УДК 531.36 : 534.1

А.С. Андреев, О.А. Перегудова

ОБ УПРАВЛЕНИИ ДВИЖЕНИЕМ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С УЧЕТОМ ДИНАМИКИ ПРИВОДОВ[1]

Андреев Александр Сергеевич, *доктор физико-математических наук, профессор, окончил механико-математический факультет Ташкентского государственного университета. Декан факультета математики, информационных и авиационных технологий Ульяновского государственного университета, заведующий кафедрой «Информационная безопасность и теория управления» УлГУ. Имеет статьи, учебные пособия, монографию в области теории устойчивости и управления движением механических систем. [e-mail: AndreevAS@ulsu.ru].*

Перегудова Ольга Алексеевна, *доктор физико-математических наук, доцент, окончила механико-математический факультет УлГУ. Профессор кафедры «Информационная безопасность и теория управления» УлГУ. Имеет статьи, учебные пособия, монографию в области теории устойчивости и управления движением механических систем. [e-mail: peregudovaoa@sv.ulsu.ru].*

Аннотация

В статье решена задача о стабилизации программного движения голономной механической системы с учетом динамики приводов. Как известно, реализация управляющих сил и моментов для механических систем происходит с помощью исполнительных устройств (приводов), динамика которых оказывает влияние на процесс движения. Поэтому требование точности реализации управления современными механическими системами приводит к необходимости учитывать динамику приводов. Сложность задач построения законов управления для математических моделей механических систем с приводами состоит в том, что число степеней свободы такой системы выше размерности вектора управляющих сигналов. В работе использовано представление модели механической системы с приводом в виде каскадного соединения двух подсистем: механической и приводов. При этом вектор управления для механической подсистемы является состоянием подсистемы приводов. Такое представление позволяет решать задачу управления в виде двухшаговой процедуры. На первом шаге строится закон управления механической подсистемой в виде непрерывно-дифференцируемой функции времени, координат и скоростей, который осуществляет стабилизацию заданного программного движения. А затем на втором шаге для подсистемы приводов строится релейный закон управления, обеспечивающий асимптотическую устойчивость построенного выше стабилизирующего закона. Особенностью полученного в работе результата является применение знакопостоянной функции Ляпунова, что позволило существенно упростить выкладки по обоснованию релейного закона управления, а также условия его реализации. В качестве примера решена задача стабилизации программного движения пространственного трехзвенного манипулятора, управляемого при помощи трех независимых электроприводов постоянного тока.

Ключевые слова: механическая система, стабилизация, программное движение, динамика приводов, знакопостоянная функция Ляпунова.

---

1 Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-08482).

ON MOTION CONTROL OF THE MECHANICAL SYSTEM ON THE BASIS OF ACTUATOR DYNAMICS

Aleksandr Sergeevich Andreev, *Doctor of Physics and Mathematics, Professor; graduated from the Faculty of Mechanics and Mathematics of Tashkent State University; Head of the Faculty of Mathematics, Information and Aviation Technologies at Ulyanovsk State University; Head of the Department of Information Security and Control Theory; an author of papers, textbooks, and a monograph in the field of stability theory and the motion control of mechanical systems. e-mail: AndreevAS@ulsu.ru.*

Olga Alekseevna Peregudova, *Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor; graduated from the Faculty of Mechanics and Mathematics of Ulyanovsk State University; Professor at the Department of Information Security and Control Theory of Ulyanovsk State University; an author of articles, textbooks, and a monograph in the field of stability theory and the motion control of mechanical systems. e-mail: peregudovaoa@sv.ulsu.ru.*

Abstract

The problem of stabilization of the holonomic mechanical system program motion is solved taking into account the actuator dynamics. As it is known, the implementation of control forces and moments for the mechanical systems occurs with the help of actuators (drives), their dynamics affects the motion process. Therefore, the requirement of control implementation precision for modern mechanical systems makes it necessary to take into account the actuator dynamics. The complexity of the problems of constructing the control laws for the mathematical models of mechanical systems with actuators involves the fact that the degrees of freedom of such a system has a higher dimension with respect to the vector of control signals. The paper presents a model of a mechanical system with a drive in the form of a cascade connection of two subsystems: the mechanical one and drives. Herewith, the vector of control for the mechanical subsystem is the state of the subsystem drives. Such representation allows to solve the control problem in the form of a two-step procedure. The first step includes construction of the mechanical subsystem control law in the form of a continuously differentiable time function of time, coordinates and velocities, which carries out the stabilization of the given program motion. After that, on the second step, the relay control law is constructed for a drive subsystem that ensures the asymptotic stability of a stabilizing control law. The specificity of the obtained result involves the use of the definite Lyapunov function, which significantly simplifies the calculations for justification of the relay control law and the terms of its implementation. As an example, the problem on stabilization of a program motion is solved for a space three-link manipulator controlled by three independent DC drives.

Key words: mechanical system, stabilization, program motion, actuator dynamics, definite Lyapunov function.

Введение

В последние годы резко возрос интерес к исследованию проблем управления манипуляционными роботами. При этом большинство исследований ограничено рамками задачи управления механической системой робота, без учета влияния приводов. Однако динамика исполнительных устройств может оказывать существенное влияние на процесс управления. В работе [1] дан анализ исследований по теоретико-практическим методам моделирования, конструирования и проектирования манипуляторов с различными типами приводов.

В ранних работах (см., напр., [2] и библиографию в ней) предлагались различные подходы к построению управления манипуляционными роботами с учетом динамики приводов, такие, как: метод сингулярных возмущений, метод линеаризации обратной связью и др. Однако получаемые законы управления имеют достаточно сложную структуру.

Один из подходов к решению задачи синтеза управления механическими системами с приводами заключается в эквивалетном преобразовании, состоящем в замене переменных состояния приводов новыми переменными – обобщенными ускорениями. В работе [3] на основе данного подхода и применения скалярной функции Ляпунова энергетического типа построены релейные законы управления, обеспечивающие стабилизацию программного движения. В работе [4] был построен релейный закон управления на основе указанного подхода с применением вектор-функции Ляпунова и системы сравнения. Отметим, что для реализации предложенных в [3, 4] законов управления требуется измерение не только координат и скоростей системы, но и ускорений. В работе [5] с использованием вектор-функции Ляпунова и системы сравнения построен непрерывный нелинейный закон управления, решающий задачу стабилизации программного движения двузвенного манипулятора с приводами. Отметим, что для реализации закона, предложеного в [5], требуется измерение угловых координат и скоростей манипулятора, а также управляющих моментов, формируемых приводами.

В настоящей статье с использованием результатов [6, 7] дано новое решение задачи стабилизации программного движения механической системы с учетом динамики приводов на основе релейного закона, реализация которого требует измерения координат, скоростей, а также управляющих сил и моментов. При этом, в отличие от непрерывных законов управления, полученный в статье релейный закон обладает свойством робастности, т. е. позволяет осуществлять стабилизацию в условиях действия возмущений, при не полностью известных параметрах системы.

1 Постановка задачи

Движение управляемой голономной механической системы с n обобщенными координатами q_1, q_2, ..., q_n, с учетом динамики исполнительных устройств может быть описано уравнениями вида:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right)-\frac{\partial T}{\partial q}=Q+M,\quad \frac{dM}{dt}=\Phi+U. \qquad (1)$$

Здесь первая совокупность уравнений описывает движение механической подсистемы, где $T=(1/2)\dot{q}'A(q)\dot{q}$ – кинетическая энергия системы; $\dot{q}'=(\dot{q}_1,\dot{q}_2,...,\dot{q}_n)$ – вектор обобщенных скоростей; $A(q)$ – инерционная матрица, для которой имеют место оценки

$$\alpha_0\,\|\dot{q}\|^2\le \dot{q}'A(q)\dot{q}\le \alpha_1\,\|\dot{q}\|^2,\quad 0<\alpha_0\le\alpha_1; \qquad (2)$$

$Q=Q(t,q,\dot{q})$ – обобщенные внешние силы,

M – управляющие силы, воздействующие на механическую подсистему, создаваемые приводом;

$\Phi=\Phi(t,M,q,\dot{q})$ – составляющие, описывающие взаимодействие подсистем;

U – управления, создаваемые в структуре приводов. Здесь и далее в статье знак $(\ )'$ означает операцию транспонирования, $\|q\|=\sqrt{q_1^2+q_2^2+...+q_n^2}$ – евклидова векторная норма.

Будем полагать, что управления U могут принимать значения из ограниченного интервала, $\|U\|\le U_0=const$, при этом управляющие силы M могут принимать значения, достаточные для обеспечения заданного закона движения механической подсистемы и его стабилизации, $\|M\|\le M_0=const$.

Для удобства уравнения движения механической подсистемы представим в виде [8]:

$$A(q)\ddot{q}=C(q,\dot{q})\dot{q}+Q+M, \qquad (3)$$

где $C(q,\dot{q})$ – матрица центробежных и кориолисовых сил, удовлетворяющая тождеству [8]:

$$y'\left(\frac{1}{2}\frac{dA(q(t))}{dt}+C(q(t),\dot{q}(t))\right)y\equiv 0\quad \forall y\in R^n.$$

Пусть $q=q^{(0)}(t)$ – заданное программное движение, создаваемое посредством управляющих сил $M=M^{(0)}(t)$ и соответствующих приложенных к приводам управлений $U=U^{(0)}(t)$. Соответственно уравнениям (1) функции $M=M^{(0)}(t)$ и $U=U^{(0)}(t)$ определяются равенствами:

$$M^{(0)}(t)=A^{(0)}(t)\ddot{q}^{(0)}(t)-C^{(0)}(t)\dot{q}^{(0)}(t)-Q^{(0)}(t),$$

$$U^{(0)}(t)=\dot{M}^{(0)}(t)-\Phi^{(0)}(t),$$

где $A^{(0)}(t)=A\left(q^{(0)}(t)\right)$, $C^{(0)}(t)=C\left(q^{(0)}(t),\dot{q}^{(0)}(t)\right)$, $Q^{(0)}(t)=Q\left(t,q^{(0)}(t),\dot{q}^{(0)}(t)\right)$, $\Phi^{(0)}(t)=\Phi\left(t,M^{(0)}(t),q^{(0)}(t),\dot{q}^{(0)}(t)\right)$, при этом $\left\|M^{(0)}(t)\right\|\ M_0-\delta_1,\left\|U^{(0)}(t)\right\|\le U_0-\delta_2$; δ_1, δ_2 – положительные постоянные.

Рассмотрим задачу синтеза управления $U=U^{(1)}+U^{(0)}(t)$, обеспечивающего стабилизацию заданного программного движения $q=q^{(0)}(t)$.

2 Решение задачи

Введем возмущения

$$x=q-q^{(0)}(t),\ N=M-M^{(0)}(t). \qquad (4)$$

Уравнения в возмущениях могут быть представлены в виде [7]:

$$A^{(1)}(t,x)\ddot{x}=C^{(1)}\left(t,x,2\dot{q}^{(0)}+\dot{x}\right)\dot{x}+Q^{(1)}(t,x)+Q^{(2)}(t,x,\dot{x})+N, \qquad (5)$$

$$\frac{dN}{dt}=\Phi^{(1)}(t,N,x,\dot{x})+U^{(1)}, \qquad (6)$$

где $A^{(1)}(t,x)=A\left(q^{(0)}(t)+x\right)$,

$$C^{(1)}(t,x,y)=C\left(q^{(0)}(t)+x,y\right),$$

$$Q^{(1)}(t,x)=\left(A^{(0)}(t)-A^{(1)}(t,x)\right)\ddot{q}^{(0)}(t)+\left(C^{(1)}\left(t,x,\dot{q}^{(0)}(t)\right)-C^{(0)}(t)\right)\dot{q}^{(0)}(t)+Q\left(t,q^{(0)}(t)+x,\dot{q}^{(0)}(t)\right)-Q\left(t,q^{(0)}(t),\dot{q}^{(0)}(t)\right),$$

$$Q^{(2)}(t,x,\dot{x})=Q\left(t,q^{(0)}(t)+x,\dot{q}^{(0)}(t)+\dot{x}\right)-Q\left(t,q^{(0)}(t)+x,\dot{q}^{(0)}(t)\right),$$

$$\Phi^{(1)}(t,N,x,\dot{x})=\Phi\left(t,M^{(0)}(t)+N,q^{(0)}(t)+x,\dot{q}^{(0)}(t)+\dot{x}\right).$$

Следуя [7], положим, что для составляющих $Q^{(1)}$, $Q^{(2)}$ и $\Phi^{(1)}$ имеют место следующие представления:

$$Q^{(1)}(t,x)=F(t,x)p(t,x),$$

$$Q^{(2)}(t,x,\dot{x})=D(t,x,\dot{x})\dot{x},$$

$$\Phi^{(1)}(t,N,x,\dot{x})=\Phi^{(11)}(t,N,x,\dot{x})N+\Phi^{(12)}(t,N,x,\dot{x})\dot{x}+\Phi^{(13)}(t,N,x,\dot{x})p(t,x),$$

где матрицы-функции $F:R^+\times R^n\to R^{n\times n}$, $D:R^+\times R^n\times R^n\to R^{n\times n}$ и $\Phi^{(1i)}:R^+\times R^n\times R^n\times R^n\to R^{n\times n}$ $(i=1,2,3)$ непрерывны и ограничены, вектор-функция $p:R^+\times R^n\to R^n$ непрерывно дифференцируема и удовлетворяет условиям: $p(t,0)\equiv 0$, $\left\|p(t,x)\right\|\ge p_0(x)$, $p_0(x)\le l\|x\|^m$ $(l=const>0$, $m=const\ge 1)$ и $p_0(x)=0\Leftrightarrow x=0$.

Пусть $N = G(t)\dot{x} + R(t,\ x)p\ \ (t,\ x)$ есть закон действия управляющих сил, обеспечивающих стабилизацию программного движения механической подсистемы до равномерной асимптотической устойчивости состояния $\dot{x} = x = 0$ уравнения (5).

Покажем, что задача о стабилизации программного движения или состояния $N = \dot{x} = x = 0$ системы (5), (6) может быть решена посредством управляющего воздействия

$$U^{(1)} = \left(U_1^{(1)}, U_2^{(1)}, ..., U_n^{(1)}\right)',$$
$$U_k^{(1)} = -\mu_k sign\left(\left(N - G(t)\dot{x} - R(t,x)p(t,x)\right)_k\right),$$
$$\mu_k > 0. \quad (7)$$

Возьмем знакопостоянную функцию Ляпунова в виде
$$V = \frac{1}{2}\left\|N - G(t)\dot{x} - R(t,x)p(t,x)\right\|^2.$$

Для полной производной по времени этой функции в силу уравнений (5), (6) для достаточно малых возмущений $(N,\ \dot{x},\ x)$ будем иметь следующую оценку:

$$\dot{V} = -\sum_{k=1}^{n}\mu_k\left|N - G\dot{x} - Rp\right|_k + \left(N - G\dot{x} - Rp\right)' \times$$
$$\times\left(\Phi^{(11)}N + \Phi^{(12)}\dot{x} + \Phi^{(13)}p + \dot{G}\dot{x} + \right.$$
$$+ G\left(A^{(1)}\right)^{-1}\left(C^{(1)}\dot{x} + Fp + D^{(1)}\dot{x} + N\right) -$$
$$\left. - R_t' p - \dot{x}' R_x' p - R\frac{\partial p}{\partial t} - R\frac{\partial p}{\partial x}\dot{x}\right) =$$
$$= -\sum_{k=1}^{n}\mu_k\left|N - G\dot{x} - Rp\right|_k + \left(N - G\dot{x} - Rp\right)' \times$$
$$\times\left(\left(\Phi^{(11)} + G\left(A^{(1)}\right)^{-1}\right)N + \right.$$
$$+ \left(\Phi^{(12)} + \dot{G} + G\left(A^{(1)}\right)^{-1}\left(C^{(1)} + D\right) - R\frac{\partial p}{\partial x}\right)\dot{x} +$$
$$\left. + \left(\Phi^{(13)} + G\left(A^{(1)}\right)^{-1}F - R_t' - \dot{x}' R_x\right)p - R\frac{\partial p}{\partial t}\right) \le$$
$$\le -\sum_{k=1}^{n}\mu_k\left|N - G\dot{x} - Rp\right|_k.$$

Отсюда, применяя результат работы [6], получим, что управление (7) осуществляет стабилизацию состояния $N = \dot{x} = x = 0$ системы (5), (6).

3 Пример

Рассмотрим задачу стабилизации программного движения трехзвенного манипулятора (рис. 1) с учетом динамики приводов. Модель системы состоит из трех абсолютно жестких звеньев, соединенных с помощью шарниров. Каждое звено манипулятора управляется при помощи независимого электропривода.

Уравнения движения манипулятора с учетом динамики электроприводов представим в следующей векторно-матричной форме:

$$\begin{aligned} &A(q)\ddot{q} = C(q,\dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + g(q) + M, \\ &M = diag\{n_1k_1, n_2k_2, n_3k_3\}i, \\ &diag\{L_1, L_2, L_3\}\dot{i} + diag\{R_1, R_2, R_3\}i + \\ &\qquad + diag\{n_1k_1, n_2k_2, n_3k_3\}\dot{q} = U, \end{aligned} \quad (8)$$

где $q = (q_1,\ q_2,\ q_3)'$ – вектор углов поворота звеньев,

$i = (i_1,\ i_2,\ i_3)'$ – вектор токов в цепях роторов двигателей,

L_i и R_i $(i = 1,\ 2,\ 3)$ – коэффициент индуктивности и электрическое сопротивление обмотки ротора двигателя,

n_i – передаточное число редуктора привода,

k_i – коэффициент пропорциональности между током и моментом электромагнитных сил, создаваемых двигателем,

$U = (u_1,\ u_2,\ u_3)'$ – вектор управляющих электрических напряжений, подаваемых на вход электродвигателей,

матрица инерции $A(q)$, векторы $C(q,\dot{q})\dot{q}$, $D\dot{q}$ и $g(q)$ имеют следующий вид:

$$A(q) = \begin{pmatrix} J_{01} + m_2 r_2^2 \sin^2 q_2 + m_{30}\left(l_2 \sin q_2 + r_3 \sin q_3\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 r_2^2 + m_3 l_2^2 & \frac{1}{2}m_{30} l_2 r_3 \cos\left(q_2 - q_3\right) \\ 0 & \frac{1}{2}m_{30} l_2 r_3 \cos\left(q_2 - q_3\right) & m_{30} r_3^2 \end{pmatrix},$$

$$C(q,\dot{q})\dot{q} = \begin{pmatrix} -2\left(m_2 r_2^2 \sin q_2 \cos q_2 + m_{30}\left(l_2 \sin q_2 + r_3 \sin q_3\right)\left(l_2 \cos q_2 \dot{q}_2 + r_3 \cos q_3 \dot{q}_3\right)\right)\dot{q}_1 \\ -\frac{1}{2}m_{30} l_2 r_3 \sin\left(q_2 - q_3\right)\dot{q}_3^2 + \left(m_{30}\left(l_2 \sin q_2 + r_3 \sin q_3\right)l_2 + m_2 r_2^2 \sin q_2\right)\cos q_2 \dot{q}_1^2 \\ \frac{1}{2}m_{30} l_2 r_3 \sin\left(q_2 - q_3\right)\dot{q}_2^2 + m_{30}\left(l_2 \sin q_2 + r_3 \sin q_3\right)r_3 \cos q_3 \dot{q}_1^2 \end{pmatrix},$$

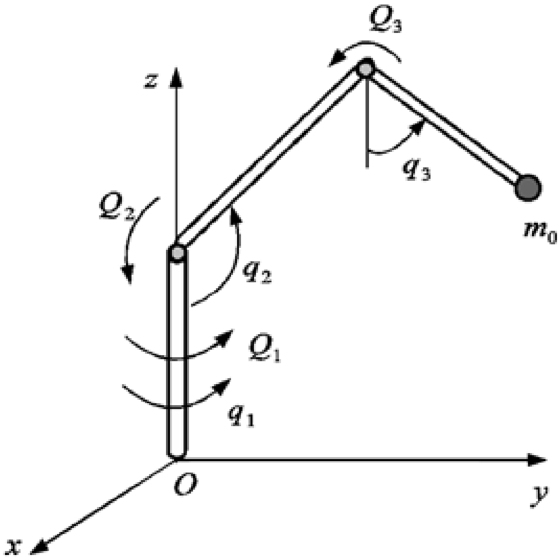

Рис. 1. Модель трехзвенного манипулятора

$$D\dot{q} = \begin{pmatrix} -k_1\dot{q}_1 \\ -k_2(\dot{q}_2 - \dot{q}_3) \\ -k_3(\dot{q}_3 - \dot{q}_2) \end{pmatrix},$$

$$g(q) = \begin{pmatrix} 0 \\ -(m_2 r_2 + m_{30} l_2) g \sin q_2 \\ -m_{30} r_3 g \sin q_3 \end{pmatrix}.$$

В работе [9] найден закон управления манипулятором вида:

$$M = M^{(0)}(t) + M^{(1)}(x, \dot{x}),$$

$$M^{(1)}(x, \dot{x}) = B(\dot{x} + p(x)),$$

где $B \in R^{3\times 3}$ есть постоянная матрица коэффициентов усиления сигналов; непрерывно дифференцируемая вектор-функция $p(x)$ имеет вид $p(x) = (\sin(x_1/2), \sin(x_2/2), \sin(x_3/2))'$.

На основе доказанного выше результата получим следующий релейный закон управления:

$$U^{(1)} = \left(U_1^{(1)}, U_2^{(1)}, \ldots, U_n^{(1)}\right)',$$

$$U_k^{(1)} = -\mu_k sign\left(\left(M - M^{(0)}(t) - B(\dot{x} + p(t,x))\right)_k\right), \quad (9)$$

$\mu_k > 0.$

Численное моделирование движения манипулятора при действии управления (9) проводилось в системе Scilab на временном интервале $t \in [0;\ 6]$ при следующих значениях параметров манипулятора, приводов и программной траектории:

$m_2 = 15$ кг, $m_3 = 2{,}5$ кг, $m_0 = 2$ кг, $l_2 = 1$ м, $r_2 = 0{,}5$ м, $r_3 = 0{,}5$ м, $J_{01} = 0{,}1$ кг·м², $L_1 = 3{,}68\cdot 10^{-2}$ Гн, $L_2 = L_3 = 3{,}6\cdot 10^{-2}$ Гн, $R_1 = 3{,}68$ Ом, $R_2 = R_3 = 3{,}6$ Ом, $k_1 = 0{,}316$ Н·м/А, $k_2 = k_3 = 0{,}233$ Н·м/А, $n_1 = 30$, $n_2 = n_3 = 20$, $q_1^0(t) = 0{,}2t$ рад, $q_2^0(t) = 0{,}3 + sin(0{,}5t)$ рад, $q_3^0(t) = 0{,}5\,cos(0{,}5t)$ рад.

Найдены следующие параметры управления:

$B = -35E$, $\mu_1 = 20$, $\mu_2 = 60$, $\mu_3 = 20$,

где $E \in R^{3\times 3}$ – единичная матрица.

На рисунках 2–4 представлены результаты моделирования. Анализ графиков показывает, что закон управления (9) обеспечивает стабилизацию программного движения манипулятора.

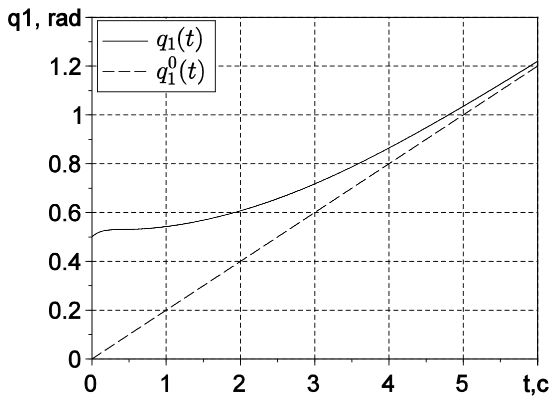

Рис. 2. Зависимость угла поворота первого звена от времени при управлении (9)

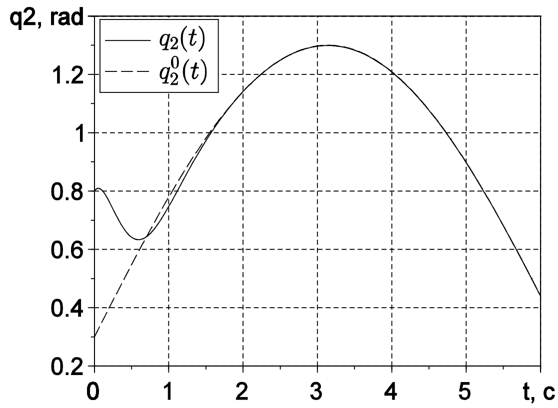

Рис. 3. Зависимость угла поворота второго звена от времени при управлении (9)

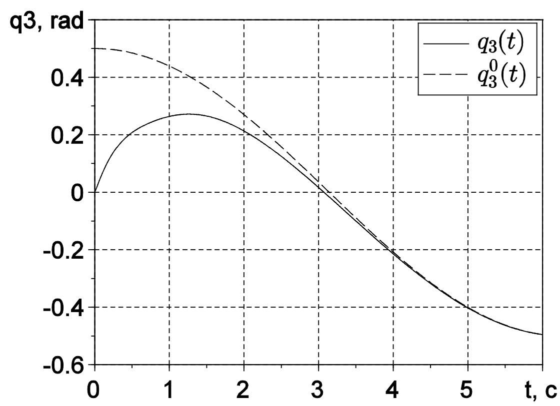

Рис. 4. Зависимость угла поворота третьего звена от времени при управлении (9)

Отметим, что закон управления (9) не зависит от параметров приводов, входящих во второе уравнение системы (8), обеспечивая тем самым робастность в решении задачи стабилизации.

Заключение

В статье получены следующие основные результаты:

– решена задача синтеза управления движением голономной механической системы с учетом динамики приводов, обеспечивающего стабилизацию программного движения в нелинейной и нестационарной постановке;

– обоснована методика построения знакопостоянной функции Ляпунова для разрывных систем, описывающих динамику механической системы с приводами под действием релейных управляющих сигналов;

– проведено численное моделирование для модели трехзвенного манипулятора, управляемого при помощи трех независимых электродвигателей постоянного тока, подтверждающее полученные теоретические результаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев А.С., Таджиев Д.А., Аминаров А.В. О моделировании манипуляционных систем с различными типами приводов // Ученые записки Ульяновского государственного университета. Сер. Математика и информационные технологии. – 2015. – Вып. 1 (7). – С. 5–23.

2. Dawson D.M., Qu Z. and Carroll J.J. Tracking control of rigid-link electrically-driven robot manipulators // International Journal of Control. – 1992. – Vol. 56, No 5. – pp. 991–1006.

3. Матюхин В.И. Управление механическими системами. – М. : Физматлит, 2009. – 320 с.

4. Перегудова О.А. Метод сравнения в задачах устойчивости и управления движениями механических систем. – Ульяновск : УлГУ, 2009. – 253 с.

5. Андреев А.С., Макаров Д.С., Таджиев Д.А. Об управлении двузвенным манипулятором с приводом // Научно-технический вестник Поволжья. – 2013. – № 5. – С. 102–105.

6. Андреев А.С., Дмитриева О.Г., Петровичева Ю.В. Об устойчивости нулевого решения системы с разрывной правой частью // Научно-технический вестник Поволжья. – 2011. – № 1. – С. 15–20.

7. Андреев А.С., Перегудова О.А. О стабилизации программных движений голономной механической системы // Автоматика и телемеханика. – 2016. – № 3. – С. 66–80.

8. Spong M., Hutchinson S., Vidyasagar M. Robot Dynamics and Control. – New York : Wiley, 2004.

9. Перегудова О.А., Макаров Д.С. Синтез управления трехзвенным манипулятором // Автоматизация процессов управления. – 2015. – № 2 (40). – С. 109–113.

REFERENCES

1. Andreev A.S., Tadzhiev D.A., Aminarov A.V. O modelirovanii manipuliatsionnykh sistem s razlichnymi tipami privodov [On the Modeling of Manipulator Systems with Different Types of Actuators]. *Uchenye zapiski Ulyanovskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Matematika i informatsionnye tekhnologii* [Proceedings of Ulyanovsk State University. Mathematics and Information Technology Series]. 2015, iss. 1 (7), pp. 5–23.

2. Dawson D.M., Qu Z. and Carroll J.J. Tracking Control of Rigid-Link Electrically-Driven Robot Manipulators. *International Journal of Control,* 1992, vol. 56, no. 5, pp. 991–1006.

3. Matiukhin V.I. *Upravlenie mekhanicheskimi sistemami* [Control of Mechanical Systems]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009. 320 p.

4. Peregudova O.A. *Metod sravneniia v zadachakh ustoichivosti i upravleniia dvizheniiami mekhanicheskikh system* [The Comparison Method in Problems on Stability and Control of Mechanical System Movements]. Ulyanovsk, UlSTU Publ., 2009. 253 p.

5. Andreev A.S., Makarov D.S., Tadzhiev D.A. Ob upravlenii dvuzvennym manipuliatorom s privodom [On the Control of the Two-Link Manipulator with Drive]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Povolzhya* [The Volga Region Scientific and Engineering Bulletin], 2013, no. 5, pp. 102–105.

6. Andreev A.S., Dmitrieva O.G., Petrovicheva Iu.V. Ob ustoichivosti nulevogo resheniia sistemy s razryvnoi pravoi chastiu [The Stability of the Zero Solution of Systems with Discontinuous Right Side]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Povolzhya* [The Volga Region Scientific and Engineering Bulletin], 2011, no. 1, pp. 15–20.

7. Andreev A.S., Peregudova O.A. O stabilizatsii programmnykh dvizhenii golonomnoi mekhanicheskoy sistemy [On Stabilization of Program Motion of Holonomic System]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 2016, no.3, pp. 66–80.

8. Spong M., Hutchinson S., Vidyasagar M. *Robot Dynamics and Control.* New York. Wiley Publ., 2004.

9. Peregudova O.A., Makarov D.S. Sintez upravleniia trekhzvennym manipuliatorom [Control Synthesis for Three-Link Manipulator]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2015, no. 2 (40), pp. 109–113.