

# ELECTRONIC AND ELECTRICAL ENGINEERING

## ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОННЫЕ УСТРОЙСТВА

УДК 621.382.8.017.7

В.А. Сергеев, С.Е. Резчиков

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕДУР ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НИЗКОЧАСТОТНОГО ШУМА СО СПЕКТРОМ ВИДА $1/f^\gamma$ <sup>1</sup>

**Сергеев Вячеслав Андреевич**, доктор технических наук, доцент, окончил физический факультет Горьковского государственного университета. Директор Ульяновского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, заведующий базовой кафедрой «Радиотехника, опто- и наноэлектроника» Ульяновского государственного технического университета при УФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. Имеет монографии, статьи и изобретения в области моделирования и исследования характеристик полупроводниковых приборов и интегральных схем, измерения их тепловых параметров. [e-mail: sva@ulstu.ru].

**Резчиков Сергей Евгеньевич**, окончил радиотехнический факультет УлГТУ. Аспирант базовой кафедры «Радиотехника, опто- и наноэлектроника» УлГТУ при УФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. Имеет научные публикации в области автоматизации измерений и исследования шумовых характеристик полупроводниковых приборов и интегральных схем. [e-mail: s.rezchikov@ulstu.ru].

#### Аннотация

Представлен краткий анализ методов измерения параметров низкочастотного (НЧ) шума со спектром вида  $1/f^\gamma$ . Показано, что суммарная погрешность измерения спектральной плотности мощности (СПМ) НЧ-шума при заданном времени усреднения минимальна при определенной (оптимальной) полосе фильтра. Предложены процедуры измерения показателя степени  $\gamma$  частотной зависимости СПМ, минимизирующие суммарную погрешность определения  $\gamma$ , по результатам измерения СПМ шума на двух частотах при последовательной и параллельной фильтрациях. Суть оптимизации при последовательной фильтрации сводится к оптимальному распределению заданного полного времени измерения при заданном отношении частот между измерениями на первой и второй частотах, а при параллельной фильтрации — к определению оптимального отношения частот измерения СПМ шума при заданном полном времени измерения. Приведены оценки методической погрешности измерения  $\gamma$  при реализации различных процедур измерения в зависимости от значения  $\gamma$ .

Ключевые слова: низкочастотный шум, спектральная плотность мощности, параметры, измерение, погрешность, оптимальные процедуры.

## OPTIMIZATION OF THE PROCEDURES OF MEASURING THE PARAMETERS OF LOW-FREQUENCY NOISE WITH $1/f^\gamma$ -TYPE SPECTRUM

**Viacheslav Andreevich Sergeev**, Doctor of Engineering, Associate Professor; graduated from the Faculty of Physics of Gorky State Technical University; Head of Ulyanovsk Branch of the Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics (IRE) of the Russian Academy of Sciences (RAS); Head of the Department of Radioengineering, Opto and Nanoelectronics of Ulyanovsk State Technical University at Ulyanovsk Branch of the Kotelnikov IRE of RAS; an author of monographs, articles, and inventions in the field of researching and simulating semiconductor devices and integrated circuits performance, and measuring their thermal characteristics. e-mail: [sva@ulstu.ru](mailto:sva@ulstu.ru).

**Sergei Evgenevich Rezchikov**, graduated from the Faculty of Radioengineering of Ulyanovsk State Technical University; Postgraduate Student at the Department of Radioengineering, Opto and Nanoelectronics of Ulyanovsk State Technical University at Ulyanovsk Branch of the Kotelnikov IRE of RAS; an author of papers in the field of measurement automation and researching noise characteristics of semiconductor devices and integrated circuits. e-mail: [s.rezchikov@ulstu.ru](mailto:s.rezchikov@ulstu.ru).

### Abstract

The short analysis of measurement methods for parameters of low-frequency (LF) noise with  $1/f^\gamma$ -type is considered. The authors show that the total measurement error of the LF-noise power spectral density (PSD) at the specified time of averaging is minimum at a certain (optimum) bandwidth of the filter. Measurement procedures for an exponent  $\gamma$  of PSD frequency dependence minimizing a total measurement error  $\gamma$  by results of measurement of PSD noise at two frequencies at series and parallel filtration are offered. The optimization essence at a series filtration comes down to optimum distribution of the specified total time of measurement at the specified relation of frequencies between measurements at the first and second frequency, and at a parallel filtration — to definition of the optimum relation of frequencies for PSD noise measurement at the specified total time of measurement. Methodical measurement error estimates for  $\gamma$  are given at implementation of various measurement procedures depending on the  $\gamma$  value.

Key words: low-frequency noise, power spectral density, parameters, measurement, error, optimum procedures.

### ВВЕДЕНИЕ

Для неразрушающего диагностического контроля качества изделий электронной техники (ИЭТ) широко используются параметры их собственного низкочастотного (НЧ) шума [1–3] со спектром вида

$$G(f) \sim A/f^\gamma, \quad (1)$$

где  $G(f)$  — спектральная плотность мощности (СПМ) на частоте  $f$ ,  $A$  — параметр, характеризующий уровень шума,  $\gamma$  — показатель степени частотной зависимости спектра.

Этот вид шума называют еще фликкер-шумом, и его параметры широко используются не только в качестве диагностических параметров в задачах неразрушающего контроля качества ИЭТ, но и для оценки функциональных возможностей электронных приборов и устройств [3]. Адекватность оценок и эффективность контроля качества, очевидно, определяются точностью измерения параметров НЧ-шума.

В качестве информативного параметра многими исследователями [2–4] используется показатель степени  $\gamma$  частотной зависимости СПМ шума. Значения этого параметра могут изменяться в широком диапазоне: от 0,5 до 3 и более, однако в большинстве работ по диагностике качества ИЭТ на основе показателя степени  $\gamma$  нет оценок погрешности и условий измерения этого параметра. Влияние значения  $\gamma$  на погрешность измерения СПМ НЧ-шума

было рассмотрено в работах [4–7]. Однако рекомендаций по выбору оптимальных условий и процедур измерения собственно значения  $\gamma$  в доступных нам литературных источниках не приводится.

### ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ СПМ НЧ-ШУМА

Значение СПМ  $G(f)$  для каждого фиксированного значения частоты  $f_0$  — это средняя мощность шума  $P_u(f_0, \Delta f)$ , выделяемая на резисторе сопротивлением 1 Ом, приходящаяся на единицу полосы частот [7]. В случае, когда полоса частот  $\Delta f$  конечна, но настолько узка, что СПМ можно полагать постоянной в этой полосе

$$G(f_0) \approx P_u(f_0, \Delta f) / \Delta f. \quad (2)$$

Таким образом, СПМ шума можно определить, если полосовым фильтром вырезать узкую полосу спектра шумового сигнала, а затем измерить среднюю мощность «вырезанного» сигнала.

Для случайных процессов с нулевым средним, к каким относится шумовое напряжение  $U_u(t)$ , статистическая погрешность измерения  $G(f)$  определяется погрешностью измерения дисперсии случайного процесса  $Y(t)$  на выходе узкополосного фильтра [7]. Оценки этой погрешности зависят от характера шума, то есть его функции распределения. В ряде работ [7, 8] показано, что фликкер-шум можно считать гауссовым. В этом случае относительные среднеквадратические случайные погрешности изме-

рения  $G(f)$  при усреднении идеальным интегратором и фильтром низкой частоты (ФНЧ) определяются по формулам [7]:

$$\delta_{И}^2 \approx \frac{d}{T \cdot \Delta f_{\Sigma\Phi}} \quad (3)$$

и

$$\delta_{ФНЧ}^2 \approx \frac{d}{2\tau_{ФНЧ} \cdot \Delta f_{\Sigma\Phi}}, \quad (4)$$

где  $d = 1$  для идеальных ФНЧ,  $d = 1/2$  – для одиночного колебательного контура;

$T$  – продолжительность интегрирования (время измерения);

$\Delta f_{\Sigma\Phi}$  – эффективная шумовая полоса пропускания (ПП) узкополосного фильтра.

Из (3) и (4) следует, что относительная дисперсия оценки СПМ уменьшается с расширением ПП фильтра. Однако увеличение  $\Delta f_{\Sigma\Phi}$  ведет к увеличению смещения оценки, относительная величина которого пропорциональна квадрату ширины ПП [7]:

$$s = \frac{(\Delta f_{\Sigma\Phi})^2}{24} \frac{G''(f)}{G(f)}, \quad (5)$$

где  $G''(f)$  – вторая производная по частоте от  $G(f)$ .

Для НЧ-шума со спектром вида (1) после несложных преобразований получим:

$$s = \frac{\gamma(1+\gamma)}{24} \left( \frac{\Delta f_{\Sigma\Phi}}{f} \right)^2.$$

Полная предельная относительная методическая погрешность измерения СПМ определяется геометрическим суммированием:

$$\varepsilon_{И\Sigma}^2 = s^2 + \delta_{И}^2 \quad \text{и} \quad \varepsilon_{ФНЧ\Sigma}^2 = s^2 + \delta_{ФНЧ}^2. \quad (6)$$

После подстановки в (6) выражений (3), (4) и (5) получим

$$\varepsilon_{И\Sigma}^2 = \frac{\gamma^2(1+\gamma)^2}{576} \left( \frac{\Delta f_{\Sigma\Phi}}{f} \right)^4 + \frac{d}{T \cdot \Delta f_{\Sigma\Phi}}, \quad (7)$$

$$\varepsilon_{ФНЧ\Sigma}^2 = \frac{\gamma^2(1+\gamma)^2}{576} \left( \frac{\Delta f_{\Sigma\Phi}}{f} \right)^4 + \frac{d}{2\tau_{ФНЧ} \cdot \Delta f_{\Sigma\Phi}}. \quad (8)$$

На основе анализа выражений (7) и (8) в [8] показано, что существует некоторая оптимальная ширина ПП фильтра  $\Delta f_{\Sigma\Phi}^{opt}$ , при которой суммарные погрешности  $\varepsilon_{И\Sigma}^2$  или  $\varepsilon_{ФНЧ\Sigma}^2$  минимальны:

при усреднении идеальным интегратором –

$$\Delta f_{\Sigma\Phi}^{Иopt} = \sqrt[5]{\frac{144d}{T} \frac{f^4}{\gamma^2(1+\gamma)^2}}; \quad (9)$$

при усреднении с помощью ФНЧ –

$$\Delta f_{\Sigma\Phi}^{ФНЧopt} = \sqrt[5]{\frac{72d}{\tau_{ФНЧ}} \frac{f^4}{\gamma^2(1+\gamma)^2}}. \quad (10)$$

При замене в формулах (3) и (7) времени интегрирования  $T$  на  $2\tau_{ФНЧ}$  они становятся идентичными выражениям (4) и (8) соответственно, поэтому дальнейшее рассмотрение и анализ проведем для случая усреднения сигнала с выхода квадратичного детектора идеальным интегратором.

После подстановки в (7) и (8) выражений для оптимальной ПП фильтра (9) и (10) и несложных преобразований формула для минимальной суммарной относительной погрешности измерения  $G(f)$  существенно упрощается:

$$\varepsilon_{И\Sigma}^{\min} = \sqrt{\frac{5d}{4T \cdot \Delta f_{\Sigma\Phi}^{Иopt}}}. \quad (11)$$

Поскольку заранее до проведения измерения значения показателя  $\gamma$  в спектре шума контролируемого прибора неизвестно, то эффективную ПП фильтра логично установить из предположения, что  $\gamma = 1$ , и при отклонении значения  $\gamma$  конкретной реализации шума от 1 реальная относительная погрешность  $\varepsilon_{И\Sigma}^{real}$  будет отличаться от минимального значения. В [8] было получено отношение  $m_\gamma$  реальной (получаемой при измерении) относительной погрешности и минимальной (достигаемой при оптимальной ПП фильтра, соответствующей реальному значению  $\gamma$ ) относительной погрешности:

$$m_\gamma = \sqrt[10]{\frac{4}{\gamma^2(\gamma+1)^2}} \sqrt[5]{\frac{4}{5} \left[ 1 + \frac{\gamma^2(\gamma+1)^2}{16} \right]} \approx \sqrt[10]{0,25} \sqrt[5]{\frac{[\gamma^2(\gamma+1)^2 + 16]^5}{\gamma^2(\gamma+1)^2}}. \quad (12)$$

Расчетные зависимости коэффициента  $m_\gamma$  от значения параметра  $\gamma$  приведены на рисунке 1.

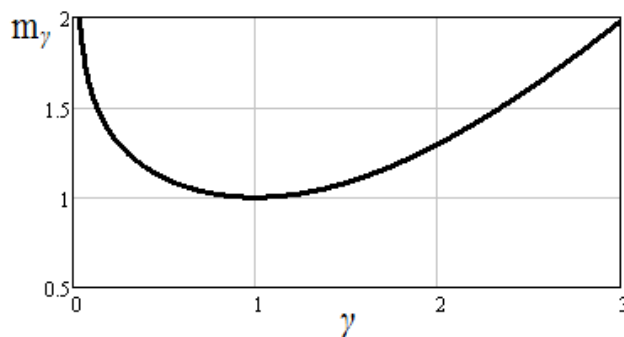


Рис. 1. Зависимость отношения  $m_\gamma$  реальной и минимальной погрешностей при измерении СПМ от значения параметра  $\gamma$

### ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ СТЕПЕНИ $\gamma$ ПО ЗНАЧЕНИЯМ СПМ НА ДВУХ ЧАСТОТАХ

Для определения показателя степени  $\gamma$  в частотной зависимости спектра НЧ-шума необходимо измерить, по крайней мере, два значения СПМ:  $G_1(f_1)$  и  $G_2(f_2)$  на двух различных частотах  $f_1$  и  $f_2$ ; значение  $\gamma$  определяется по формуле [9]:

$$\gamma = \ln \left[ G_1(f_1) / G_2(f_2) \right] / \ln(f_2 / f_1). \quad (13)$$

Заметим, что квадрат относительной погрешности измерения  $\gamma$  в общем случае будет определяться как погрешностями измерения СПМ, так и погрешностями задания средней частоты фильтра:

$$\delta_\gamma^2 = \varepsilon_{\Sigma G}^2 + \delta_{\Sigma f}^2. \quad (14)$$

В большинстве практических случаев значение средней частоты современных фильтров в интегральном исполнении может быть задано с погрешностью в доли процента [4] и величиной  $\delta_{\Sigma f}^2$  в квадратных скобках в (14) можно пренебречь. Тогда погрешность определения параметра  $\gamma$  будет определяться только погрешностью измерения СПМ.

Для снижения погрешности необходимо разнести частоты измерения на несколько октав, однако при этом должно выполняться условие постоянства параметра  $\gamma$ . Поскольку, по определению  $\ln(G_1/G_2) = \gamma \cdot \ln(f_2/f_1)$ , то выражение (14) можно переписать в виде:

$$\delta_\gamma^2 = \frac{\varepsilon_{G1}^2 + \varepsilon_{G2}^2}{(\ln(G_1/G_2))^2} = \frac{\varepsilon_{G1}^2 + \varepsilon_{G2}^2}{\gamma^2 \cdot (\ln(f_2/f_1))^2}. \quad (15)$$

В данной статье влияние уровня теплового и дробового шумов ИЭТ на результат измерения СПМ рассматривать не будем, полагая, что частота  $f_2$  находится достаточно далеко (на расстоянии не менее декады) ниже точки перегиба на реальном спектре шума ИЭТ, в которой уровень НЧ-шума равен уровню теплового и дробового шумов. Анализ погрешности измерения значения  $\gamma$  и выбор процедур, минимизирующих эту погрешность, с учетом влияния уровня теплового и дробового шумов ИЭТ представляет отдельную и довольно сложную задачу.

### ОПТИМАЛЬНЫЕ ПРОЦЕДУРЫ ИЗМЕРЕНИЯ $\gamma$ ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Измерение СПМ на разных частотах при наличии одного измерительного канала осуществляют последовательно: сначала на одной частоте, затем на другой. При этом последовательность измерения не играет особой роли, если есть уверенность, что шум стационарный. В условиях массового контроля ИЭТ время, отводимое на измерение шумовых параметров, как правило, ограничено. Поэтому общее время измерения, как основной модельный параметр, будем считать заданным. Время переключения фильтра с одной частоты на другую, включая время соответствующей перестройки полосы пропускания фильтра, будем считать пренебрежимо малым по сравнению с

общим временем измерения. Определим параметры двух вариантов измерительных процедур, минимизирующих суммарную погрешность измерения  $\gamma$ , в зависимости от выбора ПП фильтра; оптимальная или неоптимальная.

**Процедура 1.** При заданном полном времени  $T$  измерения определим оптимальные затраты времени  $T_1$  и  $T_2 = T - T_1$  на измерение СПМ на каждой из двух заданных частот соответственно при условии, что ПП фильтра оптимальны при измерении на обеих частотах. Для этого вместо  $\varepsilon_{G1}^2$  и  $\varepsilon_{G2}^2$  подставим в (15) минимальные значения суммарной погрешности измерения СПМ, определяемые выражением (11):

$$\begin{aligned} \delta_\gamma^2 &= \frac{1}{\gamma^2 \cdot (\ln(f_2/f_1))^2} \left[ \varepsilon_{G1}^2 + \varepsilon_{G2}^2 \right] = \\ &= \frac{1}{\gamma^2 \cdot (\ln(f_2/f_1))^2} \times \\ &\quad \times \left[ \frac{5d}{4T_1 \cdot \Delta f_{1ЭФ}^{Ионм}} + \frac{5d}{4(T-T_1) \cdot \Delta f_{2ЭФ}^{Ионм}} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Введя обозначения  $k = T_1/T$  и  $a = f_2/f_1$  после несложных преобразований получим:

$$\begin{aligned} \delta_\gamma^2 &= \frac{5d}{4 \cdot T \cdot f_1} \sqrt[5]{\frac{(\gamma+1)^2 T \cdot f_1}{\gamma^8 \cdot 144 \cdot d}} \times \\ &\quad \times \left[ \frac{k^{\frac{4}{5}} + a^{\frac{4}{5}} (1-k)^{\frac{4}{5}}}{\ln^2 a} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Минимум функции в квадратных скобках (17) относительно  $k$  находится обычным способом приравнивания к нулю первой производной и достигается при

$$k_{opt} = \frac{a^{4/9}}{1 + a^{4/9}}.$$

Поскольку обычно  $a \gg 1$ , то  $k_{opt} \approx 1$ , то есть основное время должно затрачиваться на измерение СПМ на первой (нижней) частоте. Заметим, что коэффициент распределения времени зависит лишь от отношения частот и не зависит ни от полного времени измерения, ни от значения  $\gamma$ ; от этих параметров будет зависеть лишь общая погрешность измерения.

Заметим также, что отношение оптимальных ПП фильтра при любом значении  $\gamma$  при  $k = k_{opt}$  определяется только отношением частот:

$$\frac{\Delta f_1}{\Delta f_2} = \sqrt[5]{\frac{1}{k_{opt}}} a = \sqrt[5]{a}. \quad (18)$$

Поскольку  $\gamma$  априори неизвестна, ПП фильтров настраиваются в предположении  $\gamma = 1$ . При отличии реального значения  $\gamma$  от 1 суммарная погрешность измерения значения  $\gamma$  будет отличаться от минимально достижимой при  $\gamma = 1$  и от минимально достижимой при данном значении  $\gamma$ . Коэффициент  $n_\gamma$  — отношение погрешности, которую мы получим, полагая априори  $\gamma = 1$  при настройке

ПП фильтра, к погрешности, которую могли получить, если бы знали истинное значение  $\gamma$  априори, будет равен

$$n_{\gamma 1} = \frac{\delta_{\gamma \text{анр}=1}}{\delta_{\gamma \text{анр}=\gamma \text{уст}}} \approx \frac{1}{4} \sqrt[10]{\frac{[\gamma^2 (\gamma + 1)^2 + 16]^5}{\gamma^2 (\gamma + 1)^2}}. \quad (19)$$

Заметим, что выражение (19) для  $n_{\gamma 1}$  совпадает с выражением (12) для  $m_{\gamma}$ .

$$\delta_{\gamma \text{омн}} = \frac{1}{\gamma \ln(f_2/f_1)} \sqrt{\frac{1}{T \cdot k \cdot \Delta f_1} + \frac{1}{T \cdot (1-k) \cdot \Delta f_2} + \frac{\gamma^2 (1+\gamma)^2}{576} (\Delta f_{\text{омн}1}^4 + \Delta f_{\text{омн}2}^4)}. \quad (20)$$

Минимум погрешности будет достигаться при выполнении условия:

$$\frac{d}{dk} \left( \frac{1}{T \cdot k \cdot \Delta f_1} + \frac{1}{T \cdot (1-k) \cdot \Delta f_2} \right) = 0, \quad (21)$$

откуда для произвольных значений относительных ПП фильтров получим:

$$k_{\text{омн}} = 1/(1+b), \quad (22)$$

где  $b = \sqrt{\frac{f_1 \cdot \Delta f_{\text{омн}1}}{f_2 \cdot \Delta f_{\text{омн}2}}} = \sqrt{\frac{\Delta f_1}{\Delta f_2}}$ .

Суммарная погрешность измерения  $\gamma$  минимальна при  $k_{\text{омн}}$  и равна

$$\delta_{\gamma \text{омн}} = \frac{1}{\gamma \ln(f_2/f_1)} \times \sqrt{\frac{\sqrt{1+b}}{T \cdot \Delta f_1} + \frac{1+b}{T \cdot b \cdot \Delta f_2} + \frac{\gamma^2 (1+\gamma)^2}{576} (\Delta f_{\text{омн}1}^4 + \Delta f_{\text{омн}2}^4)}.$$

Для равных относительных ПП обоих фильтров из (19) получим:

$$k_{\text{омн}} = \frac{1}{1 + \sqrt{f_1/f_2}} = \frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}}, \quad (23)$$

а для равных абсолютных ПП, очевидно,  $b=1$  и  $k_{\text{омн}} = 1/(1+b) = 1/2$ .

**ОПТИМАЛЬНЫЕ ПРОЦЕДУРЫ ИЗМЕРЕНИЯ  $\gamma$  ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ**

Измерение СПМ на разных частотах при наличии одного измерительного канала осуществляют последовательно: сначала на одной частоте, затем на другой. При этом последовательность измерения не играет особой роли, если есть уверенность, что шум стационарный. Время переключения фильтра с одной частоты на другую, включая время соответствующей перестройки полосы пропускания фильтра, будем считать пренебрежимо малым по сравнению с общим временем измерения.

**Процедура 3.** Измерение СПМ в этом варианте производится двумя параллельными каналами, с фильтрами, настроенными на частоты  $f_1$  и  $f_2$  и имеющими оптимальные

**Процедура 2.** На практике в селективных вольтметрах, используемых при измерении шума, при заданном полном времени  $T$  измерения задача оптимизации состоит в определении оптимальных затрат времени на измерение СПМ на каждой из двух выбранных частот при условии, что заданы значения относительных ПП фильтра на этих частотах. Если ПП фильтров  $\Delta f_{\text{омн}1}$ ,  $\Delta f_{\text{омн}2}$  заданы и постоянны в процессе анализа, то

ПП при  $\gamma = 1$ . При заданном общем времени  $T$  измерения необходимо определить отношение частот  $a = f_1/f_2$ , при котором суммарная погрешность будет минимальна. Выражение для полной погрешности определения  $\gamma$  с учетом введенных ранее обозначений имеет вид:

$$\delta_{\gamma}^2 = \frac{1}{\gamma^2 \cdot \ln^2(f_2/f_1)} [(\varepsilon_{G1}^2 + \varepsilon_{G2}^2)] = \frac{1}{\gamma^2 \cdot \ln^2(f_2/f_1)} \left[ \frac{5d}{4T \cdot \Delta f_{1\text{ЭФ}}^{\text{номн}}} + \frac{5d}{4T \cdot \Delta f_{2\text{ЭФ}}^{\text{номн}}} \right]. \quad (24)$$

После подстановки в (24) выражений (9) для оптимальной полосы фильтров получим следующую формулу для полной погрешности определения:

$$\delta_{\gamma} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{G1}^2 + \varepsilon_{G2}^2}}{\gamma \cdot \ln a} = B \left[ \frac{\sqrt[5]{a^4 + 1}}{\ln a} \right], \quad (25)$$

где  $B = \sqrt{\frac{5d}{4T}} \sqrt[10]{\frac{(\gamma + 1)^2 T}{\gamma^8 \cdot 144 \cdot d \cdot f_2^4}}$ .

Зависимость  $\delta_{\gamma}$  от отношения частот  $a$  определяется функцией  $g(a)$  в квадратных скобках (25), график которой приведен на рисунке 2.

Численное решение дает минимальное значение этой функции, равное 1,151, при  $a_{\text{омн}} \approx 16$ . Оценки показывают, что при обычных параметрах режима измерения:  $T=1$  с,  $d=1$ ,  $f_2=103$  Гц,  $\gamma=1$  – коэффициент  $B=0,053$  и минимальная полная погрешность измерения будет равна

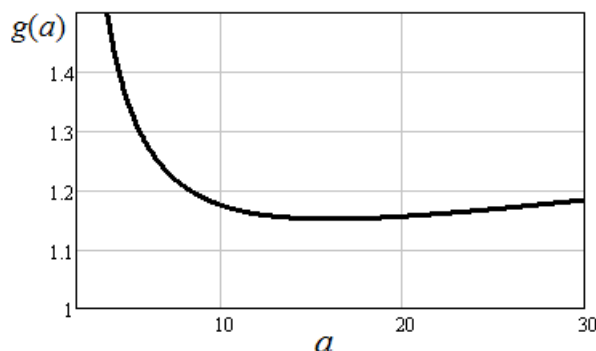


Рис. 2. График функции  $g(a)$  в квадратных скобках выражения (25)

$\delta_\gamma = 0,061$ , то есть чуть больше 6%. Эта погрешность будет уменьшаться с увеличением частоты  $f_2$  и времени  $T$  измерения по законам  $f^{-2/5}$  и  $T^{-2/5}$ , соответственно, то есть с одинаковой степенной зависимостью.

Коэффициент  $n_{\gamma 3}$  отклонения погрешности измерения от минимального значения, вызванного отклонением  $\gamma$  от единицы, в этом случае определяется таким же выражением,

$$\delta_\gamma = \frac{1}{\gamma \cdot \ln(f_2/f_1)} \sqrt{\frac{\gamma^2(1+\gamma)^2}{576} (\Delta f_{омн1}^4 + \Delta f_{омн2}^4)} + \frac{d}{T \cdot f_1 \cdot \Delta f_{омн1}} + \frac{d}{T \cdot f_2 \cdot \Delta f_{омн2}}. \quad (26)$$

При равных относительных ПП фильтров:

$$\delta_\gamma = \frac{1}{\ln a} \sqrt{\frac{d}{\gamma^2 \cdot T \cdot f_2 \cdot \Delta f_{омн}}} \times \sqrt{\frac{\gamma^2(1+\gamma)^2 T \cdot f_2}{288} \frac{\Delta f_{омн}^5}{d} + (a+1)}. \quad (27)$$

При обычных режимах измерения ( $T \approx 1$  с,  $f_2 = 103$ ,  $\Delta f_{омн} = 0,1$ ) и значениях  $\gamma$  в диапазоне от 0,5 до 3 выполняется условие  $\frac{\gamma^2(1+\gamma)^2 \cdot T \cdot f_2}{288 \cdot d} \Delta f_{омн}^5 \ll 1$  и численное решение (27) дает значение  $a_{омн} \approx 9,19$ . Как показывает численный анализ (27), при увеличении времени измерения и/или ПП фильтров оптимальное отношение частот будет слабо возрастать.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты, полученные для первой процедуры, показывают, что применение измерительных систем с одним каналом фильтрации имеет смысл. Так как обычно оптимальное время измерения СПМ на нижней частоте значительно больше, чем на верхней, очевидно, что точность нахождения показателя  $\gamma$  формы спектра определяется, главным образом, точностью измерения СПМ на нижней частоте. Добавление второго фильтра в этом случае лишь незначительно увеличит необходимое время измерения на нижней частоте. Таким образом, выбор оптимального распределения общего времени измерения оказывается средством повышения точности измерения, сопоставимым с введением в измерительную систему второго фильтра.

Результаты и параметры процесса измерения, полученные для второй процедуры, легче применить на практике, поскольку эта процедура рассчитана на уже существующие селективные вольтметры с регулируемой постоянной относительной ПП фильтров.

В случае параллельной фильтрации шумового сигнала повышение точности измерения значения  $\gamma$  достигается выбором оптимального отношения частот настройки фильтров.

Полученные в данной работе выражения несложны для организации вычисления и оптимальные режимы

как и при процедуре 1:  $n_{\gamma 3} \approx \frac{1}{4} \cdot 10 \sqrt{\frac{(\gamma^2(\gamma+1)^2 + 16)^5}{\gamma^2(\gamma+1)^2}}$ .

**Процедура 4.** Измерение СПМ двумя параллельными каналами, с фильтрами, настроенными на разные частоты и равные относительные ПП. При заданном полном времени измерения суммарная погрешность измерения значения

измерения легко обеспечиваются введением в систему микроконтроллера общего применения. Однако необходимо отметить, что для повышения точности измерения значений СПМ в общем случае необходима более точная оценка значения  $\gamma$ , чем априорное значение  $\gamma = 1$ , что видно из приведённого анализа. Одним из вариантов повышения точности измерения СПМ и  $\gamma$  НЧ-шума является применение адаптивных алгоритмов [10–12] с пошаговой оценкой параметров шума и минимизацией погрешности их измерения путем выбора оптимальных режимов измерения. Разработка таких алгоритмов представляет самостоятельную задачу.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жигальский Г.П. Неразрушающий контроль качества интегральных микросхем по электрическим шумам и параметрам нелинейности // Радиотехника и электроника. – 2005. – Т. 50, № 5. – С. 517–551.
2. Горлов М.И., Сергеев В.А. Современные диагностические методы контроля качества и надежности полупроводниковых изделий. – Ульяновск : УлГТУ, 2015. – 406 с.
3. Низкочастотный шум в исходных и деградировавших синих InGaAs/GaN-светодиодах / А.Л. Закгейм, М.Е. Левинштейн, В.П. Петров [и др.] // Физика и техника полупроводников. – 2012. – Вып. 2. – С. 219–223.
4. Сергеев В.А., Резчиков С.Е. Методическая погрешность измерения показателя степени частотной зависимости спектра низкочастотного шума // Измерительная техника. – 2015. – № 10. – С. 55–59.
5. Sergeev V.A., Rezchikov S.E. The Systematic Error of Measurement of the Exponent of the Frequency Dependence of the Spectrum of Low-Frequency Noise // Measurement Techniques. – 2016. – V. 58. – № 10. – pp. 1160–1166.
6. Резчиков С.Е., Сергеев В.А. Оценка погрешности определения показателя степени в спектре НЧ-шума // Радиоэлектронная техника. – 2015. – № 1. – С. 94–98.
7. Мирский Г.Я. Электронные измерения. – М.: Радио и связь, 1986. – 221 с.
8. Sergeev V.A., Dulov O.A. The systematic errors of the measurement of the parameters of low-frequency noise with a  $1/f^\gamma$  spectrum // Measurement Techniques. – 2008. – V. 51. – № 10. – pp. 1122–1127.

9. Резчиков С.Е. Обзор методов измерения показателя спектра НЧ-шума // Радиоэлектронная техника : межвуз. сб. науч. тр. – Ульяновск : УлГТУ, 2015. – № 2. – С. 88–93.

10. Резчиков С.Е., Сергеев В.А. Адаптивный алгоритм измерения спектральной плотности мощности низкочастотного шума полупроводниковых приборов // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. – 2013. – Т. 13, № 3. – С. 168–169.

11. Резчиков С.Е. О целесообразности применения адаптивного алгоритма для измерения спектральной плотности мощности фликкер-шума // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. – 2014. – Т. 14, № 5. – С. 158–160.

12. Резчиков С.Е. Об оптимальной длительности предварительного измерения для адаптивного алгоритма нахождения СПМ НЧ-шума // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. – 2015. – Т. 15, № 5 – С. 189–191.

#### REFERENCES

1. Zhigalskii G.P. Nerazrushaiushchii kontrol kachestva integralnykh mikroskhem po elektricheskim шумам i parametram nelineinosti [Nondestructive Quality Control of Integrated Circuits by Electrical Noise and Nonlinearity Characteristics]. *Radiotekhnika i elektronika* [Journal of Communications Technology and Electronics], 2005, vol. 50, no. 5, pp. 517–551.

2. Gorlov M.I., Sergeev V.A. *Sovremennye diagnosticheskie metody kontrolya kachestva i nadezhnosti poluprovodnikovyykh izdeliy* [Modern Diagnostic Techniques of Semiconductor Devices Quality and Reliability Control]. Ulyanovsk, ULSTU Publ., 2015, 406 p.

3. Zakheim A.L., Levinstein M.E., Petrov V.P., et al. Nizkочастотnyi шум v iskhodnykh i degradirovavshikh sinikh InGaAs/GaN-svetodiodakh [Low Frequency Noise in Native and Degraded Blue InGaN/GaN LEDs]. *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductor Physics and Engineering], 2012, iss. 2, pp. 219–223.

4. Sergeev V.A., Rezchikov S.E. Metodicheskaya pogreshnost izmereniya pokazatelya stepeni chastotnoi zavisimosti spektra nizkочастотного шума [The Systematic Error of Measurement of the Exponent of the Frequency Dependence of the Spectrum of Low-Frequency Noise]. *Izmeritel'naya tekhnika* [Measurement Techniques], 2015, no. 10, pp. 55–59.

5. Sergeev V.A., Rezchikov S.E. The Systematic Error of Measurement of the Exponent of the Frequency Dependence of the Spectrum of Low-Frequency Noise. *Measurement Techniques*, 2016, vol. 58, no. 10, pp. 1160–1166.

6. Rezchikov S.E., Sergeev V.A. Otsenka pogreshnosti opredeleniya pokazatelya stepeni v spektre NCh-shuma [The Error Estimation of the Exponent Determination of the Spectrum of Low-Frequency Noise]. *Radioelektronnaia tekhnika* [Radioelectronics], 2015, no. 1, pp. 94–98.

7. Mirskii G.Ia. *Elektronnye izmereniya* [Electronic Measurements]. Moscow, Radio i Sviaz Publ., 1986. 221 p.

8. Sergeev V.A., Dulov O.A. The Systematic Errors of the Measurement of the Parameters of Low-Frequency Noise with a  $1/f\gamma$  Spectrum. *Measurement Techniques*, 2008, vol. 51, no. 10, pp. 1122–1127.

9. Rezchikov S.E. Obzor metodov izmereniya pokazatelya spektra NCh-shuma [Measurement Technique Review of Exponents of the Spectrum of Low-Frequency Noise]. *Radioelektronnaia tekhnika. Mezhvuz. sb. nauch. tr.* [Radioelectronics. Interuniversity Proc.]. Ulyanovsk, ULSTU Publ., 2015, no. 2, pp. 88–93.

10. Rezchikov S.E., Sergeev V.A. Adaptivnyi algoritm izmereniya spektralnoi plotnosti moshchnosti nizkочастотного шума poluprovodnikovyykh priborov [An Adaptive Algorithm for Measurement of the Spectral Power Density of Low-Frequency Noise of Semiconductor Devices]. *Fundamentalnye problemy radioelektronnogo priborostroeniya* [Fundamental Problems of Radioengineering and Device Construction], 2013, vol. 13, no. 3, pp. 168–169.

11. Rezchikov S.E. O tselesoobraznosti primeneniya adaptivnogo algoritma dlia izmereniya spektralnoi plotnosti moshchnosti flikker-shuma [On Reasonability of the Adaptive Algorithm Application for Flicker-Noise Spectral Power Density Measurement]. *Fundamentalnye problemy radioelektronnogo priborostroeniya* [Fundamental Problems of Radioengineering and Device Construction], 2014, vol. 14, no. 5, pp. 158–160.

12. Rezchikov S.E. Ob optimalnoi dlitel'nosti predvaritel'nogo izmereniya dlia adaptivnogo algoritma nakhozheniya SPM NCh-shuma [On the Optimal Duration of Preliminary Measurement for an Adaptive Algorithm of the Spectral Power Density of Low-Frequency Noise]. *Fundamentalnye problemy radioelektronnogo priborostroeniya* [Fundamental Problems of Radioengineering and Device Construction], 2015, vol. 15, no. 5, pp. 189–191.