

УДК 519.248:658.562.012.7

Е.А. Зенцова

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ КОНТРОЛЬНОЙ КАРТЫ ХОТЕЛЛИНГА<sup>1</sup>

*Зенцова Екатерина Александровна, окончила факультет информационных систем и технологий Ульяновского государственного технического университета, аспирантка кафедры «Прикладная математика и информатика» УлГТУ. Имеет статьи в области статистического контроля процессов. [e-mail: e\_zentsova@mail.ru].*

### Аннотация

В многопараметрическом процессе качество изготавливаемого изделия определяется множеством показателей. Применение одномерных контрольных карт для каждого отдельного показателя при наличии взаимосвязей между ними нецелесообразно, так как результаты независимого контроля могут оказаться недостоверными, возможны как необоснованные остановки процесса для наладки, так и пропуски реальных нарушений стабильности процесса. Поэтому статистический контроль процесса с коррелированными показателями качества осуществляется с использованием многомерных контрольных карт. Наиболее распространенным статистическим инструментом многомерного контроля является карта Хотеллинга. Она применяется для анализа стабильности технологического процесса и позволяет обнаруживать большие смещения уровня настройки процесса. Для обеспечения диагностики малых смещений в настоящей работе предложено применение адаптивных планов контроля с различными наборами переменных параметров. Использование предупреждающей границы в таких планах и усиление контроля при ее превышении способствуют раннему обнаружению момента разладки процесса. Для адаптивных планов определены условия корректного сравнения и сформулирована постановка задачи оптимизации. Критерием оптимальности служит величина, характеризующая время между моментом разладки процесса и получением сигнала от карты. В качестве метода решения задачи оптимизации предложен генетический алгоритм. В ходе исследования построены шесть адаптивных планов и проведен сравнительный анализ чувствительности этих планов к различным видам смещений уровня настройки процесса.

Ключевые слова: адаптивный план контроля, контрольная карта Хотеллинга, марковские цепи, генетический алгоритм.

## COMPARISON OF PARAMETERS OPTIMIZATION APPROACHES OF HOTELLING'S CONTROL CHART

*Ekaterina Aleksandrovna Zentsova, graduated from the Faculty of Information Systems and Technologies at Ulyanovsk State Technical University; Postgraduate Student at the Department of Applied Mathematics and Informatics at Ulyanovsk State Technical University; an author of scientific papers in the field of statistical process control. e-mail: e\_zentsova@mail.ru.*

### Abstract

Quality of a product produced in a multivariate process is determined by multiple quality characteristics. If each characteristic of a set of correlated characteristics is controlled by an univariate control chart independently, it should lead to wrong conclusions. Unnecessary process stoppage and adjustment as well as incorrect detection of an out-of-control process state are possible. Therefore, the statistical control of a process with correlated quality characteristics should be carried out using multivariate control charts. The most common multivariate statistical tool is a Hotelling's control chart. It is used for technological process stability monitoring and allows detection of large shifts in the multivariate process settings level. In order to improve detection of small shifts, the implementation of adaptive control schemes with different sets of variable parameters is suggested. The use of these schemes implies tightening control of the process when a sample point on a plot exceeds the warning limit. That contributes to earlier detection of the process mean shift. The set of conditions that must be satisfied to perform a meaningful and unbiased comparison of these schemes is specified. On their basis an optimization problem is formulated. The period between an assignable cause occurrence and detection is used as an objective function. For solving the optimization problem a genetic algorithm is suggested. This study presents a design of six adaptive control schemes. Comparative analysis of their sensitivity for detecting different magnitude of the process shift is performed.

Key words: adaptive control scheme, Hotelling's control chart, Markov chain, genetic algorithm.

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, проект № 15-48-732002.

## ВВЕДЕНИЕ

Повышение стабильности технологического процесса и, как следствие, уменьшение доли продукции, не соответствующей требованиям стандартов и технических условий, являются одними из основных задач производства. Для обеспечения стабильности процесса используются статистические методы контроля с применением карт Шухарта (для контроля независимых показателей) или карт Хотеллинга (при контроле коррелированных показателей процесса) [1, 2]. Параметры этих карт могут выбираться различными методами. Высокую стабильность процесса можно обеспечить путем применения адаптивных методов контроля, направленных на прогнозирование хода процесса по его текущему состоянию и осуществление наладки при отклонении среднего уровня процесса от заданных значений [3].

Возможно использование планов контроля с переменными параметрами. Для оценки эффективности каждого из адаптивных планов определяется единый критерий – чувствительность к смещениям среднего уровня процесса [4]. Вопрос выбора одного из адаптивных планов является ключевым для проведения контроля технологического процесса, что обуславливает необходимость сравнения таких планов и определения среди них такого, который обладает наиболее высокой скоростью обнаружения нарушений.

## 1 ПОСТРОЕНИЕ АДАПТИВНЫХ ПЛАНОВ КОНТРОЛЯ

Рассматривается многопараметрический технологический процесс, при котором качество изготавливаемого изделия характеризуется совокупностью  $p$  коррелированных показателей. Анализ стабильности такого процесса производится с помощью многомерной контрольной карты Хотеллинга. При ее применении через определенные промежутки времени  $h_0$  проводится по  $n_0$  наблюдений за каждым из  $p$  показателей процесса и для каждой выборки рассчитывается статистика Хотеллинга [1, 2]. Для обеспечения стабильности процесса полученные значения этой статистики не должны превышать значения контрольной границы  $k_0$ , которое при известной ковариационной матрице определяется квантилью  $\chi^2$ -распределения с  $p$  степенями свободы.

Построение адаптивного плана контроля подразумевает деление области возможных значений статистики Хотеллинга на три непересекающихся подмножества: целевую область –  $[0; w)$ , предупреждающую область –  $[w; k_0)$  и критическую область –  $[k_0; +\infty)$ .

Пусть  $(k_1, h_1, n_1)$  – «наибольшая» контрольная граница, «наибольший» интервал между выборками и максимальный объем выборки, а  $(k_2, h_2, n_2)$  – «наименьшая» контрольная граница, «наименьший» интервал между выборками и минимальный объем выборки [5]. Тогда задача оптимизации параметров адаптивного плана контроля состоит в минимизации величины  $AATS$  (Adjusted Average Time to Signal – среднего времени между появлением и

обнаружением неслучайной причины, вызвавшей разладку процесса), характеризующей чувствительность карты к заданному смещению уровня настройки процесса, и формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned} & \min AATS \\ & \text{при} \\ & 0,1 \leq h_2 \leq h_0 \leq h_1 \leq 8, \\ & 0 \leq w \leq k_2 \leq k_0 \leq k_1, \\ & n_1 \leq n_0 \leq n_2 \in Z^+, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $Z^+$  – множество положительных целых чисел.

Решение задачи оптимизации можно получить с помощью генетического алгоритма.

## 2 ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ

Генетический алгоритм – метод, основанный на биологических принципах естественного отбора и эволюции. Генетический алгоритм повторяет определенное количество раз процедуру модификации популяции (набора отдельных потенциальных решений), добываясь тем самым получения новых наборов решений (новых популяций). При этом на каждом шаге из популяции выбираются «родительские особи», то есть решения, совместная модификация которых (скрещивание) приводит к формированию нового решения в следующей популяции [6]. Часть полученных решений затем подвергается воздействию мутаций, случайным образом изменяющих некоторые компоненты вектора потенциального решения.

Таким образом, новая популяция формируется на основе применения операторов селекции, скрещивания и мутации к элементам текущей популяции.

Генетический алгоритм обладает преимуществами перед другими методами:

- не имеет значительных математических требований к виду целевых функций и ограничений [7];
- на каждом шаге одновременно анализируется несколько потенциальных решений;
- сходится к глобальному экстремуму функции, операторы мутации и скрещивания препятствуют преждевременной сходимости к локальному экстремуму [8].

Для применения генетического алгоритма необходимо задать значения его основных параметров: уровень элитизма  $N_{elit}$ , размер начальной популяции  $N_{pop}$ , вероятность скрещивания  $rC$ , вероятность мутаций  $rM$  [9].

Порядок выполнения генетического алгоритма следующий:

Шаг 1. Сгенерировать начальную популяцию размера  $N_{pop}$  потенциальных решений из генеральной совокупности.

Шаг 2. Рассчитать значение целевой функции для каждого потенциального решения.

Шаг 3. Задать для каждого потенциального решения вероятность попадания в следующую популяцию на основе его значения целевой функции.

Шаг 4. Выбрать  $N_{elit}$  потенциальных решений с лучши-

ми значениями целевой функции и перенести в следующую популяцию.

Шаг 5. Выбрать два потенциальных решения для скрещивания.

Шаг 6. Рекомбинировать компоненты векторов двух выбранных решений с помощью операторов скрещивания и мутации для получения двух новых потенциальных решений. Повторять шаги 5 и 6, пока не будет получено  $N_{pop} - N_{elit}$  новых решений для формирования следующей популяции.

Шаг 7. Повторять шаги 2–6 до тех пор, пока не будет выполнен критерий остановки генетического алгоритма, т. е. будет достигнуто максимальное количество популяций или перестанет наблюдаться улучшение целевой функции [3].

### 3 СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АДАПТИВНЫХ ПЛАНОВ КОНТРОЛЯ

Адаптивный план контроля позволяет учитывать предварительные оценки уровней процесса и на основании прогнозов проводить упреждающую корректировку. Если модель прогноза хорошая, то метод может оказаться эффективным для уменьшения изменчивости процесса, в противном случае возможно ее увеличение. Оценивается эффективность следующих адаптивных планов контроля:

1. VP (Variable Parameters) – адаптивный план контроля со всеми переменными параметрами;
2. VSICL (Variable Sampling Intervals and Control Limits) – адаптивный план контроля с переменной периодичностью выборок и переменными контрольными границами [10];
3. VSSCL (Variable Sample Size and Control Limits) – адаптивный план контроля с переменным объемом выборок и переменными контрольными границами [11];
4. VSSI (Variable Sampling Intervals and Sample Size) – адаптивный план контроля с переменным объемом выборок и переменной периодичностью выборок;
5. VSI (Variable Sampling Intervals) – адаптивный план контроля с переменной периодичностью выборок [3, 12];
6. VSS (Variable Sample Size) – адаптивный план контроля с переменным объемом выборок.

Соотношения (1) представляют задачу оптимизации параметров VP-плана контроля и позволяют, определив

ограничения на основе набора переменных параметров, сформулировать задачу и для остальных адаптивных планов контроля.

При построении адаптивных планов для дальнейшего их сравнения требуется обеспечить равенство при управляемом состоянии процесса следующих характеристик фиксированного (FRS – Fixed Ratio Sampling) и адаптивного планов контроля: среднего количества выборок, среднего объема выборок, вероятности ошибки I рода [4].

Сравнение планов рассмотрим на численном примере. Анализируется стабильность многопараметрического технологического процесса с  $p = 2,4$  показателями качества. Возможные смещения среднего уровня процесса характеризуются значениями  $d = 0,5; 1; 1,5; 2$  (расстояние Махаланобиса). Вероятность ложной тревоги и параметр экспоненциального распределения принимают значения  $\alpha = 0,005$  и  $\lambda = 0,01$ .

Зададим периодичность  $h_0 = 1$  и объем выборок для фиксированного плана контроля  $n_0 = 2, 3, 5$ . Значение контрольной границы для такого плана  $k_0$  определяется квантилью  $\chi^2$ -распределения с  $p$  степенями свободы. Расчет величины  $AATS$  производится по формуле:

$$AATS = ATC - 1/\lambda, \tag{2}$$

где  $ATC$  – средняя длина серии.

Величина  $ATC$  для фиксированного плана, как показано в работе [13], рассчитывается по формуле:

$$ATC = \left( \frac{q_0}{1 - q_0} + \frac{1}{1 - \beta_0} \right) \times h_0, \tag{3}$$

где  $q_0 = \exp(-\lambda h_0)$ ,  $\beta_0 = (k_0, p, \eta)$  – функция нецентрального  $\chi^2$ -распределения с  $p$  степенями свободы и параметром нецентральности  $\eta = nd^2$ .

Для каждого адаптивного плана контроля при различных наборах значений ( $p, d, n_0$ ) найдем решение задачи оптимизации с помощью генетического алгоритма со следующими параметрами настройки: размер популяции  $N_{pop} = 100$ , уровень элитизма  $N_{elit} = 5$ , вероятность скрещивания  $rC = 0,1$ , вероятность мутаций  $rM = 0,9$ .

В качестве примера в таблице 1 представлены результаты сравнения VP- и FRS-планов контроля.

Таблица 1

Сравнение VP- и FRS-планов контроля

$p$	$n_0$	$d$	$k_1$	$k_2$	$w$	$h_1$	$h_2$	$n_1$	$n_2$	$AATS_{VP}$	$AATS_{FRS}$
2	2	0,5	41,81	5,56	5,15	1,03	0,64	1	13	25,75	76,36
		1	80,47	7,34	3,3	1,22	0,1	1	6	4,48	17,99
		1,5	15,34	8,48	2,27	1,42	0,11	1	4	1,78	5,26
		2	83,15	8,36	2,26	1,39	0,18	1	4	1,21	2,01
	3	0,5	83,02	6,35	4,32	1,09	0,3	1	18	14,31	54,82
		1	24,89	8,36	2,27	1,43	0,11	1	7	2,85	10,01
		1,5	11,66	9,06	2,71	1,31	0,13	2	6	1,17	2,68
		2	11,01	9,01	4,09	1,11	0,1	3	3	0,69	1,06

Продолжение табл. 1

$p$	$n_0$	$d$	$k_1$	$k_2$	$w$	$h_1$	$h_2$	$n_1$	$n_2$	$AATS_{VP}$	$AATS_{FRS}$
2	5	0,5	80,16	7,32	3,33	1,19	0,21	1	22	7,65	32,44
		1	13,16	7,63	3,54	1,19	0,1	4	10	1,51	4,42
		1,5	11,09	9,97	3,86	1,16	0,1	5	5	0,73	1,17
		2	89	10,59	2,6	1,55	1	1	5	0,59	0,59
4	2	0,5	87,87	8,55	8,89	1,02	0,7	1	16	35,95	100,77
		1	78,16	10,62	6,65	1,17	0,1	1	7	6,45	28,19
		1,5	34,02	12,13	4,87	1,39	0,1	1	4	2,27	8,32
		2	17,04	13,1	4,49	1,48	0,1	1	4	1,37	3,01
	3	0,5	31,32	9,35	8,04	1,02	0,79	1	22	19,59	76,87
		1	88,68	11,9	5,15	1,33	0,13	1	8	3,75	15,96
		1,5	17,65	12,49	5,1	1,35	0,1	2	6	1,41	4,09
		2	95,39	13,71	2,75	1,05	0,97	1	4,32	1,21	1,46
	5	0,5	95,54	10,46	6,82	1,08	0,53	1	28	10,22	48,69
		1	21,96	11,91	5,23	1,31	0,16	3	10	2,01	6,95
		1,5	15,1	14,1	6,01	1,22	0,14	4	8,92	0,88	1,64
		2	14,99	13,56	8,88	1,06	0,1	5	5	0,58	0,69

Таблица 2

Сравнение адаптивных планов контроля

$p$	$n_0$	$d$	$AATS_{VP}$	$AATS_{VSSCL}$	$AATS_{VSICL}$	$AATS_{VSSI}$	$AATS_{VSS}$	$AATS_{VSI}$	$AATS_{FRS}$
2	2	0,5	25,75	<b>25,59</b>	65,99	48,04	39,97	66,1	76,36
		1	<b>4,48</b>	4,91	9,9	5,16	5,88	10,56	17,99
		1,5	<b>1,78</b>	2,19	2,29	1,83	2,38	2,43	5,26
		2	1,21	1,39	<b>1,01</b>	1,17	1,43	1,05	2,01
	3	0,5	14,31	<b>14,11</b>	42,53	20,87	19,85	43,87	54,82
		1	<b>2,85</b>	3,12	4,72	3,03	3,61	5,08	10,01
		1,5	1,17	1,58	1,24	<b>1,15</b>	1,63	1,33	2,68
		2	0,69	0,99	<b>0,69</b>	0,8	0,99	0,7	1,06
	5	0,5	7,65	<b>7,55</b>	21,49	9,39	9,82	22,53	32,44
		1	<b>1,51</b>	2	1,92	1,6	2,15	2,04	4,42
		1,5	<b>0,73</b>	1,02	0,73	0,76	1,02	0,74	1,17
		2	0,59	0,61	0,56	0,58	0,59	<b>0,55</b>	0,59
4	2	0,5	35,95	<b>35,69</b>	88,25	72,89	57,69	89,56	100,77
		1	<b>6,45</b>	6,73	16,63	7,71	8,29	17,38	28,19
		1,5	<b>2,27</b>	2,72	3,62	2,4	3,04	3,85	8,32
		2	1,37	1,64	<b>1,35</b>	1,37	1,73	1,41	3,01
	3	0,5	19,59	<b>19,46</b>	62,36	45,01	29,51	63,67	76,87
		1	<b>3,75</b>	3,97	7,93	4,19	4,69	8,39	15,96
		1,5	<b>1,41</b>	1,89	1,75	1,82	2,04	1,84	4,09
		2	1,21	1,2	<b>0,83</b>	0,91	1,18	0,84	1,46
	5	0,5	10,22	<b>10,05</b>	34,29	13,62	14,39	35,38	48,69
		1	<b>2,01</b>	2,43	2,97	2,07	2,71	3,16	6,95
		1,5	0,88	1,23	0,88	<b>0,87</b>	1,24	0,89	1,64
		2	<b>0,58</b>	0,69	0,59	0,63	0,69	0,58	0,69

Подобным образом проводилось сравнение VSSCL- и FRS-планов, а также VSICL- и FRS-планов. Сравнение параметров всех построенных планов представлено в таблице 2, в которой выделены оптимальные планы при заданном количестве контролируемых показателей  $p$ , заданном объеме выборки  $n_0$  для заданного опасного смещения среднего уровня процесса  $d$ . На основе данных этой таблицы можно подобрать план контроля, соответствующий условиям технологического процесса.

Зависимость значений величины  $AATS$  от уровня смещения для разных планов контроля представлена на рисунке 1.

Можно заметить, что каждый из адаптивных планов позволяет обнаруживать малые и средние смещения ( $0,5 < d \leq 1,5$ ) быстрее, чем фиксированный план контроля. Результаты сравнения показывают, что для обнаружения малых смещений следует применять VSSCL-план контроля, для обнаружения средних смещений предпочтительнее выбирать VP-план. Разница между скоростью обнаружения различными планами контроля больших смещений невелика, но ввиду простоты применения на практике рекомендуется выбирать VSICL- или VSI-планы контроля.

На основе результатов сравнения планов контроля с разными наборами переменных параметров можно оценить влияние каждого из параметров на эффективность применения плана контроля. Сравнение VSSCL- и VSS- (VSICL- и VSI-) планов контроля показывает, что варьирование контрольных границ повышает чувствительность плана ко всем типам смещений в среднем на 17%. Сравнение планов VSSI- и VSS- (VP- и VSSCL-) позволяет отметить, что варьирование периодичности выборок повышает скорость обнаружения малых смещений на 85%. Сравняя VSSI- и VSI- (VP- и VSICL-), можно заключить, что повышение чувствительности планов контроля с переменным объемом выборок к средним смещениям составляет 16%, а скорость обнаружения ими малых смещений в 1,5–2 раза выше, чем у планов контроля с постоянным объемом выборок.

Подводя итоги сравнительного анализа, можно отметить, что VP-план оптимален для обнаружения всех типов смещений. Но для оценки хода процесса при использовании VP-плана требуется частая смена периодичности выборок. Регулирование хода процесса при этом становится более трудоемким. В таком случае альтернативой VP-плану контроля выступает VSSCL-план. Он позволяет быстрее обнаруживать малые смещения и лишь незначительно уступает VP-плану в скорости обнаружения средних и больших смещений. Если условия технологического процесса не позволяют варьировать объем выборки, тогда рекомендуется использовать VSICL-план контроля.

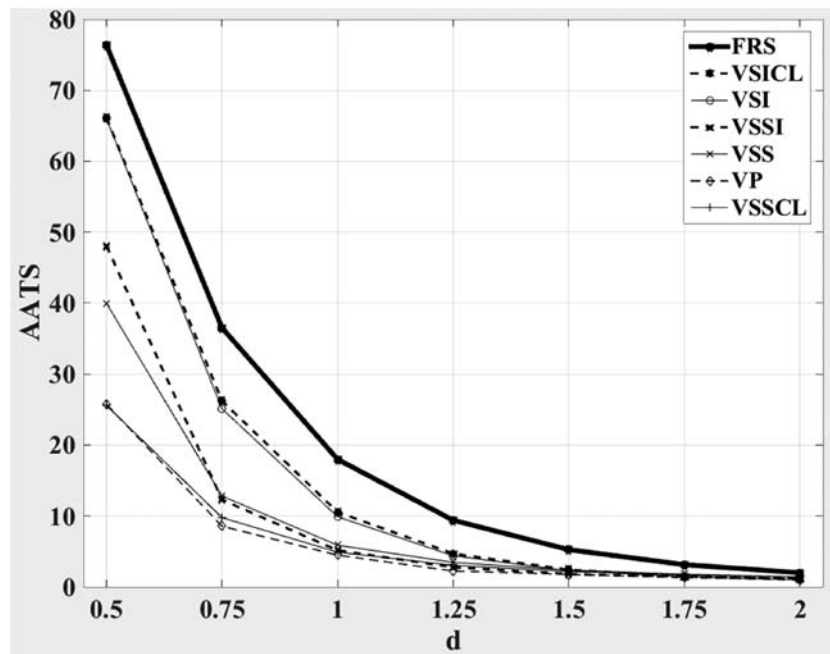


Рис. 1. График сравнения адаптивных планов контроля

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для повышения чувствительности карты Хотеллинга к смещениям уровня настройки при статистическом контроле многопараметрического технологического процесса могут быть применены адаптивные планы контроля. В ходе исследования построены шесть адаптивных планов контроля с различными наборами переменных параметров. Проведен сравнительный анализ чувствительности этих планов к различным видам смещений уровня настройки процесса.

Исходя из результатов сравнения, можно заключить, что все адаптивные планы контроля позволяют обнаруживать смещения уровня настройки процесса быстрее фиксированного плана контроля. Оценивая способность адаптивных планов к обнаружению смещений заданных уровней, можно сделать вывод о том, что для малых смещений ( $d \leq 0,5$ ) предпочтительнее выбирать VSSCL-план контроля; для средних смещений ( $0,5 < d \leq 1,5$ ) – VP-план; для больших смещений ( $d > 1,5$ ) – VSICL-план. Кроме того, можно отметить, что варьирование контрольных границ повышает чувствительность плана ко всем типам смещений; варьирование периодичности выборок повышает скорость обнаружения малых смещений; варьирование объема выборок позволяет повысить скорость обнаружения как малых, так и средних смещений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клячкин В.Н. Модели и методы статистического контроля многопараметрического технологического процесса. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 196 с.
2. Клячкин В.Н., Зенцова Е.А. Оптимизация статистического контроля многопараметрического процесса // Радиотехника. – 2016. – № 9. – С. 48–51.

3. Faraz A., Kazemzadeh R., Heuchenne C., Saniga E. The Optimal Design of the VSI Control Chart // *Journal of Iranian Statistical Society*. – 2010. – V. 9. – pp. 1–19.

4. Seif A., Faraz A., Heuchenne C., Saniga E. Statistically adaptive sampling policy to the Hotelling's Control Chart: Markov Chain Approach // *Communications in Statistics: Theory & Methods*. – 2016. – V. 45. – pp. 3919–3929.

5. Зенцова Е.А. Модель минимизации затрат для модифицированной контрольной карты Хотеллинга // *Информатика, моделирование, автоматизация проектирования : сб. науч. тр. VII Всерос. школы-семинара аспирантов, студентов и молодых ученых ИМАП–2015. – Ульяновск : УлГТУ, 2015. – С. 138–144.*

6. Овчаров А.Э., Мамонова Т.Е. Генетические алгоритмы в MatLab. – Томск : Изд-во ТПУ, 2014. – 16 с.

7. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети. – Винница : УНИВЕРСУМ, 1999. – 320 с.

8. Torabian A., Moghadam M., Faraz A. Economically designed Hotelling's control chart using VSICL scheme // *Arabian Journal for Science and Engineering*. – 2010. – V. 35 (2). – pp. 1–23.

9. Faraz A., Saniga E. Economic and Economic Statistical Design of Hotelling's Control Chart with Variable Sampling Intervals // *Quality and Reliability Engineering*. – 2011. – V. 27 (2). – pp. 125–139.

10. Mojtaba A., Moghadam M., Seif A., Nematollahi N. A Modified Economic-Statistical Design of Control Chart with Variable Sampling Intervals, Control Limits and Warning Lines // *Middle-East Journal of Scientific Research*. – 2011. – V. 8 (6). – pp. 1059–1069.

11. Seif A., Faraz A., Heuchenne C., Saniga E., Moghadam M. A modified economic-statistical design of the control chart with variable sample sizes and control limits // *Journal of Applied Statistics*. – 2011. – V. 38:11. – pp. 2459–2469.

12. Зенцова Е.А. Построение модели затрат для контрольной карты Хотеллинга // *Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – Воронеж : Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова, 2015. – Т. 3, № 8–3 (19–3) – С. 270–273.*

13. Faraz A., Saniga E. Unification and Some Corrections to Markov Chain Approaches to Develop Variable Ratio Sampling Scheme Control Charts // *Statistical Papers*. – 2009. – V. 52. – pp. 799–811.

#### REFERENCES

1. Kliachkin V.N. *Modeli i metody statisticheskogo kontrolya mnogoparametricheskogo tekhnologicheskogo protsessa* [Statistical Check Models and Methods of Multiparameter Technological Process]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2011. 196 p.

2. Kliachkin V.N., Zentsova E.A. Optimizatsiia statisticheskogo kontrolya mnogoparametricheskogo protsessa [Optimization of Multivariate Statistical Process Control]. *Radiotekhnika* [Radioengineering], 2016, no. 9, pp. 48–51.

3. Faraz A., Kazemzadeh R., Heuchenne C., Saniga E. The Optimal Design of the VSI Control Chart. *Journal of Iranian Statistical Society*, 2010, vol. 9, pp. 1–19.

4. Seif A., Faraz A., Heuchenne C., Saniga E. Statistically Adaptive Sampling Policy to the Hotelling's Control Chart: Markov Chain Approach. *Communications in Statistics: Theory and Methods*, 2016, vol. 45, pp. 3919–3929.

5. Zentsova E.A. Model minimizatsii zatrat dlia modifitsirovannoi kontrolnoi karty khotellinga [The Cost Minimization Model for the Modified Hottelling's Control Chart]. *Informatika, modelirovanie, avtomatizatsiia proektirovaniia. Sb. nauch. tr. VII Vseros. shkoly-seminara aspirantov, studentov i molodykh uchenykh IMAP-2015* [Informatics, Modelling, Computer-Aided Design. Proc. of the 7th Russian Workshop for Postgraduates, Students, and Young Scientists. IMAP-2015]. Ulyanovsk, UlSTU Publ., 2015, pp. 138–144.

6. Ovcharov A.E., Mamonova T.E. *Geneticheskie algoritmy v MatLab* [Genetic Algorithms in MatLab]. Tomsk, Izd-vo TPU Publ., 2014. 16 p.

7. Rotshtein A.P. *Intellektualnye tekhnologii identifikatsii: nechetkaia logika, geneticheskie algoritmy, neironnyye seti* [Intelligence Identification Technologies: Fuzzy Logic, Genetic Algorithms, Neural Networks]. Vinnitsa, Universum Publ., 1999. 320 p.

8. Torabian A., Moghadam M., Faraz A. Economically Designed Hotelling's Control Chart Using VSICL Scheme. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2010, vol. 35 (2), pp. 1–23.

9. Faraz A., Saniga E. Economic and Economic Statistical Design of Hotelling's Control Chart with Variable Sampling Intervals. *Quality and Reliability Engineering*, 2011, vol. 27 (2), pp. 125–139.

10. Mojtaba A., Moghadam M., Seif A., Nematollahi N. A Modified Economic-Statistical Design of Control Chart with Variable Sampling Intervals, Control Limits and Warning Lines. *Middle-East Journal of Scientific Research*, 2011, vol. 8 (6), pp. 1059–1069.

11. Seif A., Faraz A., Heuchenne C., Saniga E., Moghadam M. A Modified Economic-Statistical Design of the Control Chart with Variable Sample Sizes and Control Limits. *Journal of Applied Statistics*, 2011, vol. 38:11, pp. 2459–2469.

12. Zentsova E.A. Postroenie modeli zatrat dlia kontrolnoi karty Khotellinga [Costs Modelling for the Hottelling's Control Chart]. *Aktualnye napravleniia nauchnykh issledovaniy XXI veka. Teoriia i praktika* [Actual Research Tendencies of the 21th Century. Theory and Practice]. Voronezh, Morozov Voronezh State University of Forestry Engineering Publ., 2015, vol. 3, no. 8–3 (19–3), pp. 270–273.

13. Faraz A., Saniga E. Unification and Some Corrections to Markov Chain Approaches to Develop Variable Ratio Sampling Scheme Control Charts. *Statistical Papers*, 2009, vol. 52, pp. 799–811.