

УДК 519.226

В.Р. Крашенинников

## ПСЕВДОФИЗИЧЕСКИЙ ПОДХОД К СОВМЕЩЕНИЮ И РАСПОЗНАВАНИЮ ГРУППОВЫХ ТОЧЕЧНЫХ ОБЪЕКТОВ<sup>1</sup>

*Крашенинников Виктор Ростиславович, доктор технических наук, профессор, окончил Казанский государственный университет. Заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика» Ульяновского государственного технического университета. Имеет работы по статистическим методам обработки сигналов и изображений. [e-mail: kvrulstu@mail.ru].*

### Аннотация

Рассматриваются групповые точечные объекты (ГТО), то есть двух- или трехмерные бинарные изображения, состоящие из точек, например, созвездия, характерные точки тела, отметки на поверхности Земли или моря. Задача совмещения и распознавания таких объектов возникает в навигации, робототехнике, диагностике по медицинским изображениям и т. д. В данной работе предлагается для совмещения и распознавания ГТО представлять их как системы материальных точек. При этом два ГТО сближаются под действием гравитационного притяжения, то есть происходит их совмещение. При таком представлении ГТО также возможно их совмещение с использованием механических свойств: центра тяжести и моментов инерции. Степень совмещения ГТО зависит от того, насколько они близки по форме, что дает возможность их распознавания – распознаваемый ГТО относится к эталону, с которым произошло наилучшее совмещение.

Ключевые слова: групповой точечный объект, бинарное изображение, совмещение, распознавание, гравитация, центр тяжести, момент инерции.

## PSEUDOPHYSICAL APPROACH TO ALIGNMENT AND RECOGNITION OF GROUP POINT OBJECTS

*Viktor Rostislavovich Krasheninnikov, Doctor of Engineering, Professor; graduated from Kazan State University; Head of the Department of Applied Mathematics and Informatics at Ulyanovsk State Technical University; an author of articles in the field of statistical methods for signal and image processing. e-mail: kvrulstu@mail.ru.*

### Abstract

The paper examines group point objects (GPO), i.e. two- or three-dimensional binary images composed of points, e.g. constellations, the specific body points, marks on the surface of the Earth or sea. The problem of alignment and recognition of such objects arises in navigation, robotics, diagnostics using medical images, etc. In this article, in order to align and recognize GPO, the authors propose to represent them as systems of material points. The author proposes to represent the group point objects as a system of material points for aligning and recognizing these objects. In this view, it is also possible to approximate GPO using such mechanical properties as gravity centers and inertia moments. The accuracy of GPO overlapping depends on how close their forms are. It helps to recognize the objects as recognized GPO refers to the closest model.

Keywords: group point object, binary image, alignment, recognition, gravitation, gravity center, inertia moment.

### ВВЕДЕНИЕ

Самые различные объекты могут быть представлены в виде ГТО, то есть системы точек в двух- или трехмерном пространстве. Например, участки звездного неба, строй кораблей или самолетов, дискретный набор характерных точек на плоском изображении детали или на поверхности трехмерного тела и т. д. При оперировании с такими

объектами в информационных системах часто возникает задача распознавания, для чего два ГТО предварительно нужно совместить, то есть найти соответствие точек одного точкам второго. В навигации и робототехнике представляет интерес определение параметров совмещения ГТО – их взаимных сдвигов, поворотов и т.д. Для описания и обработки ГТО оказалось продуктивным их представление в виде кватернионных сигналов (в частности,

<sup>1</sup> Результаты этой работы были получены в рамках госзадания Минобрнауки России № 2014/232.

в виде проволочной модели, то есть последовательности гиперкомплексных чисел или векторов [1]), однако при этом нужно элементы ГТО упорядочить, для чего применяется особая процедура, иногда имеющая неоднозначный результат. Другой подход к совмещению ГТО основан на их преобразовании в полутоновые изображения, например, путем сглаживания. После этого преобразования становятся применимыми методы, разработанные для полутоновых изображений [2–9], в частности, хорошо зарекомендовавшие себя псевдоградиентные алгоритмы. В [10] для поиска объектов заданного вида на изображении использовано вспомогательное преобразование полутоновых изображений в ГТО, которые сравниваются по совокупности центральных моментов. Для совмещения ГТО также можно использовать подобный прием. В настоящей работе рассматривается другой подход к совмещению ГТО, не требующий упорядочивания их элементов или преобразования в полутоновые [11]. Пусть  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$  и  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_N\}$  – два ГТО, то есть две системы, состоящие из одинакового количества точек с заданными координатами в двух- или трехмерном пространстве (пространство может иметь и большую размерность). Требуется совместить  $A$  и  $B$ , то есть сдвинуть и повернуть  $B$  так, чтобы он совпал с  $A$ . Отметим, что при этом не требуется одинаковость нумерации точек в  $A$  и  $B$ .

**Представление ГТО в виде системы материальных точек**

Для решения поставленной задачи совмещения будем считать элементы заданных ГТО материальными точками единичной массы, тогда каждый ГТО становится системой материальных точек. Каждую такую систему мы будем считать жестко связанной, то есть расстояния между точками системы не изменяются, но система в целом может

перемещаться и поворачиваться. Предположим сначала, что координатный шум отсутствует, то есть координаты точек измерены точно, поэтому  $A$  и  $B$  отличаются друг от друга только переносом и поворотом и могут быть точно совмещены. При правильном совмещении  $A$  и  $B$  их центры тяжести, очевидно, совпадут, поэтому сразу же перенесем центр тяжести системы  $B$  в центр тяжести  $O$  системы  $A$ . Тогда для совмещения останется только повернуть  $B$  вокруг  $O$ , считая систему  $A$  неподвижной. Без ограничения общности можно считать, что  $O$  – начало координат, тогда пусть точки ГТО  $A$  и  $B$  имеют координаты  $a_i(x_i^a, y_i^a, z_i^a)$  и  $b_j(x_j^b, y_j^b, z_j^b)$ , которые можно рассматривать как координаты соответствующих векторов  $\bar{a}_i$  и  $\bar{b}_j$  (в двумерном случае третья координата отсутствует).

**Гравитационный алгоритм совмещения**

Пусть между элементами  $A$  и  $B$  действует гравитационное притяжение. Тогда на систему  $B$  будет действовать вращающий момент, под действием которого она будет поворачиваться относительно неподвижной  $A$  так, чтобы в целом потенциальная энергия гравитационного взаимодействия минимизировалась. Минимум этой энергии (ноль) достигается при точном совмещении  $A$  и  $B$ . Поэтому для совмещения ГТО достаточно смоделировать этот несложный физический процесс.

Взаимное притяжение точек  $a_i$  и  $b_j$  создает вращающий момент

$$\bar{M}_{ij} = [\bar{b}_j, \bar{F}_{ij}], \tag{1}$$

действующий на  $B$ , где

$$\bar{F}_{ij} = F_{ij}(\bar{a}_i - \bar{b}_j), \tag{2}$$

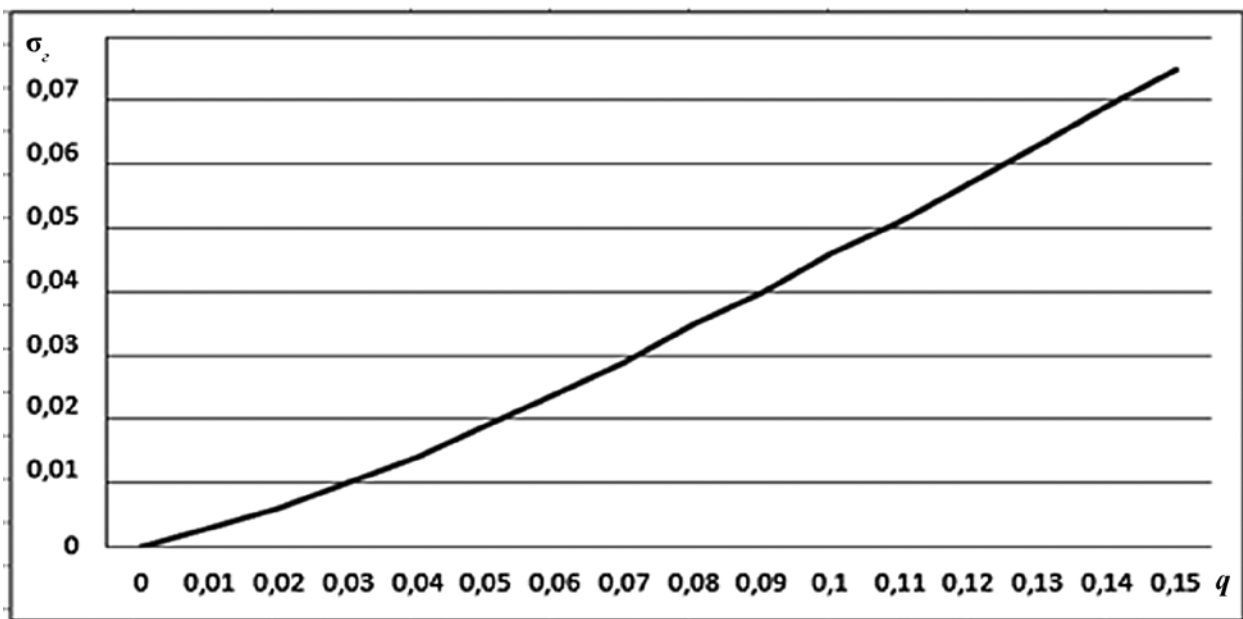


Рис. 1. Зависимость СКО оценки угла от координатного шума

а  $F_{ij}$  – величина силы притяжения, которую можно считать равной

$$F_{ij} = \frac{1}{|\bar{a}_i - \bar{b}_j|^2} = \frac{1}{\left[ (x_i^a - x_j^b)^2 + (y_i^a - y_j^b)^2 + (z_i^a - z_j^b)^2 \right]}. \quad (3)$$

Общий момент вращения, действующий на  $B$ , равен сумме всех этих парных моментов:

$$\bar{M} = \sum_{i,j} \bar{M}_{ij}. \quad (4)$$

Моделируется процесс вращения объекта  $B$  вокруг центра тяжести под действием этого момента. На каждом такте  $B$  поворачивается на небольшой угол  $\lambda$ , в новом положении снова вычисляется вращающий момент и так далее. Процесс останавливается, когда вращающий момент становится малым, а движение становится колебательным. Для повышения точности совмещения угол  $\lambda$  постепенно уменьшается. Данный процесс по сути является псевдоградиентным алгоритмом минимизации потенциальной энергии гравитационного взаимодействия [2, 3].

Однако, помимо правильного совмещения, могут существовать другие равновесные положения, когда вращающий момент равен нулю, например, два стержня при перпендикулярном их положении. Неправильность такого совмещения заметна по большому остатку потенциальной энергии, то есть по большим расстояниям между точками ГТО  $A$  и  $B$ . Такие положения возникают при неблагоприятном начальном взаимном повороте ГТО. Поэтому приходится пробовать различные начальные взаимные повороты, например, помещая какую-нибудь точку вращающегося ГТО в различные квадранты (октанты).

Проведенные эксперименты показали работоспособность описанного алгоритма совмещения даже на больших ГТО порядка нескольких сотен точек.

В практических ситуациях обычно имеется координатный шум. На рисунке 1 приведен график зависимости среднеквадратической ошибки (СКО) оценки угла поворота  $\sigma_\varepsilon$  (в радианах) от координатного шума. Оценка угла оказалась несмещенной. Эти данные получены обработкой оценок угла поворота описанным алгоритмом. Один миллион плоских ГТО имитировался случайно в виде 40 независимых точек, равномерно распределенных в круге радиуса  $R$ . Вторым ГТО получался из первого добавлением нормально распределенного координатного шума с нулевым средним и СКО  $\sigma_n$  по каждой из двух координат. Очевидно, что в этом случае СКО зависит от отношения  $q = \sigma_n / R$ . Зависимость близка к линейной. Результаты моделирования показывают, что описанный алгоритм достаточно устойчив к довольно сильным координатным шумам.

При увеличении количества точек  $N$  в ГТО точность оценки повышается, как это следует из графика на рисунке 2, где показатель интенсивности координатного шума ГТО имел значение  $q = 0,1$ .

При обработке изображений (в том числе и ГТО) обычно имеется различие масштабов изображений. В этом случае даже при правильном повороте точки двух ГТО будут на значительных расстояниях, поэтому остаточная потенциальная энергия будет большой, что препятствует решению задачи распознавания. Тогда целесообразно произвести выравнивание масштабов: один из ГТО масштабируется так, чтобы выровнялись их вторые моменты относительно центра тяжести. Но даже и без такого выравнивания описанный алгоритм успешно оценивал угол их взаимного поворота при расхождении масштабов в два раза.

Из-за ошибок регистрации ГТО иногда имеют разное количество точек. Это не является препятствием для применения описанного алгоритма, так как гравитационное взаимодействие двух систем материальных точек проявляется «в целом», разворачивая их до минимума потенци-

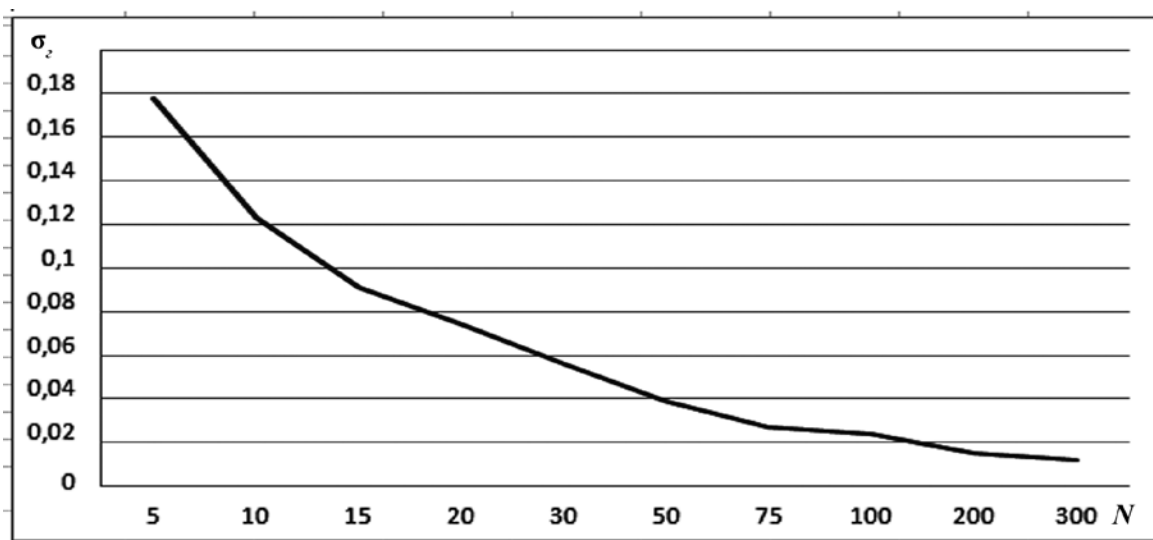


Рис. 2. Зависимость СКО оценки угла от количества точек в ГТО

альной энергии. На рисунке 3 приведена зависимость СКО оценки угла, когда в одном ГТО 40 точек, а во втором их на  $dN$  больше. Здесь показатель интенсивности координатного шума  $q=0,1$ .

Объем вычислений возрастает пропорционально квадрату количества точек в ГТО, так как при вычислении полного вращающего момента (4) находятся сила взаимодействия и вращающий момент каждой точки одного ГТО с каждой точкой другого. Этот объем вычислений можно довести почти до линейной пропорциональности, если учитывать только взаимодействие точек, находящихся на относительно небольших расстояниях, что вполне естественно, учитывая постановку задачи совмещения.

Под действием гравитации два ГТО стремятся занять положение, при котором вращающий момент равен нулю, то есть когда совмещаются их главные оси инерции. Однако при этом не обязательно эти оси находятся в соответствии (например, наибольшая полуось эллипсоида инерции может совместиться с другой полуосью). Поэтому, если остаточная потенциальная энергия относительно велика, следует перебрать небольшое количество комбинаций переименования осей, то есть поворотов объекта  $B$  и выбрать тот, при котором эта энергия минимальна, то есть объекты наилучшим образом совмещены.

В некоторых случаях ГТО могут состоять из элементов разных типов, например, звезд разной яркости или разных классов кораблей. В этом случае для улучшения совмещения будем считать, что притягиваются между собой только точки, соответствующие элементам одинакового типа.

Алгоритм легко модернизируется для ГТО в пространстве любой размерности, например, когда ГТО развивается во времени или кроме координат учитываются и другие признаки.

При решении задачи распознавания ГТО следует описанным способом совместить распознаваемый ГТО со всеми имеющимися эталонными ГТО, относя его к тому из эта-

лонных, с которым получено наилучшее совмещение по критерию минимума остаточной потенциальной энергии.

Аналогичная гравитационная модель может быть применена для кластеризации точек ГТО любой размерности: между его точками вводится притяжение, под влиянием которого в процессе движения в первую очередь в кластеры объединяются (слипаются) локальные сгущения точек. Процесс останавливается, когда образуется заданное количество кластеров [12].

Таким образом, описанный псевдофизический подход позволяет решать задачи совмещения и распознавания больших и многомерных ГТО при сравнительно небольших вычислительных затратах.

Отметим, что примененные здесь модели являются «псевдофизическими», то есть при моделировании движения ГТО не требуется точного воспроизведения динамики физического процесса движения одного ГТО относительно другого. Достаточно, чтобы воспроизводилась только общая тенденция поворота одного из ГТО в сторону уменьшения потенциальной энергии гравитационного взаимодействия. Поэтому силы притяжения могут задаваться довольно произвольно, например, в (3) можно взять силы, обратно пропорциональные расстоянию. Не обязательно также учитывать инерционность поворачивающегося ГТО, можно моделировать его скачкообразные повороты на небольшой угол.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен и исследован алгоритм совмещения ГТО, основанный на представлении ГТО в виде систем материальных точек, между которыми действует гравитационное взаимодействие. Алгоритм инвариантен к нумерации точек, обладает достаточно высокой точностью, устойчивостью к ошибкам определения координат и разнице в количестве точек совмещаемых объектов.

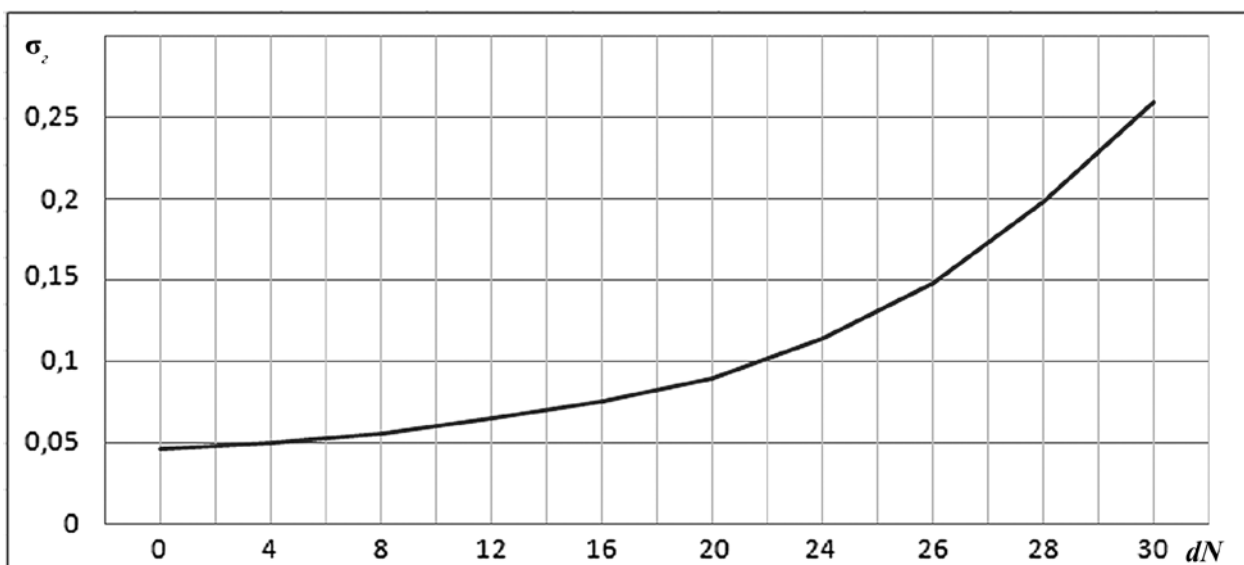


Рис. 3. Зависимость СКО оценки угла от разницы количества точек в ГТО

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Комплекснозначные и гиперкомплексные системы в задачах обработки многомерных сигналов / под ред. Я.А. Фурмана. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 456 с.
2. Васильев К.К., Крашенинников В.Р. Статистический анализ изображений. – Ульяновск : УлГТУ, 2014. – 214 с.
3. Васильев К.К., Крашенинников В.Р., Ташлинский А.Г. Статистический анализ последовательностей многомерных изображений // Научно-технические технологии. – 2013. – Т.14, № 5. – С. 5–11.
4. Крашенинников В.Р., Ташлинский А.Г. Оценка геометрических искажений бинарных изображений // Тезисы докл. XLIX Науч. сессии, посвящ. Дню радио / РНТОРЭС им. А. С. Попова. – Москва, 1994. – Ч. 2. – С. 122–123.
5. Krasheninnikov V.R., Tashlinskii A.G., Krasheninnikov I.V. An Adaptive Algorithm for the Identification of Fingerprints // Pattern Recognition and Image Analysis. 1996. Vol. 6, no. 2. – p. 277.
6. Ташлинский А.Г., Воронов С.В., Воронов И.В. Анализ целевых функций в задаче оценивания взаимных геометрических деформаций изображений // Автоматизация процессов управления. – 2013. – № 4 (34). – С. 26–29.
7. Magdeev R.G., Tashlinskii A.G. A Comparative Analysis of the Efficiency of the Stochastic Gradient Approach to the Identification of Objects in Binary Images // Pattern Recognition and Image Analysis. 2014. Vol. 24. no. 4. – p. 535.
8. Крашенинников В.Р., Кадеев А.Д., Потапов М.А. Совмещение изображений методом неподвижной точки // Научно-технические технологии. – 2013. – Т.14, № 5. – С. 26–31.
9. Krasheninnikov V.R., Potapov M.A. Estimating Parameters of Interframe Geometric Transformation of an Image Sequence by the Fixed Point Method // Pattern Recognition and Image Analysis. 2010. Vol. 20, no. 3. – pp. 316–323.
10. Морозов А.А., Наместников С.М. Поиск подобных объектов на изображении // Вестник Ульяновского государственного университета. – 2008. – № 4(44). – С. 49–50.
11. Крашенинников В.Р. Гравитационный алгоритм совмещения и распознавания групповых точечных объектов // Радиоэлектронная техника: сб. научных трудов / под ред. В.А. Сергеева. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – С. 94–97.
12. Krasheninnikov V.R., Kuznetsov V.V., Lebedeva E.U., Krasheninnikova N.A. Optimization of Dictionary and Model Library for Recognition of Speech Commands // Pattern Recognition and Image Analysis. 2011. Vol. 21, no. 3. – pp. 505–507.
2. Vasiliev K.K., Krasheninnikov V.R. *Statisticheskii analiz izobrazhenii* [Statistical Image Analysis]. Ulyanovsk, ULSTU Publ., 2014. 214 p.
3. Vasiliev K.K., Krasheninnikov V.R., Tashlinskii A.G. *Statisticheskii analiz posledovatel'nostei mnogomernykh izobrazhenii* [Statistical Analysis of Multidimensional Image Sequences]. *Naukoemkie tekhnologii* [Science Intensive Technologies], 2013, vol. 14, no. 5, pp. 5–11.
4. Krasheninnikov V.R., Tashlinskii A.G. *Otsenka geometricheskikh iskazhenii binarnykh izobrazhenii* [The Assessment of Geometric Binary Image Distortion]. *Tezisy dokl. XLIX Nauch. sessii, posviashch. Dniu radio. RNTORES im. A. S. Popova* [Proc. of the 49th Sci. Session Radio Day Dedicated. RNTORES named after A. S. Popov], Moscow, 1994, part 2, pp. 122–123.
5. Krasheninnikov V.R., Tashlinskii A.G., Krasheninnikov I.V. An Adaptive Algorithm for the Identification of Fingerprints. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 1996, vol. 6, no. 2, p. 277.
6. Tashlinskii A.G., Voronov S.V., Voronov I.V. *Analiz tselevykh funktsii v zadache otsenivaniia vzaimnykh geometricheskikh deformatsii izobrazhenii* [Analysis of Objective Functions in a Problem of Estimation on Mutual Geometric Image Deformations] *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2013, no. 4 (34), pp. 26–29.
7. Magdeev R.G., Tashlinskii A.G. A Comparative Analysis of the Efficiency of the Stochastic Gradient Approach to the Identification of Objects in Binary Images. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 2014. vol. 24, no. 4, p. 535.
8. Krasheninnikov V.R., Kadeev A.D., Potapov M.A. *Sovmeshchenie izobrazhenii metodom nepodvizhnoi tochki* [The Fixed Point Method for Images Coinciding]. *Naukoemkie tekhnologii* [Science Intensive Technologies], 2013, vol. 14, no. 5, pp. 26–31.
9. Krasheninnikov V.R., Potapov M.A. Estimating Parameters of Interframe Geometric Transformation of an Image Sequence by the Fixed Point Method. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 2010, vol. 20, no. 3, pp. 316–323.
10. Morozov A.A., Namestnikov S.M. *Poisk podobnykh obektov na izobrazhenii* [The Search of Similar Objects on an Image]. *Vestnik Ulyanovskogo gosuniversiteta* [Bulletin of Ulyanovsk State University], 2008, no. 4 (44), pp. 49–50.
11. Krasheninnikov V.R. *Gravitatsionnyi algoritm sovmeshcheniia i raspoznavaniia grupovykh tochechnykh obektov* [The Gravitational Algorithm for Aligning and Recognizing the Group Point Objects]. *Radioelektronnaiia tekhnika. Sb. nauch. tr. pod red. V.A. Sergeeva*. [Radioelectronic. Collection of Scientific Papers, edited by V.A. Sergeev], Ulyanovsk, ULSTU Publ., 2008, pp. 94–97.
12. Krasheninnikov V.R., Kuznetsov V.V., Lebedeva E.U., Krasheninnikova N.A. Optimization of Dictionary and Model Library for Recognition of Speech Commands. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 2011, vol. 21, no. 3, pp. 505–507.

## REFERENCES

1. *Kompleksnoznachnye i giperkompleksnye sistemy v zadachakh obrabotki mnogomernykh signalov*. Pod red. Ya.A. Furmana [Complex-Valued and Hypercomplex Systems in Problems on Multidimensional Signal Processing. ed. by Ya.A. Furman]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 456 p.