УДК 621.391.037

А.А. Гладких

ОЦЕНКА СЛОЖНОСТИ АППАРАТУРНЫХ ЗАТРАТ В ПРОЦЕДУРЕ МЯГКОГО АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ НЕДВОИЧНЫХ КОДОВ

Гладких Анатолий Афанасьевич, *кандидат технических наук, окончил Военную академию связи им. С.М. Буденного, адъюнктуру ВАС, профессор кафедры «Телекоммуникации» Ульяновского государственного технического университета. Имеет монографию, учебные пособия, статьи и патенты РФ в области помехоустойчивого кодирования и защиты информации. [e-mail: a.gladkikh@ulstu.ru].*

Аннотация

Представлены оценки сложности реализации алгоритмов алгебраического декодирования недвоичных кодов на примере кодов Рида-Соломона (РС). Показано преимущество методов мягкой обработки данных относительно традиционных моделей построения декодеров, исправляющих ошибки. Это обеспечивает использование введенной в код избыточности на границе асимптотических возможностей. Для минимизации риска ошибочного декодирования предлагается субоптимальный алгоритм обработки данных, в котором используется метод провокации, направленный на вызов прогнозируемой реакции декодера при исправлении преднамеренно стертого символа с надежным индексом мягкого решения. Существенное повышение производительности сигнально-кодового процессора приемника обеспечивается за счет снижения аппаратурных затрат при вычислении полинома локаторов ошибок и поиска его корней путем замены процедуры подбора на регулярный метод.

Ключевые слова: алгебраический декодер недвоичного кода, стирание, мягкий декодер.

ESTIMATION OF HARDWARE PROCESSING COSTS IN A METHOD OF SOFT ALGEBRAIC DECODING OF NON-BINARY CODES

Anatoly Afanasyevich Gladkikh, *Candidate of Engineering; graduated from Budyonny Military Communications Academy; finished his post-graduate studies at the same Academy; Doctoral Student at Ulyanovsk State Technical University, Professor at the Department of Telecommunications of Ulyanovsk State Technical University; an author of a monograph, text-books, articles, and patents in the field of noise-immune coding and information security. e-mail: a.gladkikh@ulstu.ru.*

Abstract

The paper shows estimation of the implementation complexity for the algorithms of algebraic decoding of non-binary codes by giving an example of Reed-Solomon codes. Advantages of soft data processing methods over traditional models of decoders with error-correction are given. The introduced redundancy can be used at the asymptotic capability edge. The paper also suggests a suboptimal data processing algorithm to minimize the risk of decoding error. This algorithm uses a provocation method, which calls a predictable decoder reaction while correcting a deliberately erased symbol with the reliable index of soft decision. There is a significant gain in efficiency of signal-code processor in receiver due to reduction of hardware costs in computation of the error locator polynomial and its solving by regular method instead of fitting.

Key words: algebraic non-binary code decoder, erasure, soft decoder.

Введение

В современных системах обмена данными помехоустойчивое кодирование является мощным средством повышения их спектральной и энергетической эффективности. Различают несколько основных направлений защиты информации от ошибок. К ним относятся системы с последовательным или параллельным турбокодированием, системы с многопороговым декодированием и кодами с низкой плотностью проверок четности [1–4]. Отличительной особенностью, во многом специфических, систем передачи данных информационно-управляющих комплексов (ИУК) является их работа в реальном времени, что накладывает жесткие требования на своевременность обработки данных. В случае применения ИУК в составе мобильных объектов возрастает роль адаптивных алгоритмов обработки избыточных кодов, призванных гибко управлять вводимой в код избыточностью в зависимости от уровня мешающих факторов в радиоканале. Для ИУК специального назначения возрастает угроза применения преднамеренных помех [5]. Указанные, противоречивые по своей сути факторы, повышают сложность выбора для конкретного ИУК подходящей системы помехоустойчивого кодирования. Исследования, проводимые в данной предметной области, показывают, что в таких системах, как правило, используются адаптивные кодеки [6]. Поэтому эффективность параллельных турбокодов с их мощной системой перемежения-деперемежения символов оказывается невысокой, а все другие коды, кроме недвоичных блоковых, представляются сложными с точки зрения параметрической адаптации [7].

При применении недвоичных блоковых кодов большее значение приобретают временные параметры обработки принятой информации, которые определяются сложностью реализации кодеков, выполненных на выбранных (заданных) сигнально-кодовых процессорах. Решение этой задачи приобретает особую актуальность для стремительно развивающихся направлений робототехники и автономных аппаратов с их ограниченными габаритами и ресурсами по питанию. В целях снижения сложности реализации адаптивных кодеков недвоичных кодов предлагается использовать мягкие методы обработки данных, позволяющие получить существенный рост производительности декодера без потери достоверностных данных.

Оценка сложности реализации алгебраического декодера

Пусть дан (n, k, d) линейный блоковый код V с порождающей матрицей G и проверочной матрицей H, где n – длина кодовой комбинации, k – число информационных разрядов, d – метрика Хемминга. Если размерность векторного пространства V равна k с q возможными значениями для каждого, то пространство V содержит всего q^k векторов $\mathbf{v} \in V$, а фундаментальной основой декодирования таких кодов является соотношение вида $\mathbf{v} \times H^T = 0$. Если $\mathbf{v} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, а элемент матрицы H обозначить через h_{ij}, то для каждой строки матрицы выполняется условие $\sum_j x_j h_{ij} = 0$. При передаче кодового слова $\mathbf{v}$ по каналу с ошибками принятое слово $\mathbf{v_e} \neq \mathbf{v}$, поскольку $\mathbf{v_e} = (x_1 \oplus e_1, x_2 \oplus e_2, ..., x_n \oplus e_n)$, где $e_i \neq 0$ – элемент поля $GF(q)$ представляет влияние мешающего фактора. В последнем случае $\sum_j x_j h_{ij} \neq 0$, а полученный результат S_j является синдромом. Зная значение S_j, можно всегда указать номера j, на которых $e_j \neq 0$. В матричной форме это условие представляется в виде:

$$\|S\|_{n-k} = \|h_{ij}\|_{n,n-k} \times \|e_i\|_n^T, \quad (1)$$

а полином ошибок имеет вид:

$$e(X) = \sum_{n=0}^{n-1} e_n x^n. \quad (2)$$

Вычисление синдрома является ключевым условием для большинства алгебраических и неалгебраических моделей декодирования блоковых кодов. Чаще всего для этого применяют схему Горнера [8, 9]. Если n является составным числом, то возможно использование китайской теоремы об остатках [10]. Реализация вычислений по указанной схеме в сигнально-кодовом процессоре потребует

$$O_{SA} = O_+ + O_\times = (n-k) + (n-k)k = \\ = (n-k)(2k+1) \quad (3)$$

операций сложения и умножения.

Недвоичный максимально разнесенный блоковый код РС способен исправить $t = (n-k)/2$ ошибок, а двоичные коды, не обладающие таким свойством, исправляют всего $t = (d-1)/2$ ошибок [4]. Для восстановления кодового вектора в алгебраическом декодере при известном полиноме синдромов приемник должен выполнить два обязательных шага: определить позиции искаженных символов, а затем выполнить исправление ошибок на этих позициях. При этом для решения первой и второй задач потребуется для каждой по t уравнений. Обозначая локаторы ошибок через Λ_l и используя (2) для исправления $\gamma \leq t$ ошибок, получают систему нелинейных уравнений вида:

$$\begin{cases} S_1 = & v(\alpha) = e_{j1}\Lambda_1 + e_{j2}\Lambda_2 + \ldots + e_{j\gamma}\Lambda_\gamma, \\ S_2 = & v(\alpha^2) = e_{j1}\Lambda_1^2 + e_{j2}\Lambda_2^2 + \cdots + e_{j\gamma}\Lambda_\gamma^2, \\ \vdots & \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ S_{2t} = & v(\alpha^{2t}) = e_{j1}\Lambda_1^{2t} + e_{j2}\Lambda_2^{2t} + \cdots + e_{j\gamma}\Lambda_\gamma^{2t}. \end{cases} \quad (4)$$

Нелинейность системы (4) при ее решении в цифровом сигнальном процессоре приемника приводит к повышению сложности организации вычислений, поэтому на практике прибегают к авторегрессионным моделям поиска локаторов ошибок [2]. Полином локаторов ошибок в этом случае определяется как

$$\sigma(x) = (1+\Lambda_1 x)(1+\Lambda_2 x)\ldots(1+\Lambda_\gamma x) = \\ = 1 + \sigma_1 x + \sigma_2 x^2 + \ldots + \sigma_\gamma x^\gamma, \quad (5)$$

где корнями для $\sigma(x)$ будут значения $1/\Lambda_1$, $1/\Lambda_2$, ... , $1/\Lambda_\gamma$.

В новых условиях система линейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов многочлена локаторов ошибок принимает вид:

$$\begin{bmatrix} S_1 & S_2 & \cdots & S_t \\ S_2 & S_3 & \cdots & S_{t+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_t & S_{t+1} & \cdots & S_{2t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_t \\ \sigma_{t-1} \\ \vdots \\ \sigma_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_{t+1} \\ -S_{t+2} \\ \vdots \\ -S_{2t} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Организация вычислительного процесса в соответствии с (5) осложняется матричными преобразованиями в поле $GF(q)$ по правилу Крамера. При этом наиболее трудоемкими шагами считаются преобразования по поиску обратной матрицы для левой части уравнения (6). Сложность алгоритма оценивается на уровне $O_2 = (t^3)$ операций, что влечет дополнительные аппаратные и временные затраты при обработке данных приемником. В целях снижения трудоемкости вычислительного процесса в работе [8] был предложен метод проб и ошибок целенаправленного синтеза регистра сдвига наименьшей длины с линейной обратной связью, способного формировать многочлен локаторов ошибок (алгоритм Берлекэмпа-Месси). Указанная процедура по грубой оценке [10] требует порядка $O_{BM_1}=(t^2)$. Существуют более тонкие оценки сложности реализации вычислительного процесса на указанном этапе декодирования [9, 11]. Их значения приведены в таблице 1.

Таблица 1

Сравнительные данные числа операций

Алгоритм	Число операций сложения	Число операций умножения	Число циклов
iBM (Блейхут)	$2t+1$	$3t+3$	$3t$
iBM (Берлекэмп)	$3t+1$	$5t+3$	$2t$
Модифицированный riBM	$3t+1$	$6t+2$	$2t$
Модифицированный RiBM	$3t+1$	$6t+2$	$2t$
Евклида	$2t+1$	$2t+1$	$12t$

Второй, третий и четвертый алгоритмы в таблице 1 по сложности реализации практически идентичны и отличаются только внутренней организацией вычислительного процесса. Пусть алгоритм синтеза регистра сдвига требует $(3t+1)$ операций сложения и $(6t+2)$ операций умножения, выполняемых за $2t$ циклов. Следовательно,

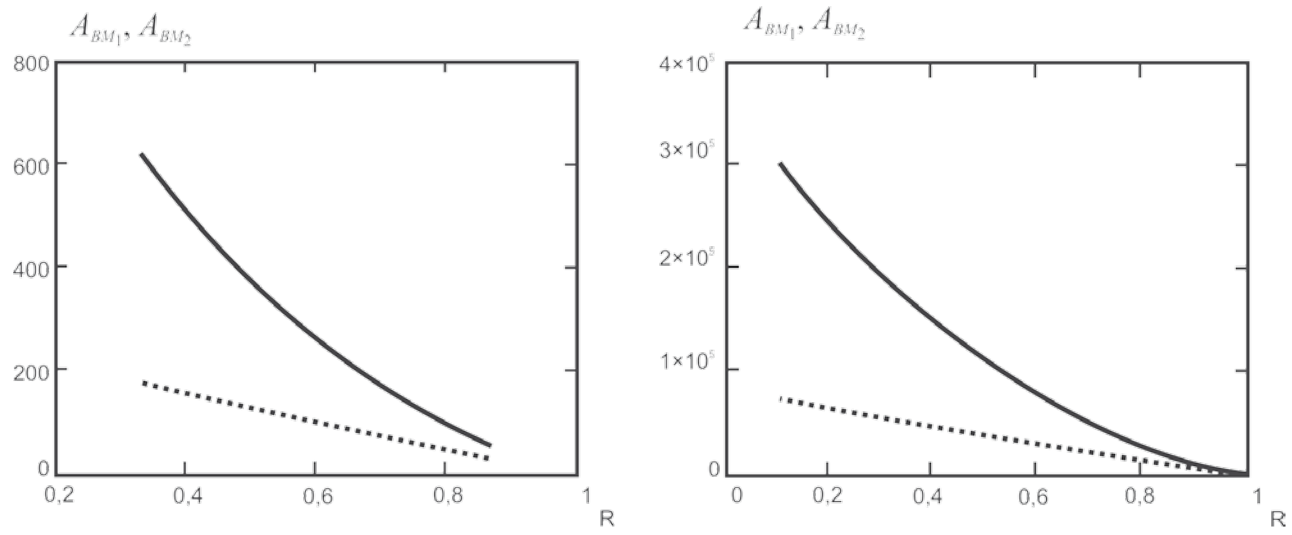
$$O_{BM_2}=2t(3t+1)+2t(6t+2)= \\ =4{,}5(n-k)^2+3(n-k). \quad (7)$$

Следующий этап декодирования заключается в определении локаторов ошибок с использованием процедуры Ченя [1, 4]. Аппаратурные затраты при этом составляют $O_{Ch}=2t(q^m-1)$ [10]. Сравнительные характеристики для O_{BM_1} и O_{BM_2} совместно с O_{Ch} приведены на рисунке 1. В качестве аргумента для них выбрано отношение $R=n/k$, позволяющее судить о влиянии введенной в код избыточности на сложность реализации декодера, при этом $A_{BM_1}=O_{BM_1}+O_{Ch}$ и $A_{BM_2}=O_{BM_2}+O_{Ch}$.

Общие затраты по сложности декодирования кодов РС при алгебраическом подходе к обработке кодовых векторов оценим как $O_{0_n}=O_{SA}+A_n$. Представленные алгоритмы ориентированы на исправление ошибок. Очевидно, если условие $\gamma\le t$ не соблюдается, возможны отказы от декодирования $\mathbf{v}_\mathbf{e}$. В мягких декодерах стирания способствуют сокращению цикла поиска порождающего полинома, но в декодере всегда закладывается возможность исправления стираний и хотя бы одной ошибки. Условие реализации такого алгоритма имеет вид $d=2t+s+1$, где s – число стертых позиций в n. Докажем целесообразность формирования в кодовом векторе некоторого постоянного числа стираний.

Эффективность мягкого декодирования

Для этого рассмотрим некоторое множество последовательностей конечной длины n, которые являются словами корректирующего кода. В мягком декодере каждый i-й бит принятого кодового вектора представляется в виде жесткого решения, сопровождающегося в виде некоторого вещественного λ_i, которое отражает степень надежности принятого жесткого решения и называется



а) код РС $n=15$; б) код РС $n=225$

Рис. 1. Сравнительные данные для A_{BM_1} (точки) и A_{BM_2} (сплошная) индексом мягкого решения (ИМР). Обозначая жесткие решения через «минус» для информационного нуля и через «плюс» для единицы, на выходе приемника получают кортеж данных $\ldots+\lambda_i-\lambda_{i+1}+\lambda_{i+2}\lambda_{i+3}\lambda_{i+4}\ldots$, который в последующем обрабатывается в декодере, исходя из принципа декодирования в целом [5].

Пусть $\{\lambda_i\}$ – конечный алфавит множества целочисленных индексов, для которых $\{\lambda_i\}=\overline{\lambda_{min},\lambda_{max}}$, и для любого кодового вектора допустимо среди зафиксированных ИМР выделение $s\le d-1$ ненадежных элементов с наименьшими значениями λ_i. При приеме символов на фиксированной длине кодовых комбинаций в общем случае может быть сформировано различное значение ненадежных символов i, которые идентифицируются и восстанавливаются кодовыми методами как стирания.

Обозначим для таких условий приема через P_{os} вероятность ошибочного декодирования кодовой комбинации. Очевидно, что

$$P_{os}=\sum_{i=0}^{s}P_i\cdot P_i'+\sum_{i=s+1}^{n}P_i, \tag{8}$$

где P_i – вероятность появления таких значений ИМР, которые в алгоритме декодирования стираются, а P_i' – вероятность появления ошибок в этой же кодовой комбинации при наличии ровно i стираний, которые обеспечивают снижение вероятности ошибок, следовательно, $P_i'\ge P_{i+1}'$ $(i=0,1,\ldots,d-1=s)$.

Установим, что P_{0const} – вероятность ошибочного декодирования комбинации избыточного кода, когда всякий раз, используя принцип ранговой метрики, в принятом кодовом векторе формируется ровно $i=s$ стираний. В этих условиях при реализации в процедуре декодирования требования $P_i'\ge P_{i+1}'$, для кодовых комбинаций длины n выполняется соотношение $P_{os}>P_{0const}$. Действительно, составим очевидное неравенство:

$$P_s'\sum_{i=0}^{s}P_i+\sum_{i=s+1}^{n}P_i>P_s'\sum_{i=0}^{s}P_i+P_s'\sum_{i=s+1}^{n}P_i. \tag{9}$$

Но $\sum_{i=0}^{s}P_i+\sum_{i=s+1}^{n}P_i=1$, и $P_s'\sum_{i=0}^{s}P_i+\sum_{i=s+1}^{n}P_i>P_s'$. Тогда $P_i'>P_{i+1}'$ и $P_s'\sum_{i=0}^{s}P_i<\sum_{i=0}^{s}P_i'P_i$. Усиливая это неравенство, получаем:

$$P_s'\sum_{i=0}^{s}P_i'P_i+\sum_{i=s+1}^{n}P_i>P_s'. \tag{10}$$

Следовательно, $P_{os}>P_{0const}$.

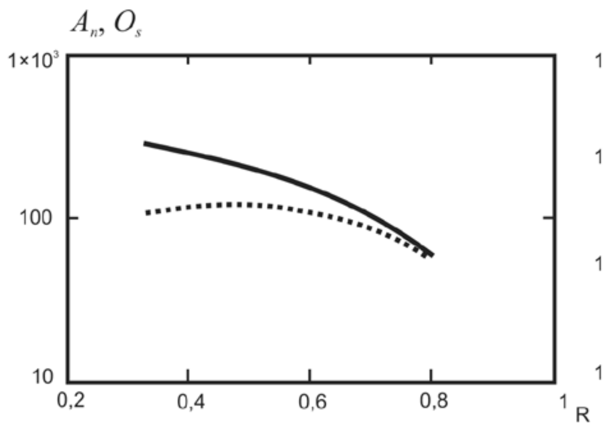
Отсюда следует: при декодировании комбинаций избыточного кода среди принятых символов отдельной комбинации, используя ИМР символов, целесообразно выделять $d-1$ стирание и исправить их выбранным способом, при этом необходимо минимизировать появление ошибочных символов среди нестертых позиций. Декодирование кодов РС по данному методу обеспечивает снижение вычислительных затрат.

Определив число s ненадежных символов, например в комбинации кода РС, декодер стирает их, обеспечивая $s=d-1$. При этом изменяется структура вычислительного процесса в ходе вычисления элементов синдромного полинома. Обозначим через S_A процедуру получения синдрома в алгебраическом декодере, а через S_S – в декодере со стиранием элементов по правилу (10). Тогда

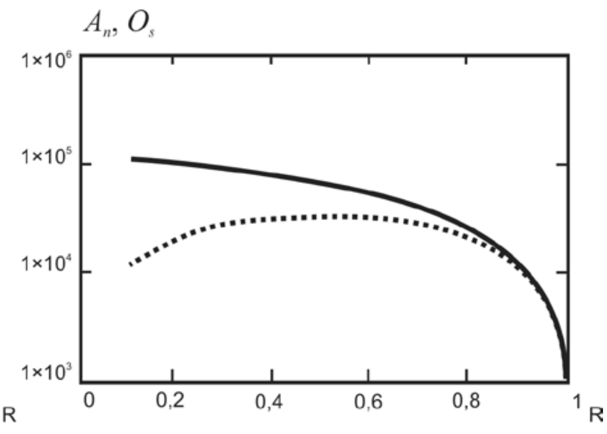
$$S_{A_j}=\sum_{i=0}^{n-1}v^e\left(x^i\right)\alpha^j>\sum_{\delta=1}^{n-k}v^e\left(x^\delta\right)\alpha^\delta=S_{S_j}, \tag{11}$$

где $j=1,\ \ldots,\ n-k$.

Здесь δ отвечает номерам нестертых позиций в кодовом векторе $\mathbf{v^e}$ [12]. Число операций сложения в правой части неравенства для одного значения j оценивается как $O_{+j}=(n-1)-(n-k-2)=k-1$, а для всего массива синдромов в виде $O_+=(k-1)(n-k)$. Общее число операций умножения при вычислении элементов полинома



а) код РС $n=15$



б) код РС $n=225$

Рис. 2. Сравнительные данные для O_s (пунктир) и A_n (сплошная) синдрома оценивается $O_\times=(n-k)k$. Суммируя, получим $O_s=(n-k)(2k-1)$. Функция $O_s(R)$ имеет максимум в точке $k=(n/2)+0{,}25\approx 0{,}5R$. Сравнительные данные для двух синдромных декодеров показаны на рисунке 2. Значения ординат взяты в логарифмическом масштабе.

На основе полученных данных формируют полином синдромов $S_s(x)$ степени $(n-k)$ с возможным максимальным числом элементов $(n-k)$. Далее в мягком декодере по известным номерам стертых позиций получают полином локаторов стираний $L_\Lambda(x)=\prod_\delta\left(1-\alpha^\delta x\right)$. Число сомножителей в этом произведении по условию (10) всегда равно $(n-k)$. Сложность реализации этой процедуры оценивается как $O_\Lambda=O_{\Lambda+}+O_{\Lambda\times}=\left(n-k-1\right)^2+\left(n-k\right)^2$.

Для доказательства представим многочлен, например, степени $\varphi=4$ в виде сдвинутых на шаг последовательностей, степень которых увеличивается на единицу в каждой новой строке. Подобная схема соответствует операции перемножения многочленов с одинаковыми степенями и процедуре приведения подобных членов (верхняя граница числа операций сложения), как показано в нижней строке конструкции.

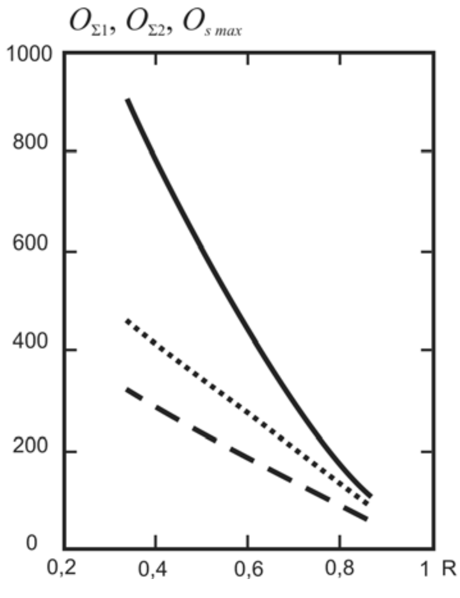
$$\begin{array}{ccccccccc}
1+ & x+ & x^2+ & x^3+ & x^4 & & & & \\
 & x+ & x^2+ & x^3+ & x^4+ & x^5 & & & \\
 & & x^2+ & x^3+ & x^4+ & x^5+ & x^6 & & \\
 & & & x^3+ & x^4+ & x^5+ & x^6+ & x^7 & \\
 & & & & x^4+ & x^5+ & x^6+ & x^7+ & x^8 \\
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0
\end{array} \qquad (12)$$

Получение $O_{\Lambda\times}$ – очевидно, а значение $O_{\Lambda+}=\left(a_1+\varphi-1\right)\varphi+\varphi=\varphi^2$ следует из формулы удвоенной суммы арифметической прогрессии при равенстве первого члена прогрессии $a_1=0$.

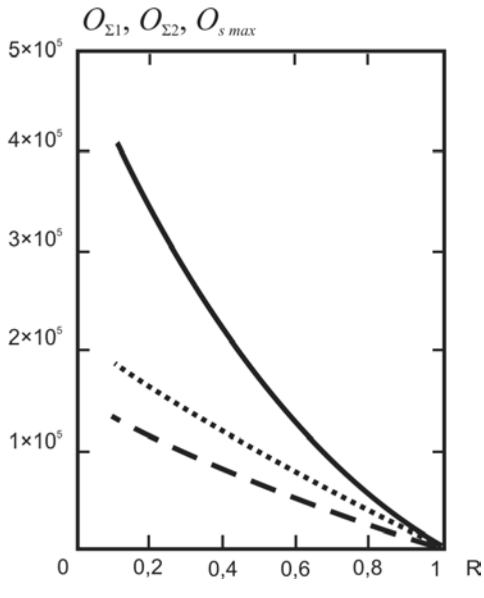
По значениям $S_s(x)$ и $L_\Lambda(x)$ находят их произведение, в котором все элементы x со степенями, равными и старше величины $n-k$, в расчет не принимаются. Это приводит к неопределенности в оценке суммарного числа операций, поскольку невозможно предсказать, какие степени полиномов будут задействованы для получения конечного результата. В качестве грубой оценки сложности реализации этого произведения на основе эмпирических данных целесообразно взять усредненную величину $O_{s\Lambda}\approx 0{,}2\,O_\Lambda$. Дальнейшая работа декодеров кода РС как в первом, так и во втором случае определяется алгоритмом Форни [4, 8, 10], одинаковым для этих моделей. Таким образом, окончательно сложность реализации алгоритма со стиранием элементов определяется выражением $O_{s\,max}=O_s+O_\Lambda+O_{s\Lambda}$.

На рисунке 3 с учетом, что $O_{\Sigma_i}=A_n+O_{BM_i}+O_{Ch}$ при $i=1,\ 2$, представлены интегральные оценки сложности реализации декодеров для рассмотренных вариантов их построения.

Разности между O_{Σ_i} и $O_{s\,max}$ являются монотонными убывающими зависимостями от k. Если положить, что тактовая частота сигнального процессора равна 50 МГц и на одну операцию тратится $t_T=20$ нс, представляется возможным определить выигрыш по времени при использовании алгоритма с постоянным числом стертых позиций относительно алгоритмов с исправлением ошибок, как показано на рисунке 4. На этих рисунках $t_1=O_{\Sigma_1}-O_{s\,max}$ (точки) и $t_2=O_{\Sigma_2}-O_{s\,max}$ (сплошная) линии. Значения t_1 и t_2 взяты в логарифмическом масштабе.

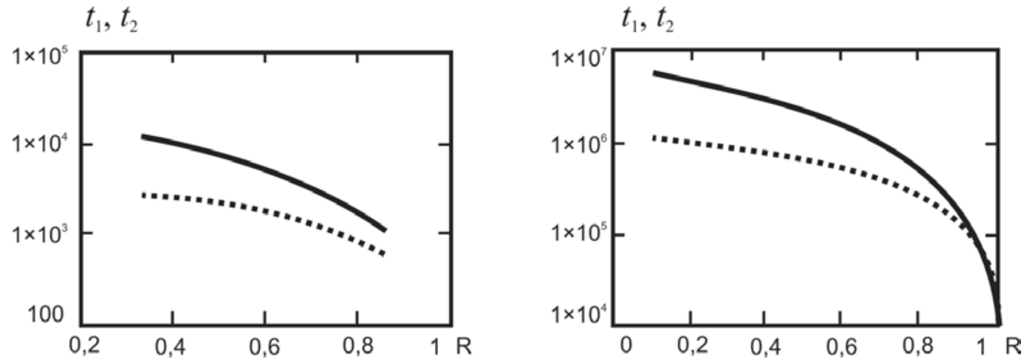


а) код РС $n=15$



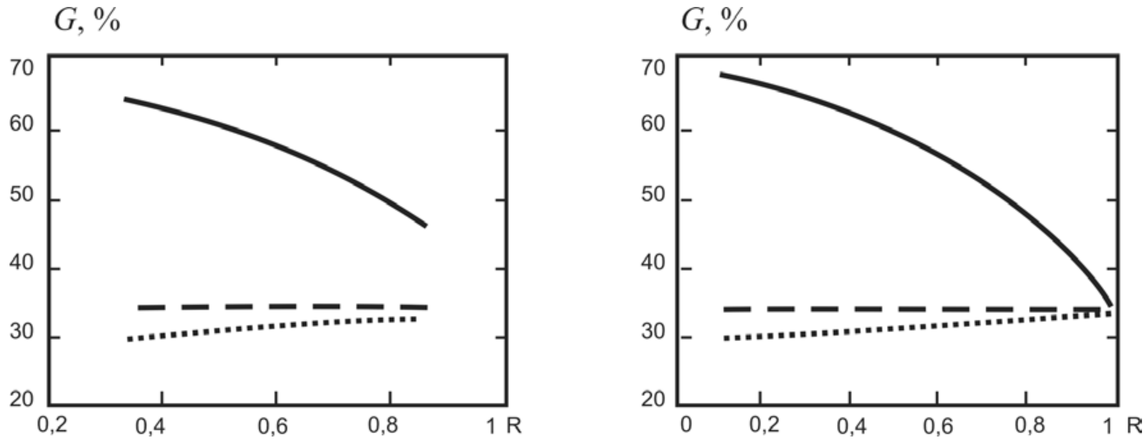
б) код РС $n=225$

Рис. 3. Сравнительные данные для $O_{s\,max}$ (пунктир), O_{Σ_1} (точки) и O_{Σ_2}(сплошная)



а) код РС длины 15 б) код РС длины 255

Рис. 4. Выигрыши по времени (в нс) при реализации алгоритмов t_1 (точки) и t_2 (сплошная)



а) код РС длины 15 б) код РС длины 255

Рис. 5. Сравнительные данные выигрыша в процентах при реализации алгоритмов

На рисунке 5 приведены те же данные в процентном соотношении.

Выигрыш по времени наблюдается для всех полученных оценок. Относительно алгоритма A_{BM_1} выигрыш не превышает 34% и относительно равномерен во всех диапазонах вводимой в код избыточности. В случае алгоритма A_{BM_2} выигрыш монотонно возрастает по мере увеличения параметра R, но не превышает 55% при $R \approx 0{,}5$. Указанное свойство позволяет использовать адаптивные режимы работы кодеков в системах с изменяющимися параметрами.

Заключение

Полученные данные справедливы для условий, когда ИМР символов достаточно хорошо сопровождают ошибочные решения, однако применение многих параметров в ходе анализа непрерывного сигнала, как предлагалось в [12], не представляется оправданным. Учитывая возможный выигрыш в повышении скорости, сигнально-кодового процессора за счет использования мягких решений, становится целесообразным создание и развитие таких методов формирования ИМР, которые в полной мере позволяют реализовать прогнозируемый выигрыш. Кроме того, перспективный алгоритм должен гарантировать полное исправление стираний в кодовом векторе или своевременный и обоснованный отказ от такого декодирования при использовании итеративных преобразований в ходе реализации принципа декодирования в целом, например, вариативным (списочным) методом.

СПИСОК ЛИТЕРАПТУРЫ

1. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. – М. : Техносфера, 2005. – 320 с.

2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение.– М. : ИД «Вильямс», 2003. – 1104 с.

3. Зяблов В.В. Анализ корректирующих свойств итерированных и каскадных кодов // Передача цифровой информации по каналам с памятью. – М. : Наука, 1970. С. 76–85.

4. Форни Д. Каскадные коды. – М. : Мир, 1970. – 207 с.

5. Гладких А.А. Основы теории мягкого декодирования избыточных кодов в стирающем канале связи. – Ульяновск : УлГТУ, 2010. – 253 с.

6. Гладких А.А. Применение метода гиперкодирования в системах передачи данных // Автоматизация процессов управления. – 2011. – № 3 (25). – С. 77–81.

7. Эффективное декодирование недвоичных кодов с провокацией стертого элемента / А.А. Гладких [и др.] // Автоматизация процессов управления. – 2013.– № 2 (32). – С. 87–93

8. Берлекэмп Э.Р. Техника кодирования с исправлением ошибок // ТИИЭР. – 1980. – Т. 68, № 5. – С. 24–58.

9. Dilip V.S., Naresh R.S. High-speed Architectures for Reed-Solomon decoders // IEEE Trans. VLSI systems. 2001. Vol. 34. pp. 388–396.

10. Онанченко Е.Л., Лысенко А.В. Анализ известных методов декодирования недвоичных блоковых кодов // Вісник Сумского ДУ, Серія Технічні науки. – 2008. – № 3. – С. 100–105.

11. Конопелько В.К., Липницкий В.А. Теория норм синдромов и перестановочное декодирование помехоустойчивых кодов. – М. : Едиториал УРСС, 2004. – 176 с.

12. Шувалов В.П. Прием сигналов с оценкой их качества. – М. : Связь, 1979. – 240 с.

REFERENCES

1. Morelos-Saragosa R. *Iskusstvo pomekhoustoychivogo kodirovaniya. Metody, algoritmy, primeneniye* [The Art of Error Correcting Coding]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2005. 320 p.

2. Sklyar B. *Tsifrovaya svyaz. Teoreticheskiye osnovy i prakticheskoye primeneniye* [Digital Communication. Fundamentals and Applications]. Moscow, Williams Publ., 2003. 1104 p.

3. Zyablov V.V. *Analiz korrektiruyushchikh svoystv iterirovannykh i kaskadnykh kodov. Peredacha tsifrovoy informatsii po kanalam s pamyatyu* [Analysis of Adjusting Properties of Iterative and Concatenated Codes. Digital Transmission via Memory Channels]. Moscow, Nauka Publ., 1970. pp. 76–85.

4. Forney D. *Kaskadnye kody* [Concatenated Codes]. Moscow, Mir Publ., 1970. 207 p.

5. Gladkikh A.A. *Osnovy teorii myagkogo dekodirovaniya izbytochnykh kodov v stirayushchem kanale svyaze* [Principles of Theory of Soft-Decision Decoding of Redundant Codes in Erasure Communication Channels]. Ulyanovsk, UlSTU Publ., 2010. 253 p.

6. Gladkikh A.A. Primeneniye metoda giperkodirovaniya v sistemakh peredachi dannykh [Use of Hyper-Coding Method in Data-Transfer Systems]. *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya* [Automation of Control Processes], 2011, no. 3 (25), pp. 77–81.

7. Gladkikh A.A. and Others. Effektivnoye dekodirovaniye nedvoichnykh kodov s provokatsiyey stertogo elementa [Effective Decoding of Non-Binary Codes using Erased Element Provocation Method]. *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya* [Automation of Control Processes], 2013, no. 2 (32), pp. 87–93.

8. Berlekamp E.R. Tekhnika kodirovaniya s ispravleniyem oshibok [The Technology of Error-Correcting Codes]. *TIIER* [Proceedings of the IEEE], 1980, vol. 68, no. 5, pp. 24–58.

9. Dilip V.S., Naresh R.S. High-Speed Architectures for Reed-Solomon decoders. *IEEE Trans, VLSI systems*, 2001, vol. 34, pp. 388–396.

10. Onanchenko E.L., Lysenko A.V. Analiz izvestnykh metodov dekodirovaniya nedvoichnykh blokovykh kodov [Analysis of Known Methods for Decoding of Non-Binary Block Codes]. *Visnik Sumskogo DU, Seriya Tekhnichny nauki* [Proceedings of Sumy State University, Technical Sciences Series], 2008, no. 3, pp. 100–105.

11. Konopelko V.K., Lipnitskiy V.A. *Teoriya norm sindromov i perestanovochnoye dekodirovaniye pomekhoustoychivykh kodov* [Theory of Syndrome Valuations and Permutation Decoding of Error Controlled Codes]. Moscow, Editorial URSS Publ., 2004. 176 p.

12. Shuvalov V.P. *Priem signalov s otsenkoy ikh kachestva* [Signal Reception with Quality Evaluation]. Moscow, Svyaz Publ., 1979. 240 p.