УДК 004.942

А.В. Цыганов, И.В. Семушин, Ю.В. Цыганова, А.В. Голубков, С.Д. Винокуров

МЕТАЭВРИСТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖУЩЕГОСЯ ОБЪЕКТА[1]

Цыганов Андрей Владимирович, *кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики Ульяновского государственного педагогического универ-ситета им. И.Н. Ульянова. Имеет научные публикации, монографии, учебно-методические пособия и свидетельства о регистрации программ. Область научных интересов: метаэвристические и гибридные алгоритмы стохастической и дискретной минимизации. [e-mail: andrew.tsyganov@gmail.com].*

Семушин Иннокентий Васильевич, *доктор технических наук, профессор кафедры «Информационные технологии» Ульяновского государственного университета. Имеет монографии, статьи, учебные пособия и патенты на изобретения. Область научных интересов: фильтрация и управление в условиях неопределенности. [e-mail: kentvsem@gmail.com].*

Цыганова Юлия Владимировна, *кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Информационные технологии» УлГУ. Имеет научные публикации, монографию, учебно-методические пособия и свидетельства о регистрации программ. Область научных интересов: параметрическая идентификация, адаптивная фильтрация и численно эффективные алгоритмы для стохастических систем. [e-mail: tsyganovajv@gmail.com].*

Голубков Алексей Владимирович, *магистрант факультета физико-математического и технологического образования УлГПУ им. И.Н. Ульянова. Имеет научные публикации и свидетельства о регистрации программ. Область научных интересов: математическое моделирование и программирование. [e-mail: kr8589@gmail.com].*

Винокуров Станислав Дмитриевич, *аспирант кафедры высшей математики УлГПУ им. И.Н. Ульянова. Имеет научные публикации и свидетельства о регистрации программ. Область научных интересов: математическое моделирование и программирование. [e-mail: phoenixdragonvista@ya.ru].*

Аннотация

В статье рассмотрены вопросы применения метаэвристических алгоритмов для решения задачи параметрической идентификации математической модели кругового движения объекта при повороте влево/вправо. Неизвестным параметром, подлежащим идентификации, является радиус кругового движения. Предложены алгоритмы параметрической идентификации, основанные на численной минимизации критерия идентификации с помощью метода имитации отжига и генетического алгоритма. В качестве критерия идентификации выбрана логарифмическая функция правдоподобия. Проведены численные эксперименты для сравнения вычислительных свойств предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: стохастические линейные системы, параметрическая идентификация, адаптивная фильтрация, метаэвристические алгоритмы.

1 Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 16-41-730784).

METAHEURISTIC ALGORITHMS IN THE ISSUE OF IDENTIFICATION OF THE MOVING OBJECT MATHEMATICAL MODEL PARAMETERS

Andrei Vladimirovich Tsyganov, *Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor at Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov; an author of papers, monographs, and textbooks; holds State Registration Certificates of computer programs; interested in metaheuristic and hybrid algorithms of stochastic and discrete minimization. e-mail: andrew.tsyganov@gmail.com.*

Innokentiy Vasilyevich Semushin, *Doctor of Science in Engineering, Professor of Information Technologies Department at Ulyanovsk State University; an author of papers, monographs, and textbooks; holds patents for inventions; interested in filtering and control under uncertainty. e-mail: kentvsem@yandex.ru.*

Iuliia Vladimirovna Tsyganova, *Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Information Technologies Department at Ulyanovsk State University; an author of papers, a monograph, and textbooks; holds State Registration Certificates of computer programs; interested in parameter identification, adaptive filtering, and numerically efficient algorithms for stochastic systems. e-mail: tsyganovajv@gmail.com.*

Aleksei Vladimirovich Golubkov, *Candidate for the Master's Degree of Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov; an author of papers; holds State Registration Certificates of computer programs; interested in mathematical modelling and programming. e-mail: kr8589@gmail.com.*

Stanislav Dmitriievich Vinokurov, *Postgraduate Student at Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov; an author of papers; holds State Registration Certificates of computer programs; interested in mathematical modelling and programming. e-mail: phoenixdragonvista@ya.ru.*

Abstract
The paper considers application of metaheuristic algorithms for parameter identification of the mathematical model of an object performing left/right circular motion. Unknown parameter to be identified is the radius of circular motion. Parameter identification algorithms based on the numerical minimization of the identification criteria by the means of simulated annealing and the genetic algorithm are suggested. Logarithmic likelihood function is used as the identification criteria. In order to compare numerical properties of proposed algorithms, numerical experiments were conducted.

Key words: stochastic linear systems, parameter identification, adaptive filtering, metaheuristic algorithms.

Введение

Задача параметрической идентификации принадлежит к широкой и постоянно развивающейся области адаптивного математического моделирования наблюдаемых данных. Она заключается в отыскании оптимальных оценок неизвестных параметров математической модели объекта по отношению к заданному критерию качества идентификации по всем доступным данным. Одним из способов решения задачи параметрической идентификации является численная минимизация критерия качества в области допустимых значений системного параметра.

В настоящее время одним из актуальных подходов к решению задач численной оптимизации является применение различных недетерминированных метаэвристических алгоритмов [1–5]. Как правило, метаэвристики применяются в тех случаях, когда использование других оптимизационных методов затруднено или требует больших вычислительных ресурсов. В связи с этим метаэвристические алгоритмы часто называют алгоритмами «последней надежды». Детерминированные численные методы работают гарантированно при соблюдении условий теорем сходимости [6]. На сходимость численных методов влияют различные факторы, в том числе хороший выбор начального приближения. Если начальное приближение выбрано неверно, то алгоритм нахождения оценок параметров может расходиться, что означает невозможность решить задачу идентификации. Поэтому применение метаэвристических методов для решения задач параметрической идентификации, включающих как непосредственный поиск оценок параметров, так и поиск хорошего начального приближения с возможностью дальнейшего уточнения найденной оценки одним из численных методов, является актуальным.

Рассматриваемая в работе модель равномерного кругового движения находит применение при решении задач судовождения, поскольку она описывает одно из характерных движений морского подвижного объекта, называемого циркуляцией. Задачи оценивания параметров траектории подвижного объекта и обнаружения момента начала его маневрирования являются крайне важными в силу опасности непредвиденного изменения режима движения. Другой актуальной областью приложения подобных математических моделей является робототехника. Траектория движения мобильного робота имеет характер прямолинейного и/или кругового движения. Методы построения и оценивания параметров траектории движения робота с помощью дискретных линейных стохастических моделей могут применяться для решения задач слежения за движущимися объектами.

Хотя круговое движение ассоциируется, как правило, с нелинейной моделью, данная работа опирается на относительно новую возможность описания такого движения в терминах линейной динамической стохастической системы [7], что делает применение теории фильтрации Калмана точным. Однако в целесообразности реализации такой возможности остаются некоторые неясные вопросы. К ним в данной работе отнесены:

1. Создание программного комплекса, способного обеспечивать широкие вычислительные эксперименты в рамках испытаний указанной (Калман-ориентированной) модели кругового равномерного движения влево/вправо (МКРД-Л/П).

2. Определение точностных характеристик решения задачи параметрической идентификации МКРД-Л/П в случае применения неклассических, но популярных алгоритмов оптимизации.

3. Экспериментальное подтверждение применимости программных реализаций выбранных неклассических алгоритмов.

На решение этих вопросов направлены последующие разделы данной работы.

1 Моделирование траектории движущегося объекта

В недавней работе [7] построены математические линейные модели кругового равномерного движения влево/вправо на плоскости Oxy. Доказана теорема [7, теорема 1] о виде решений систем дифференциальных уравнений, определяющих математическую модель МКРД-Л/П в непрерывном времени t с вектором состояния

$$x(t)=\left[x(t),v_x(t),y(t),v_y(t)\right]^T,$$

где x – координата объекта по оси Ox,

v_x – скорость объекта вдоль оси Ox,

y – координата объекта по оси Oy,

v_y – скорость объекта вдоль оси Oy.

Запишем уравнения дискретной линейной стохастической модели кругового равномерного движения влево/вправо (Д-МКРД-Л/П):

$$x_{i+1}=\Phi x_i+B_d^{L/R}+w_i,\quad i\in Z, \tag{1}$$

$$\Phi=\begin{bmatrix}\Phi_c & 0\\ 0 & \Phi_c\end{bmatrix},\ \Phi_c=\begin{bmatrix}\cos\omega_n\tau & \omega_n^{-1}\sin\omega_n\tau\\ -\omega_n\sin\omega_n\tau & \cos\omega_n\tau\end{bmatrix},$$

$$B_d^L=\begin{bmatrix}\left(x_s-\omega_n^{-1}v_{sy}\right)(1-\cos\omega_n\tau)\\ \left(\omega_n x_s-v_{sy}\right)\sin\omega_n\tau\\ \left(y_s+\omega_n^{-1}v_{sx}\right)(1-\cos\omega_n\tau)\\ \left(\omega_n y_s+v_{sx}\right)\sin\omega_n\tau\end{bmatrix},$$

$$B_d^R=\begin{bmatrix}\left(x_s+\omega_n^{-1}v_{sy}\right)(1-\cos\omega_n\tau)\\ \left(\omega_n x_s+v_{sy}\right)\sin\omega_n\tau\\ \left(y_s-\omega_n^{-1}v_{sx}\right)(1-\cos\omega_n\tau)\\ \left(\omega_n y_s-v_{sx}\right)\sin\omega_n\tau\end{bmatrix},$$

где матрицы B_d^L и B_d^R определяют поворот влево либо вправо,

x_s, v_{sx}, y, v_{sy} – известные начальные условия,

τ – период дискретизации,

ω_n – модельный параметр, связанный с радиусом поворота r соотношением $r=|v_s|/\omega_n$, модуль вектора скорости $|v_s|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$.

Таким образом, модель Д-МКРД-Л/П является неявно параметризованной по скалярному параметру $r>0$. В уравнение модели включена стохастическая составляющая, моделирующая случайные помехи в движении объекта, в виде дискретного белого шума w_i с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $Q\geq 0$. Предположим, что для наблюдения доступны координаты движения объекта. Тогда уравнение наблюдения в дискретном времени запишем в виде:

$$z_{i+1}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}x_{i+1}+v_{i+1},\ i\geq 0, \tag{2}$$

где z – вектор наблюдений в дискретные моменты времени, v_i – ошибка наблюдения, представляющая дискретный белый шум с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $R>0$.

На рисунке 1 представлены результаты компьютерного моделирования траектории движущегося объекта при повороте вправо с радиусом поворота $r=5$. Вычислительные эксперименты проведены с помощью разработанного программного комплекса «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта v1.0» [8]. Программный комплекс написан на языке MATLAB с реализацией графического интерфейса пользователя в среде визуального программирования GUIDE. В нем реализованы режимы построения детерминированной или стохастической траектории, а также имеется возможность моделирования измерений в присутствии аддитивной гауссовой помехи с оцениванием вектора состояния модели движения объекта с помощью различных вариантов алгоритмов оптимальной дискретной фильтрации [9, 10]. Результаты моделирования доступны пользователю в виде временных графиков элементов вектора состояния, оценок элементов вектора состояния и графика траектории движения объекта и ее оценки на фазовой плоскости. В программе предусмотрена возможность сохранения числовых результатов в текстовом файле.

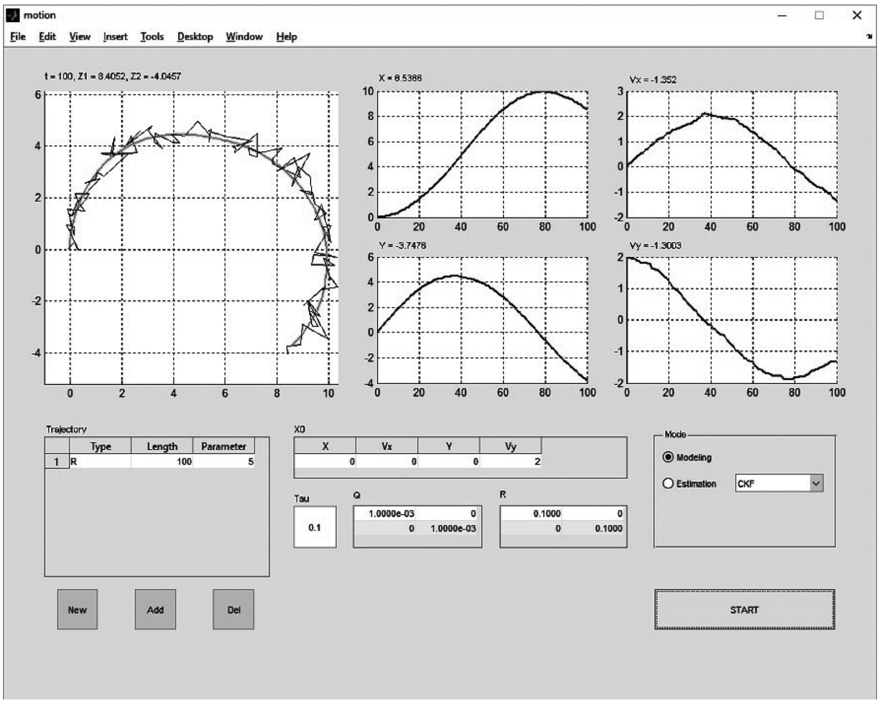

Рис. 1. Моделирование траектории кругового движения объекта

В левом верхнем окне на рисунке 1 жирной линией показана траектория движения объекта, а тонкой – зашумленная наблюдаемая траектория. В четырех окнах справа показаны временные графики компонент вектора состояния модели Д-МКРД-Л/П. В нижней части главного окна расположены поля, задающие параметры моделирования. В поле ‘Trajectory’ задают режим движения (‘R’ – круговое движение вправо, ‘L’ – круговое движение влево, ‘S’ – равномерное прямолинейное движение), число дискретных отсчетов времени моделирования ‘Length’ и величину радиуса поворота ‘Parameter’. Кнопки ‘New’, ‘Add’ и ‘Del’ позволяют редактировать данные о режимах движения объекта. В поле ‘X0’ задают начальное значение вектора состояния модели движения объекта. В поле ‘Tau’ задают интервал дискретизации τ. Поля ‘Q’ и ‘R’ содержат значения матриц ковариаций шумов Q и R. В поле ‘Mode’ задают тип эксперимента: моделирование траектории и данных наблюдений ‘Modelling’ либо оценивание траектории по данным наблюдений ‘Estimation’.

2 Метаэвристические алгоритмы параметрической идентификации

Поставим задачу параметрической идентификации модели Д-МКРД-Л/П по неполным зашумленным данным наблюдений с целью оценивания параметра r – радиуса поворота при круговом движении объекта влево либо вправо. Задача параметрической идентификации заключается в нахождении неизвестного параметра θ по известным входным сигналам U_0^{N-1} и выходным данным наблюдений Z_1^N в соответствии с выбранным критерием качества идентификации $J\left(\theta; Z_1^N, U_0^{N-1}\right)$. В этом случае задача оценивания неизвестного системного параметра θ требует решения задачи нелинейного программирования с ограничениями:

$$\hat{\theta}_{min} = \arg\min J\left(\theta; Z_1^N, U_0^{N-1}\right), \quad (3)$$

где $\theta \in D(\theta)$ (область определения параметра θ).

В данной работе для решения задачи (3) будем использовать метаэвристические алгоритмы. *Метаэвристика* – это высокоуровневая стратегия поиска приближенного решения, применимая к широкому кругу оптимизационных задач, опирающаяся на одну или несколько эвристик – необоснованных строго правил получения решения. Метаэвристики обладают следующими свойствами: в их основе лежат достаточно простые идеи, например, имитирующие биологические или физические процессы; они являются проблемно-независимыми; практически все они являются недетерминированными.

Большинство метаэвристических алгоритмов оптимизации по способу получения решения можно разделить на две большие группы: траекторные (процесс поиска решения можно рассматривать как перемещение между отдельными решениями задачи) и популяционные (в процессе поиска решения изменяется целая группа решений).

Одним из наиболее популярных траекторных алгоритмов, применяемых при решении задач глобальной оптимизации, является метод имитации отжига (SA – Simulated Annealing), который относится к большой группе алгоритмов локального поиска. Ключевой особенностью метода является использование управляющего параметра – температуры, позволяющего управлять недетерминированным процессом поиска решения. Как правило, температура убывает на протяжении работы алгоритма по определенному закону, начиная с некоторого начального значения. На каждой итерации алгоритма случайно сгенерированное новое решение из окрестности текущего решения принимается с вероятностью 1, если оно улучшает его, и с вероятностью меньше 1, если ухудшает, причем вероятность принятия худшего решения убывает с уменьшением температуры. Возможность ухудшения текущего решения в процессе работы алгоритма позволяет отчасти решить проблему «сваливания» в локальные оптимумы, характерную для градиентных методов и их недетерминированных аналогов. Качество решений оценивается с помощью функции стоимости (целочисленной или вещественной).

МЕТОД ИМИТАЦИИ ОТЖИГА (SA)

Solution ← InitialSolution()
BestSolution ← *Solution*
BestCost ← Cost(*Solution*)
T ← InitialTemperatue()

```
k ← 0
while not StopCondition() do
    NewSolution ← ChooseRandomOf(Neighborhood(Solution))
    NewCost ← Cost(NewSolution)
    if NewCost < BestCost then
        BestSolution ← NewSolution
        BestCost ← NewCost
    end if
    Solution ← AcceptWithProbability(Solution, NewSolution, T)
    k ← k+1
    T ← UpdateTemperature(T, k)
end while
Выход: BestSolution
```

Генетический алгоритм (GA – Genetic Algorithm) является популярной разновидностью так называемых эволюционных алгоритмов оптимизации, основанных на имитации процессов естественного отбора. В эволюционных алгоритмах отдельные решения в популяции часто называются особями, хромосомами и т. п., качество решений оценивается с помощью *функции приспособленности*, а основная идея алгоритмов состоит в том, что в процессе эволюции «выживают» решения с лучшими значениями данной функции. В генетическом алгоритме на каждой итерации эволюционного процесса новая популяция получается из текущей с помощью последовательного применения одного или нескольких *генетических операторов*. Наиболее распространенными генетическими операторами являются *кроссовер* (скрещивание) – получение из решений-родителей решений-потомков и *мутация* – случайное изменение решения.

```
ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ (GA)
Population ← InitialPopulation()
for all α_i ∈ Population do
    EvaluateFitness(α_i)
end for
while not StopCondition() do
    Parents ← SelectParents(Population)
    Offspring ← Crossover(Parents)
    Offspring ← Mutation(Offspring)
    for all β_i ∈ Offspring do
        EvaluateFitness(β_i)
    end for
    Population ← UpdatePopulation(Population ∪ Offspring)
end while
Solution ← ChooseBestOf(Population)
Выход: Solution.
```

Поскольку Д-МКРД-Л/П (1), (2) является дискретной линейной стохастической моделью с гауссовыми шумами, то в качестве функции стоимости/приспособленности для реализации метаэвристических алгоритмов целесообразно выбрать критерий идентификации (3) в форме отрицательной логарифмической функции правдоподобия [11]:

$$J_{MLF}\left(\theta; Z_1^N, U_0^{N-1}\right) = -\frac{Nm}{2}\ln(2\pi) - \\ -\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\left\{\ln\left(\det\left(B_k\right)\right) + \nu_k^T B_k \nu_k\right\}, \quad (4)$$

где вектор невязки измерений ν_k и его ковариационная матрица B_k при заданном значении параметра θ вычисляются по известным уравнениям дискретного фильтра Калмана [9, 12]. В настоящее время при решении практических задач с применением ЭВМ предпочтительнее вместо стандартной формы алгоритма Калмана использовать его численно устойчивые к ошибкам машинного округления квадратно-корневые и UD-реализации [10].

Метод максимального правдоподобия заключается в оптимизации критерия (4) по системному параметру θ. Его часто применяют на практике для решения задач параметрической идентификации дискретных линейных стохастических систем [13, 14].

3 Численные эксперименты

Существуют многочисленные программные реализации рассмотренных в предыдущем разделе алгоритмов, в том числе в популярных системах компьютерной математики. В данной статье для проведения численных экспериментов используем функции simulannealbnd() и ga() из пакета Global Optimization Toolbox системы MATLAB. Программно-аппаратная платформа: Intel Core 2 Quad Q6600 @ 2.40 GHz, 4 Gb RAM, Microsoft Windows 10 Pro x64, MATLAB R2010a.

Настройки алгоритмов приведены в таблице 1. Для каждого из алгоритмов были написаны соответствующие функции стоимости/приспособленности, а для получения и сохранения информации о каждой итерации алгоритмов были написаны функции вывода sa_out() и ga_out(). В качестве критерия остановки работы алгоритмов примем отсутствие изменения решения в течение заданного количества итераций (StallIterLimit для SA и StallGenLimit для GA). Поиск решений будем проводить на отрезке [0,001; 20].

Таблица 1

Настройки алгоритмов оптимизации

SA	
TimeLimit	Inf
InitialTemperature	200
ReannealInterval	100
MaxIter	Inf
StallIterLimit	50
MaxFunEvals	Inf
Display	off
DisplayInterval	1
DisplayInterval	@sa_out

Продолжение табл. 1

GA	
TimeLimit	Inf
PopulationSize	50
Generations	Inf
StallGenLimit	10
PopInitRange	0,001..20
Display	off
MutationFcn	@ mutationadaptfeasible
OutputFcn	@ga_out

Исследуем влияние уровня шумов на точность и время идентификации параметра r – радиуса поворота. Для этого проведем серию из 5 экспериментов, состоящих из двух последовательных этапов: 1) моделирование 100 различных траекторий движения объекта с заданными параметрами, 2) идентификация неизвестного параметра для каждой траектории с помощью метаэвристических алгоритмов SA-LF и GA-LF (SA и GA с функцией стоимости/приспособленности (4)). В каждой серии задаем значения элементов матриц Q и R, остальные параметры эксперимента оставляем неизменными: точное значение радиуса $r^*=5$, интервал дискретизации $\tau=0{,}1$, начальный вектор состояния $x_0=[0{,}0{,}0{,}2]^T$, количество наблюдений $N=50$ и режим поворота 'R' (вправо).

Результаты идентификации неизвестного параметра методами SA-LF и GA-LF представлены в таблицах 2 и 3, в которых

$$\hat{r}_{mean}=\frac{1}{N}\sum\nolimits_{i=1}^{N}\hat{r}_i,\quad \delta_{mean}=\frac{1}{N}\sum\nolimits_{i=1}^{N}\delta_i,$$

$$t_{mean}=\frac{1}{N}\sum\nolimits_{i=1}^{N}t_i,$$

где $\hat{r}_{mean}$ – среднее значение найденных оценок,

δ_{mean} – средняя относительная погрешность найденных оценок, $\delta=|r^*-\hat{r}|/r^*$,

t_{mean} – среднее время вычисления по алгоритмам идентификации.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. При выбранных настройках алгоритмов:

1. Средняя относительная погрешность полученных оценок параметра меньше при применении метода GA-LF по сравнению с методом SA-LF.

2. При большой погрешности наблюдений (эксперимент 2) средняя погрешность оценки параметра не превысила 39%.

3. При достаточно точных наблюдениях (эксперимент 4) средняя погрешность оценки, полученной с помощью алгоритмов SA-LF и GA-LF, меньше 4% и 3%, соответственно.

4. При достаточно больших помехах в уравнении движения (эксперимент 5), когда траектория практически не соответствует круговому движению (см. рис. 2), средняя погрешность оценки параметра составила ≈37%, и в 74 запусках алгоритмов идентификации из 100 удалось вычислить оценку параметра с погрешностью менее 30% (см. рис. 3).

Таблица 2

Результаты вычислительных экспериментов для метода SA-LF

Эксперимент	Q	R	$\hat{r}_{mean}$	δ_{mean}	t_{mean}
1	Diag(0.001, 0.001)	Diag(0.01, 0.01)	5.0207	0.0418	0.3577
2	Diag(0.001, 0.001)	Diag(100, 100)	5.2140	0.3836	0.3918
3	Diag(0.01, 0.01)	Diag(0.01, 0.01)	4.9882	0.0819	0.4243
4	Diag(0.001,0.001)	Diag(0.0001, 0.0001)	5.0155	0.0403	0.3415
5	Diag(0.1, 0.1)	Diag(0.001, 0.001)	6.0327	0.3655	0.4049

Таблица 3

Результаты вычислительных экспериментов для метода GA-LF

Эксперимент	Q	R	$\hat{r}_{mean}$	δ_{mean}	t_{mean}
1	Diag(0.001, 0.001)	Diag(0.01, 0.01)	5.0162	0.0275	2.5234
2	Diag(0.001, 0.001)	Diag(100, 100)	5.2727	0.3723	2.0859
3	Diag(0.01, 0.01)	Diag(0.01, 0.01)	4.9892	0.0743	2.2411
4	Diag(0.001, 0.001)	Diag(0.0001, 0.0001)	5.0098	0.0262	2.3198
5	Diag(0.1, 0.1)	Diag(0.001, 0.001)	5.9998	0.3652	2.0879

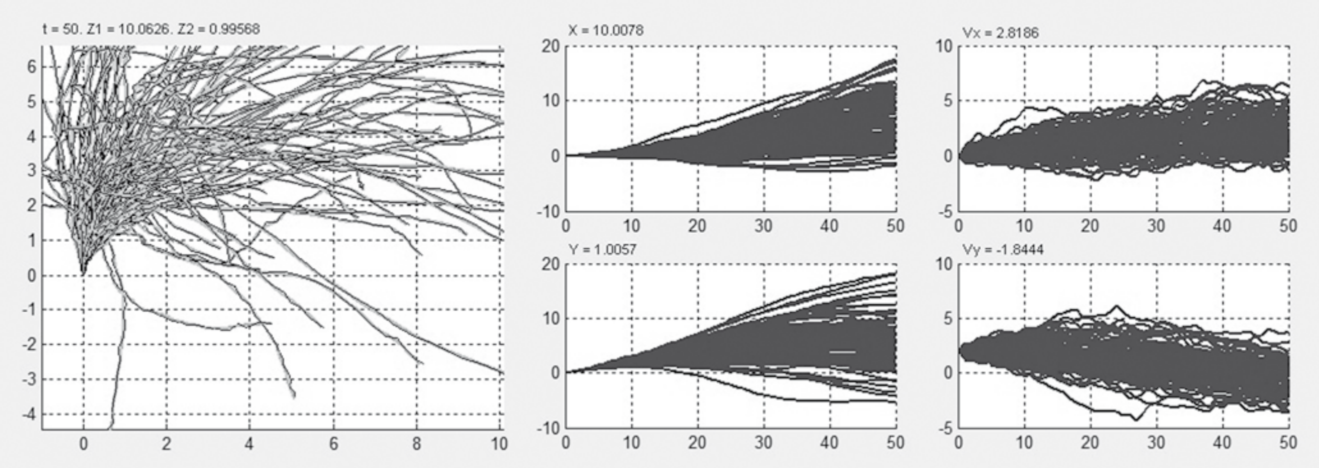

Рис. 2. Множество траекторий движения объекта при заданных матрицах шумов Q и R, соответствующих данным эксперимента 5, см. табл. 2 и 3

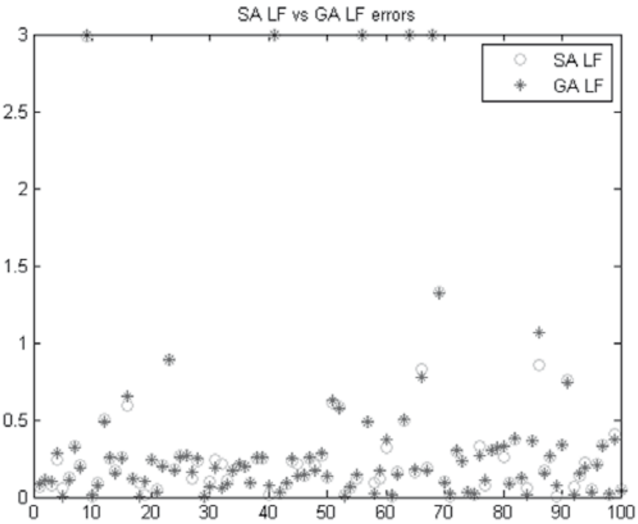

Рис. 3. Относительные погрешности δ_i оценок параметра r, вычисленные по алгоритмам SA-LF и GA-LF, после 100 запусков вычислительного эксперимента при заданных матрицах шумов Q и R, соответствующих данным эксперимента 5, см. табл. 2 и 3

5. Во всех экспериментах удалось определить радиус поворота при круговом движении объекта вправо по данным из 50 наблюдений, при этом максимальная средняя погрешность оценивания не превысила 40%, а максимальное среднее время идентификации не больше 2,6 с.

Заключение

В работе показана практическая применимость известных метаэвристических алгоритмов для решения задачи параметрической идентификации математической модели кругового движения объекта при повороте влево/вправо. В качестве неизвестного параметра модели рассматривался радиус кругового движения. Решение задачи получено с помощью метода максимального правдоподобия, в котором для численной минимизации отрицательной логарифмической функции правдоподобия использованы метод имитации отжига и генетический алгоритм. Вычислительные эксперименты проведены на языке MATLAB. Модельные данные траектории движения объекта получены с помощью программного комплекса [8]. Результаты вычислительных экспериментов позволяют сделать вывод о том, что применение метаэвристических алгоритмов целесообразно, поскольку позволяет получить приемлемые оценки параметра при разной степени зашумленности уравнения объекта и уравнения наблюдения.

Дальнейшие исследования будут направлены на построение и программную реализацию алгоритмов параметрической идентификации сложной траектории движущегося объекта, состоящей из участков прямолинейного равномерного движения и кругового движения при повороте влево либо вправо.

Результаты работы смогут найти применение при решении практических задач судовождения, робототехники, обработки сигналов со сканирующих дальномеров, где требуется постоянное слежение за подвижными объектами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пантелеев А.В., Метлицкая Д.В., Алешина Е.А. Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы. – М. : Вузовская книга, 2013.

2. Цыганов А.В., Булычов О.И., Цыганова Ю.В. Параллельные гибридные алгоритмы для задачи параметрической идентификации в стохастических линейных системах // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. – 2011. – № 3 (17). – С. 45–49.

3. Программа для идентификации параметров в стохастических линейных системах ISLSP v.1.1 : свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ. – № 2013612686 / Цыганов А.В., Цыганова Ю.В. – зарегистр. в Реестре программ для ЭВМ 11.03.2013.

4. Theofilatos K., Beligiannis G., Likothanassis S. Combining evolutionary and stochastic gradient techniques for system identification // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2009. – Vol. 227. – pp. 147–160.

5. Цыганова Ю.В., Цыганов А.В. Имитационная нормализация в задаче идентификации параметров стохасти-

ческой линейной системы // Стохастическая оптимизация в информатике. – 2010. – Т. 6, № 1. – С. 147–159.

6. Васильев В.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М. : Мир, 1982.

7. Семушин И.В., Кроливецкая Ю.М., Петрова Е.С. Ориентированная на фильтрацию Калмана математическая модель установившейся циркуляции для анализа траектории цели // Автоматизация процессов управления. – 2013. – № 4 (34). – С. 14–20.

8. Программный комплекс «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта v1.0» : свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ. – № 2016660550 / Цыганов А.В., Цыганова Ю.В., Винокуров С.Д., Голубков А.В. – зарегистр. в Реестре программ для ЭВМ 16.09.2016.

9. Grewal M.S., Andrews A.P. Kalman filtering: theory and practice using MATLAB. – New Jersey : Prentice Hall, 2001.

10. Семушин И.В., Цыганова Ю.В., Захаров К.В. Устойчивые алгоритмы фильтрации – обзор и новые результаты для систем судовождения // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2013. – № 4. – С. 90–112.

11. Schweppe F. Evaluation of likelihood functions for Gaussian signals // IEEE Trans. Inform. Theory. – 1965. – Vol. IT-11, no. 1. – pp. 61–70.

12. Maybeck P.S. Stochastic Models, Estimation and Control; Vol. 1. – N.Y.; San Francisco; London : Academic Press, 1979.

13. Aström K.-J. Maximum Likelihood and Prediction Error Methods // Automatica. – 1980. – Vol. 16, no. 5. – pp. 551–574.

14. Gibbs B.P. Advanced Kalman filtering, least-squares and modelling: a practical handbook. – Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2011.

REFERENCES

1. Panteleev A.V., Metlitskaia D.V., Aleshina E.A. *Metody globalnoi optimizatsii. Metaevristicheskie strategii i algoritmy* [Methods of Global Optimization. Metaheuristic Strategies and Algorithms]. Moscow, Vuzovskaia kniga Publ., 2013.

2. Tsyganov A.V., Bulychov O.I., Tsyganova Iu.V. Parallelnye gibridnye algoritmy dlia zadachi parametricheskoi identifikatsii v stokhasticheskikh lineinykh sistemakh [Parallel Hybriod Algorithms for the Problem of Parameter Identification in Stochastic Linear Systems]. *Vektor nauki Tolyattinskogo gosudarstvennogo universiteta* [Vektor Nauki of Togliatti State University], 2011, no. 3 (17), pp. 45–49.

3. Tsyganov A.V., Tsyganova Iu.V. *Programma dlia identifikatsii parametrov v stokhasticheskikh lineinykh sistemakh ISLSP v.1.1.* Svidetelstvo o gosudarstvennoi registratsii programm dlia EVM no. 2013612686 [Software for the Parameter Identification in Stochastic Linear Systems]. State Registration Certificate of the Computer Program. no. 2013612686, recorded in Software Registry, dated 11, March 2013.

4. Theofilatos K., Beligiannis G., Likothanassis S. Combining Evolutionary and Stochastic Gradient Techniques for System Identification. *Journal of Computational and Applied Mathematics,* 2009, vol. 227, pp. 147–160.

5. Tsyganova Iu.V., Tsyganov A.V. Imitatsionnaia normalizatsiia v zadache identifikatsii parametrov stokhasticheskoi lineinoi sistemy [Information Standarization in the Parameter Identification Problem of the Stochastic Linear System]. *Stokhasticheskaia optimizatsiia v informatike* [Stochastic Optimization in Informatics], 2010, vol. 6, no. 1, pp. 147–159.

6. Vasilev V.P. *Chislennye metody resheniia ekstremalnykh zadach* [Numerical Techniques for Extremal Problems]. Moscow, Mir Publ., 1982.

7. Semushin I.V., Krolivetskaia Iu.M., Petrova E.S. Orientirovannaia na filitratsiiu Kalmana matematicheskaia model ustanovivsheisia tsirkuliatsii dlia analiza traektorii tseli [Kalman Filter Oriented Mathematical Model of the Steady-Circle Path]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2013, no. 4 (34), pp. 14–20.

8. Tsyganov A.V., Tsyganova Iu.V., Vinokurov S.D., Golubkov A.V. *Programmnyi kompleks "Modelirovanie i otsenivanie traektorii podvizhnogo obiekta v1.0".* Svidetelstvo o gosudarstvennoi registratsii programm dlia EVM [Software Complex "Modelling and Estimation of a Moving Object Trajectory]. State Registration Certificate of the Computer Program. no. 2016660550, recorded in Software Registry, dated 1, September 2016.

9. Grewal M.S., Andrews A.P. *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB.* New Jersey, Prentice Hall Publ., 2001.

10. Semushin I.V., Tsyganova Iu.V., Zakharov K.V. Ustoichivye algoritmy filtratsii – obzor i novye rezultaty dlia sistem sudovozhdeniia [Robust Filter Algorithms – Survey a new Results for Ship Navigation and Conning Systems]. *Informatsionnye tekhnologii i vychislitelnye sistemy* [Information Technologies and Computer Systems], 2013, no. 4, pp. 90–112.

11. Schweppe F. Evaluation of Likelihood Functions for Gaussian Signals. *IEEE Trans. Inform. Theory,* 1965, vol. IT-11, no. 1, pp. 61–70.

12. Maybeck P.S. *Stochastic Models, Estimation and Control. Vol. 1.* N.Y., San Francisco, London, Academic Press Publ., 1979.

13. Aström K.-J. Maximum Likelihood and Prediction Error Methods. *Automatica,* 1980, vol. 16, no. 5, pp. 551–574.

14. Gibbs B.P. *Advanced Kalman Filtering, Least-squares and Modelling: a Practical Handbook.* Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc. Publ., 2011.