный методом одновременных приращений (simultaneous perturbation), при котором на каждой итерации вне зависимости от числа оцениваемых параметров достаточно всего двух оценок:

$$\beta_{it} \approx \frac{\hat{J}(Z_t, \hat{\alpha}_t + c_t \Delta_t) - \hat{J}(Z_t, \hat{\alpha}_t - c_t \Delta_t)}{2c_t \Delta_t},$$

где  $\Delta_t$  – вектор одновременных приращений (simultaneous perturbation vector), элементы которого на каждой итерации с равной вероятностью принимают значение +1 или -1;

$c_t = c/(t+1)^\gamma$  – скалярный множитель, зависящий от номера итерации  $t$  и констант  $c > 0$  и  $0 \leq \gamma \leq 1$ . Эффективность метода одновременных приращений существенно зависит от вида матрицы усиления  $\Lambda_t$  процедуры (1). Конкретные рекомендации по выбору коэффициентов матрицы даны, в частности, в работах [9, 10]. Однако к недостаткам такого подхода к нахождению псевдоградиента ВИ следует отнести большие вычислительные затраты из-за требования значительного объема локальной выборки, а также небольшие скорость сходимости оценок исследуемых параметров и область их определения [11].

В работе [12] рассмотрен еще один подход, основанный только на двух оценках ВИ на каждой итерации и обеспечивающий (по сравнению с рассмотренным выше) лучшее быстроедействие. Он основан на оценке производных ВИ по базовым осям изображения через конечные разности и аналитическом нахождении производных модели межкадровых геометрических деформаций по оцениваемым параметрам:

$$\beta_{it} = \left( \left( \hat{H}(\tilde{z}_{j+\Delta x}^{(1)}) + \hat{H}(z_j^{(2)}) - \hat{H}(\tilde{z}_{j+\Delta x}^{(1)}, z_j^{(2)}) \right) - \left( \hat{H}(\tilde{z}_{j-\Delta x}^{(1)}) + \hat{H}(z_j^{(2)}) - \hat{H}(\tilde{z}_{j-\Delta x}^{(1)}, z_j^{(2)}) \right) \right) \cdot \frac{\partial x}{\partial \alpha_i} + \left( \left( \hat{H}(\tilde{z}_{j+\Delta y}^{(1)}) + \hat{H}(z_j^{(2)}) - \hat{H}(\tilde{z}_{j+\Delta y}^{(1)}, z_j^{(2)}) \right) - \left( \hat{H}(\tilde{z}_{j-\Delta y}^{(1)}) + \hat{H}(z_j^{(2)}) - \hat{H}(\tilde{z}_{j-\Delta y}^{(1)}, z_j^{(2)}) \right) \right) \cdot \frac{\partial y}{\partial \alpha_i},$$

где  $\hat{H}(z)$  – оценка энтропии, вычисляемая на основе гистограммы яркости отсчетов локальной выборки;

$\Delta x, \Delta y$  – приращения по базовым осям изображений. Однако при небольшом объеме локальной выборки такой подход также не позволяет получить высокую скорость сходимости оценок исследуемых параметров.

Ко второй группе методов нахождения псевдоградиента ВИ можно отнести методы, основанные на восстановлении ПРВ яркостей изображений по яркостям всех отсчетов, попавшим в локальную выборку. Наибольшее распространение среди них получил метод окна Парзена [13], при котором оценка распределения вероятностей находится как суперпозиция одинаковых по форме аппроксимирующих функций (kernel function), центрированных на яркостях всех отсчетов, попавших в локальную выборку. ПРВ яркости  $z$  находится как

$$p(z) \approx \mu^{-1} \sum_{i=1}^{\mu} R(z - z_i),$$

где  $R(\cdot)$  – аппроксимирующая функция. В свою очередь, среди алгоритмов, основанных на методе окна Парзена, наиболее известен алгоритм ЕММА, предложенный в [14]. В качестве аппроксимирующей функции в этом алгоритме используется функция Гаусса:

$$R_G(z) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)} \exp\left(\frac{-z^2}{2\sigma^2}\right),$$

где  $\sigma$  определяет «ширину» аппроксимирующей функции. Соответственно оценка ПРВ изображения  $\mathbf{Z}$  по локальной выборке  $Z_a$  объема  $\mu_a$ :

$$p(\mathbf{Z}, Z_a) \approx \frac{1}{\mu_a} \sum_{z_i \in Z_a} R_G(z - z_i).$$

Для нахождения энтропии изображения по восстановленной ПРВ яркостей используется дополнительная выборка  $Z_b$  объема  $\mu_b$ . Тогда энтропия как выборочное среднее  $\log(p(\mathbf{Z}, Z_b))$ :

$$\hat{H}(\mathbf{Z}) = -\frac{1}{\mu_b} \sum_{z_i \in Z_b} \log(p(z_i, Z_a)).$$

Для псевдоградиента ВИ получаем:

$$\beta_{it} = \frac{1}{\sigma \mu_b} \sum_{i \in Z_b} \sum_{j \in Z_a} (W_z^{(1)} - W_z^{(1,2)}) (\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)}) \times \left( \frac{d(\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)})}{dx} \frac{dx}{d\alpha_i} + \frac{d(\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)})}{dy} \frac{dy}{d\alpha_i} \right), \quad (2)$$

$$\text{где } W_z^{(1)} = \frac{R_G(\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)})}{\sum_{z_j \in Z_a} R_G(\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)})};$$

$$W_z^{(1,2)} = \frac{R_G(\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)}) R_G(z_i^{(2)} - z_j^{(2)})}{\sum_{z_j \in Z_a} R_G(\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)}) G_\sigma(z_i^{(2)} - z_j^{(2)})}.$$

Важной характеристикой метода окна Парзена, влияющей на точность нахождения псевдоградиента ВИ, является ширина аппроксимирующей функции. В [14] предложена псевдоградиентная адаптация параметра  $\sigma$  аппроксимирующей функции на каждой итерации оценивания по критерию минимума энтропии изображений.

Заметим, что для оценки энтропии и совместной энтропии изображений можно использовать как одинаковые значения ширины аппроксимирующей функции, так и разные. В последнем случае нужно адаптировать оба параметра.

### СОКРАЩЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАТРАТ ПРИ ОЦЕНКЕ ЭНТРОПИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Для сокращения вычислительных затрат на оценку энтропии изображения воспользуемся процедурой скользящего контроля, используемой в задачах машинного обучения при оценке распределений вероятностей объектов с применением метода окна Парзена [15]. В соответствии с указанной процедурой фиксируется некоторое множество разбиений исходной выборки на две части: обучающую и контрольную. Используются все возможные разбиения с контрольной выборкой единичного объема. Для каждого разбиения выполняется настройка алгоритма по обучающей выборке и вычисляется частота его ошибок на контрольной выборке. Результирующая оценка определяется как средняя по всем разбиениям частота ошибок. Выигрыш в вычислительных затратах достигается за счет того, что на каждой итерации используется одна и та же выборка как для оценки распределения, так и для оценки энтропии изображений. Применяя данный подход к решаемой задаче, оценку энтропии можно найти как:

$$\hat{H}(\mathbf{Z}) = -\frac{1}{\mu} \sum_{z_i \in Z_i} \log \left( \frac{1}{\mu} \sum_{\substack{z_j \in Z_i \\ j \neq i}} R_G(z_i - z_j) \right).$$

Получив оценку энтропии изображения, можно найти ее производную по вектору оцениваемых параметров с учетом  $R_G$ :

$$\frac{d\hat{H}(\mathbf{Z})}{d\bar{\mathbf{a}}} = \frac{1}{\sigma\mu} \sum_{z_i \in Z_i} \sum_{\substack{z_j \in Z_i \\ j \neq i}} W_z(z_i - z_j) \frac{d(z_i - z_j)}{d\bar{\mathbf{a}}},$$

где величина  $W_z = \frac{R_G(z_i - z_j)}{\sum_{\substack{z_j \in Z_i \\ j \neq i}} R_G(z_i - z_j)}$  принимает зна-

чение от 0 до 1, достигая наибольшего значения, если  $z_i$  ближе к  $z_j$ , чем к любому другому элементу локальной выборки. Заметим, что при уменьшении энтропии уменьшается и разница между значениями яркостей, для которых  $W_z$  имеет близкое к единице значение.

В задачах оценивания межкадровых геометрических деформаций, если модель деформаций изображений известна, производную  $d(z_i - z_j)/d\bar{\mathbf{a}}$  можно найти, в частности, как:

$$\frac{d(z_i - z_j)}{d\bar{\mathbf{a}}} = \frac{d(z_i - dz_j)}{dx} \frac{dx}{d\bar{\mathbf{a}}} + \frac{d(z_i - dz_j)}{dy} \frac{dy}{d\bar{\mathbf{a}}},$$

а псевдоградиент ВИ рассчитать, используя соотношение (2) с той разницей, что первая сумма будет по  $i \in Z$ , а вторая по  $j \in Z$  при  $j \neq i$ .

Предложенный подход можно использовать и для оптимизации ширины аппроксимирующей функции.

Таким образом, применение в рассматриваемой задаче метода скользящего контроля [15] позволяет получить оценку псевдоградиента ВИ без использования дополнительной локальной выборки, что на каждой итерации оценивания дает сокращение объема выборки до двух раз. При этом по сравнению с алгоритмом ЕММА вычислительные затраты на нахождение энтропии изображений сокращаются примерно на 10–12%, а дисперсия погрешности увеличивается в среднем лишь на 2,5%. Отметим, что уменьшение требуемого объема локальной выборки очень существенно в ситуациях, когда обрабатываемые изображения не хранятся в оперативной памяти или обработка изображений проводится в реальном времени, в частности, по мере поступления отсчетов изображений с фотоприемных устройств.

### ОПТИМИЗАЦИЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПСЕВДОГРАДИЕНТА ВИ

В выражении (2) присутствуют производные яркости отсчетов изображений по пространственным координатам, оценку которых с учетом дискретности изображений можно найти только через конечные разности. При этом в силу коррелированности изображений точность этих оценок, а соответственно и псевдоградиента, в условиях шумов зависит от величины приращений  $\Delta x$  и  $\Delta y$  по базовым осям изображений, используемых в конечных разностях. Не сложно показать, что при нахождении псевдоградиента ВИ существуют и оптимальные значения приращений по базовым осям, зависящие от корреляционных свойств изображений и отношения сигнал/шум. Похожая задача для ситуации выбора в качестве целевой функции коэффициента межкадровой корреляции рассмотрена в [16].

Оптимальные значения приращений при вычислении псевдоградиента ВИ можно найти исходя из выражения для потенциальной точности оценок исследуемых параметров по критерию минимума дисперсии погрешности оценивания, определяемого неравенством Рао-Крамера:

$$D(\hat{\bar{\mathbf{a}}}) \geq \frac{1}{I(\bar{\mathbf{a}})},$$

где  $I(\bar{\mathbf{a}})$  – количество информации по Фишеру. В работе [17] показано, что при достаточно слабых ограничениях условие максимума информации может быть сведено к условию максимизации отношения математического ожидания псевдоградиента  $m_\beta$  целевой функции к его среднеквадратическому отклонению  $\sigma_\beta$ . Тогда оптимальные значения приращений по пространству могут быть найдены из простого условия:  $\max(m_\beta(\Delta x, \Delta y) / \sigma_\beta(\Delta x, \Delta y))$ .

Найдем указанное условие для случая использования в качестве целевой функции ВИ. При этом будем считать, что исследуемые изображения имеют гауссовское распределение яркостей с нулевым средним, а модель исследуемых изображений представляет собой аддитивную смесь полезного сигнала и помех:  $\tilde{z}_j^{(1)} = \tilde{s}_j^{(1)} + \theta_j^{(1)}$ ,  $\tilde{z}_j^{(2)} = \tilde{s}_j^{(2)} + \theta_j^{(2)}$ , где  $\tilde{s}_j^{(1)}$  и  $\tilde{s}_j^{(2)}$  – полезные случайные поля с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_s^2$ ; при этом  $\tilde{s}_j^{(2)}$  имеет автокорреляционную функцию  $R(l)$ ;  $\theta_j^{(1)}$  и  $\theta_j^{(2)}$  – независимые гауссовские случайные поля с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_\theta^2$ . Приняв  $\Delta x = \Delta y = \Delta$ , получаем:

$$m_\beta = \frac{\sigma_s^2}{\sigma\mu} \sum_{i \in Z_i} \sum_{\substack{j \in Z_i \\ j \neq i}} W_z^{(1,2)} \left[ \left( \frac{dx_i}{d\bar{\mathbf{a}}} - \frac{dx_j}{d\bar{\mathbf{a}}} \right) (r_{-\Delta x} - r_{+\Delta x}) + \left( \frac{dy_i}{d\bar{\mathbf{a}}} - \frac{dy_j}{d\bar{\mathbf{a}}} \right) (r_{-\Delta y} - r_{+\Delta y}) \right];$$

$$\sigma_\beta^2 = \frac{4 \cdot \sigma_s^4}{\sigma^2 \mu^2} \sum_{i \in Z_i} \sum_{\substack{j \in Z_i \\ j \neq i}} (W_z^{(1,2)})^2 \left[ \left( \left( \frac{dx_i}{d\bar{\mathbf{a}}} \right)^2 + \left( \frac{dy_i}{d\bar{\mathbf{a}}} \right)^2 + \left( \frac{dx_j}{d\bar{\mathbf{a}}} \right)^2 + \left( \frac{dy_j}{d\bar{\mathbf{a}}} \right)^2 \right) \left[ (1 - R(2\Delta))(1 - r) + g^{-1}(3 - r - R(2\Delta)) \right] + \right.$$

$$+ \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{dx_i}{d\bar{\mathbf{a}}} - \frac{dx_j}{d\bar{\mathbf{a}}} \right) (r_{-\Delta x} - r_{+\Delta x}) + \left( \frac{dy_i}{d\bar{\mathbf{a}}} - \frac{dy_j}{d\bar{\mathbf{a}}} \right) (r_{-\Delta y} - r_{+\Delta y}) \right]^2 + \frac{dx_i}{d\bar{\mathbf{a}}} \frac{dx_j}{d\bar{\mathbf{a}}} A(\Delta x) + \frac{dy_i}{d\bar{\mathbf{a}}} \frac{dy_j}{d\bar{\mathbf{a}}} A(\Delta y) +$$

$$\left. + \left( \frac{dx_i}{d\bar{\mathbf{a}}} \frac{dy_j}{d\bar{\mathbf{a}}} + \frac{dx_j}{d\bar{\mathbf{a}}} \frac{dy_i}{d\bar{\mathbf{a}}} \right) \left[ (r_{+\Delta x, -\Delta y} + r_{-\Delta x, +\Delta y})(1 - r + g^{-1}) - (r_{+\Delta x, +\Delta y} + r_{-\Delta x, -\Delta y})(1 + r + g^{-1}) \right] + (r_{+\Delta y} - r_{-\Delta y})(r_{+\Delta x} - r_{-\Delta x}) \right],$$

где

$$A(d) = (r_{+d} - r_{-d})^2 - (r_{+2d} + r_{-2d} - 2 \cdot r)(1 + g^{-1}) - r(r - r_{-2d}) + R(\Delta)(R(\Delta) - r_{+d});$$

$r, r_{\pm\Delta x}, r_{\pm\Delta y}, r_{\pm\Delta x, \pm\Delta y}$  – значения коэффициента корреляции между точками с координатами  $(x_i, y_i)$  и  $(x_j, y_j), (x_j \pm \Delta, y_j), (x_j, y_j \pm \Delta), (x_j \pm \Delta, y_j \pm \Delta)$  соответственно;  
 $g = \frac{\sigma_s}{\sigma_\theta^2}$  – отношение сигнал/шум.

Для примера на рисунке 3 приведены графики зависимости отношения  $m_\beta/\sigma_\beta$  от приращения  $\Delta$  при нескольких значениях отношения сигнал/шум для изображения с радиусом корреляции, равным 15. Кривая 1 соответствует  $g = 100$ , кривая 2 –  $g = 30$ , кривая 3 –  $g = 10$ , кривая 4 –  $g = 5$ . Видно, что с ростом шума оптимальное значение

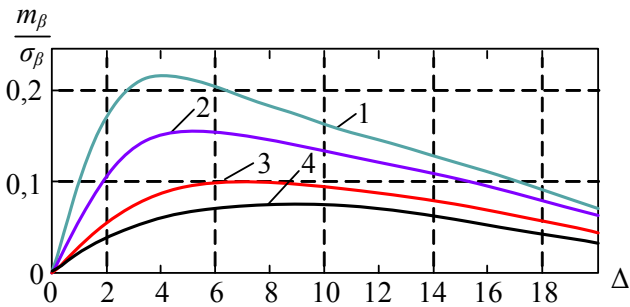


Рис. 3. Пример зависимости  $m_\beta/\sigma_\beta$  от приращения

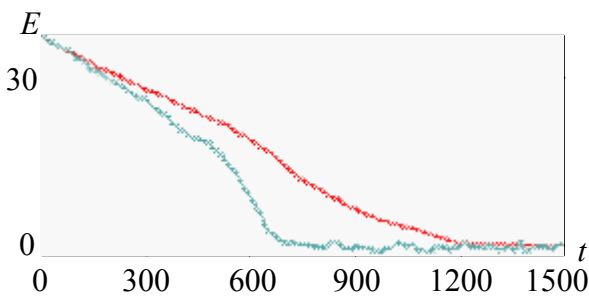


Рис. 4. Сходимость евклидова расстояния рассогласования при оценивании межкадровых геометрических деформаций

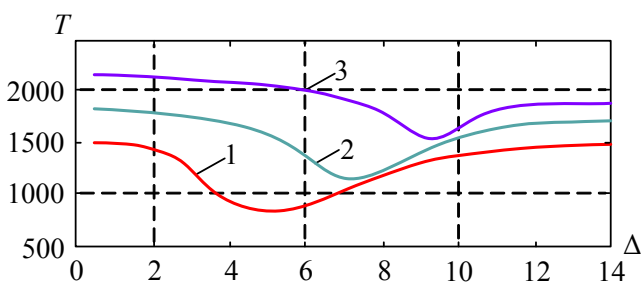


Рис. 5. Число итераций, необходимое для достижения оценками деформаций области оптимальных значений

приращения  $\Delta_{opt}$  также увеличивается: при  $g = 100$  значение  $\Delta_{opt} \approx 4$ , при  $g = 30 - \Delta_{opt} \approx 5,5$ , при  $g = 10 - \Delta_{opt} \approx 7,5$ , при  $g = 5 - \Delta_{opt} \approx 9,5$ .

Графики, характеризующие влияние оптимизации приращения  $\Delta$  на сходимость оценок межкадровых геометрических деформаций изображений при использовании в качестве целевой функции ВИ, приведены на рисунке 4. Оценивались параметры деформаций изображений: сдвиг по  $x$ : 30, сдвиг по  $y$ : 25, угол поворота:  $10^\circ$ , коэффициент масштаба: 1,05. В качестве величины, комплексно характеризующей сходимость вектора оценок, использовано евклидово расстояние рассогласования  $E$  [18], результаты усреднены по 50 реализациям. Кривая 1 соответствует алгоритму ЕММА, кривая 2 – предлагаемому алгоритму на основе процедуры скользящего контроля и оптимизации приращения  $\Delta$ . Из рисунка видно, что оптимизация позволяет значительно увеличить скорость сходимости оценок параметров деформаций. Так, без использования оптимизации оценки параметров деформаций достигают области оптимальных значений примерно за 1200 итераций, а при использовании – примерно за 690 итераций, что дает выигрыш в быстродействии около двух раз.

Для проверки адекватности полученных аналитических результатов по оптимизации приращения  $\Delta$  было проведено статистическое моделирование псевдоградиентных процедур оценивания межкадровых геометрических деформаций, использующих предлагаемый алгоритм нахождения псевдоградиента ВИ. Пример результатов представлен на рисунке 5, где приведены зависимости числа итераций  $T$  до достижения оценками параметров деформаций области оптимальных значений от  $\Delta$  при различном отношении сигнал/шум. Кривая 1 соответствует  $g = 30$ , кривая 2 –  $g = 10$ , кривая 3 –  $g = 5$ . Видно, что положение минимумов кривых соответствует максимумам отношения математического ожидания псевдоградиента ВИ к его среднеквадратическому отклонению при соответствующих  $g$ .

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Методы нахождения псевдоградиента ВИ, в частности метод окна Парзена, основанные на восстановлении ПРВ яркостей изображений по яркостям всех отсчетов, попавших в локальную выборку, обеспечивают по сравнению с «гистограммными» методами лучшее качество оценивания ПРВ. Однако к их недостаткам можно отнести низкую точность нахождения псевдоградиента ВИ и требование значительного объема локальной выборки. Последнее особенно нежелательно при обработке изображений в реальном времени.

Предложен способ оценки энтропии изображений, основанный на процедуре скользящего контроля и направленный на уменьшение вычислительных затрат. Исследования показали, что при использовании в качестве целевой функции ВИ применение предложенного способа

в псевдоградиентных процедурах оценивания параметров изображений дает по сравнению с алгоритмом ЕММА сокращение объема выборки до двух раз. При этом вычислительные затраты на нахождение энтропии изображений сокращаются на 10–12% при незначительном увеличении дисперсии погрешности (единицы процентов).

При использовании метода окна Парзена оценку производных яркости отсчетов по пространственным координатам приходится искать через конечные разности. Из-за коррелированности изображений точность этих оценок, а в конечном итоге и псевдоградиента ВИ, зависит от приращений, используемых в конечных разностях. Проанализированы возможности минимизации погрешности оценки ПРВ яркостей изображений за счет оптимизации величины этих приращений. Показано, что оптимальные значения определяются видом корреляционной функции изображений и отношением сигнал/шум. Результаты статистического моделирования подтверждают адекватность полученных аналитических расчетных выражений. Использование оптимизации при псевдоградиентном оценивании параметров межкадровых геометрических деформаций изображений дает почти двукратный выигрыш в быстродействии. При этом следует отметить, что анализ полученных аналитических выражений и характера сходимости оценок исследуемых параметров говорит о возможности дальнейшего увеличения скорости сходимости оценок. Эта цель может быть достигнута за счет оптимизации плана формирования локальных выборок на последовательности итераций, что может являться развитием настоящих исследований.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Goshtasby A.A. Image registration. Principles, tools and methods // *Advances in Computer Vision and Pattern Recognition*. Springer. 2012. P. 441.
2. D'Agostino E, Maes F, Vandermeulen D, Suetens P. An information theoretic approach for non-rigid image registration using voxel class probabilities // *Med Image Anal*. 2006. V. 6(3). pp. 413–431.
3. Ташлинский А.Г., Воронов С.В. Анализ целевых функций при рекуррентном оценивании межкадровых геометрических деформаций изображений // *Научные технологии*. – 2013. – Т. 14, № 5. – С. 16–21.
4. Ташлинский А.Г. Псевдоградиентное оценивание пространственных деформаций последовательности изображений // *Научные технологии*. – 2002. – Т. 3. – С. 32–43.
5. Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учебник НГТУ : учеб. пособие / И.С. Грузман [и др.]. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2002. – 352 с.
6. Pluim J., Maintz A., Viergever M. Interpolation Artefacts in Mutual Information-Based Image Registration // *Computer Vision and Image Understanding*. 2000. № 77. pp. 211–232.
7. Collignon A. Multi-modality medical image registration by maximization of mutual information. PhD thesis. Catholic University of Leuven, Leuven, Belgium, 1998.

8. Spall J. Introduction to Stochastic Search and Optimization: Estimation, Simulation, and Control. – Wiley, Hoboken, NJ. 2003. P. 618.

9. Spall J. Implementation of the simultaneous perturbation method for stochastic optimization // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. № 34. 1998. pp. 817–823.

10. Klein S., Staring M., Pluim P. Evaluation of Optimization Methods for Nonrigid Medical Image Registration Using Mutual Information and B-Splines // *IEEE Transactions on Image Processing*. V. 16. № 12. 2007. pp. 2879–2890.

11. Klein S., Staring M., Pluim P. Comparison of gradient approximation techniques for optimization of mutual information in nonrigid registration // *Proc. SPIE 5747, Medical Imaging: Image Processing*. 2005. pp. 192–203.

12. Ташлинский А.Г., Воронов С.В., Воронов И.В. Анализ целевых функций в задаче оценивания взаимных геометрических деформаций изображений // *Автоматизация процессов управления*. – 2013. – № 4 (34). – С. 26–29.

13. Parzen E. On Estimation of a Probability Density Function and Mode // *Annals of Math. Statistics*. V. 33. 1962. pp. 1065–1076.

14. Viola P., Wells III W.M. Alignment by maximization of mutual information // *International Journal of Computer Vision*. 1997. Vol. 24. pp. 137–154.

15. Воронцов К.В. Комбинаторный подход к оценке качества обучаемых алгоритмов // *Математические вопросы кибернетики*. – М. : Физматлит, 2004. – Т. 13. – С. 5–36.

16. Ташлинский А.Г., Хорева А.М., Смирнов П.В. Выбор конечных разностей при нахождении псевдоградиента целевой функции в процедурах оценивания межкадровых деформаций изображений // *Радиотехника*. – 2012. – № 9. – С. 56–60.

17. Tashlinskii A.G., Dikarina G.V., Minkina G.L., Repin A.N. Pseudogradient optimization in the estimation of geometric interframe image deformations // *Pattern Recognition and Image Analysis*, 2008. V. 18. № 4. pp. 706–711.

18. Tashlinskii A.G., Safina G.L., Voronov S.V. Pseudogradient optimization of objective function in estimation of geometric interframe image deformations // *Pattern recognition and image analysis*. 2012. V. 22. № 2. pp. 386–392.

#### REFERENCES

1. Goshtasby A.A. Image registration. Principles, tools and methods. *Advances in Computer Vision and Pattern Recognition*. Springer, 2012, p. 441.
2. D'Agostino E., Maes F., Vandermeulen D., Suetens P. An Information Theoretic Approach for Non-Rigid Image Registration using Voxel Class Probabilities. *Med Image Anal*, 2006, vol. 6(3), pp. 413–431.
3. Tashlinskii A.G., Voronov S.V. Analiz tselevykh funktsiy pri rekurrentnom otsenivani mezhkadrovyykh geometricheskikh deformatsiy izobrazheniy [Analysis of Objective Functions for Image Distortion Estimation].

*Naukoemkiye Tekhnologii* [Science Intensive Technologies], 2013, vol. 14, no 5, pp. 16–21.

4. Tashlinskii A.G. Pseudogradientnoye otsenivaniye prostranstvennykh deformatsiy posledovatelnosti izobrazheniy [Pseudogradient Estimation of Polydimensional Deformations of Image Sequence]. *Naukoemkiye Tekhnologii* [Science Intensive Technologies], 2002, vol. 3, pp. 32–43.

5. Gruzman I.S. and Others. *Tsifrovaya obrabotka izobrazheniy v informatsionnykh sistemakh: uchebnik NGTU: uch. posobiye* [Digital Processing of Images in Information Systems: textbook of Novosibirsk State Technical University: tutorial]. Novosibirsk, Novosibirsk State Technical University Publ., 2002. 352 p.

6. Pluim J., Maintz A., Viergever M. Interpolation Artefacts in Mutual Information-Based Image Registration. *Computer Vision and Image Understanding*, 2000, no. 77, pp. 211–232.

7. Collignon A. Multi-modality medical image registration by maximization of mutual information. *PhD thesis. Catholic University of Leuven*, Leuven, Belgium, 1998.

8. Spall J. Introduction to Stochastic Search and Optimization: Estimation, Simulation, and Control. *Wiley, Hoboken, NJ*, 2003, p. 618.

9. Spall J. Implementation of the Simultaneous Perturbation Method for Stochastic Optimization. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, no. 34, 1998, pp. 817–823.

10. Klein S., Staring M., Pluim P. Evaluation of Optimization Methods for Nonrigid Medical Image Registration Using Mutual Information and B-Splines. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 16, no. 12, 2007, pp. 2879–2890.

11. Klein S., Staring M., Pluim P. Comparison of Gradient Approximation Techniques for Optimization of Mutual Information in Nonrigid Registration. *Proc. SPIE 5747, Medical Imaging: Image Processing*, 2005, pp. 192–203.

12. Tashlinsky A.G., Voronov S.V., Voronov I.V. Analiz tselevykh funktsiy v zadache otsenivaniya vzaimnykh geometricheskikh deformatsiy izobrazheniy [Analysis of Objective Functions in a Problem of Estimation of Mutual Geometric Image Deformations]. *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya* [Automation of Control Processes], 2013, no. 4 (34), pp. 26–29.

13. Parzen E. On Estimation of a Probability Density Function and Mode. *Annals of Math. Statistics*, vol. 33, 1962, pp. 1065–1076.

14. Viola P., Wells III W.M. Alignment by maximization of mutual information. *International Journal of Computer Vision*, 1997, vol. 24, pp. 137–154.

15. Vorontsov K.V. Kombinatornyi podkhod k otsenke kachestva obuchaemykh algoritmov [Combinatorial Approach to Estimation of Quality of Taught Algorithms]. *Matematicheskiye voprosy kibernetiki* [Mathematical Issues of Cybernetics]. Moscow, Fizmatlit, 2004, vol. 13, pp. 5–36.

16. Tashlinskii A.G., Khoreva A.M., Smirnov P.V. Vyborkonechnykh raznostey pri nakhozdenii pseudogradienta tselevoy funktsii v protsedurakh otsenivaniya mezhkadrovnykh deformatsiy izobrazheniy [Finite Difference Choosing for Pseudogradient Goal Function Computation in Interframe Image Distortions Estimation Procedures]. *Radiotekhnika* [Radio Engineering], 2012, no. 9, pp. 56–60.

17. Tashlinskii A.G., Dikarina G.V., Minkina G.L., Repin A.N. Pseudogradient Optimization in the Estimation of Geometric Interframe Image Deformations. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 2008, vol. 18, no. 4, pp. 706–711.

18. Tashlinskii A.G., Safina G.L., Voronov S.V. Pseudogradient Optimization of Objective Function in Estimation of Geometric Interframe Image Deformations. *Pattern recognition and image analysis*, 2012, vol. 22, no. 2, pp. 386–392.