

УДК 621.396.96

К.К. Васильев, А.В. Маттис

СВЯЗАННЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ЦЕЛЕЙ

Васильев Константин Константинович, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РФ, член-корреспондент АН республики Татарстан, окончил радиотехнический факультет Ленинградского электротехнического института им. В.И. Ульянова (Ленина), заведующий кафедрой «Телекоммуникации» Ульяновского государственного технического университета. Имеет монографии, учебные пособия и статьи в области статистического синтеза и анализа информационных систем. [e-mail: vkk@ulstu.ru].



Маттис Алексей Валерьевич, кандидат технических наук, главный конструктор ФНПЦ АО «НПО «Марс», окончил машиностроительный факультет УлГТУ по специальности «Технология, оборудование и автоматизация машиностроительных производств» и аспирантуру УлГТУ. Имеет статьи в области моделирования и разработки АСУ. [e-mail: mars@mv.ru].

Аннотация

Предложены модели движения радиолокационных целей с заданием вектора скорости в связанной системе координат, включающие в качестве основных параметров линейное ускорение цели и скорости изменения курса и угла наклона траектории. Показано, что в отличие от существующих моделей в базовой (земной) системе координат указанные параметры не связаны с направлениями осей координат, используемых при сопровождении, и определяются типом цели. Приведены результаты численного моделирования движения радиолокационных целей с использованием моделей в базовой и связанной системах координат. Показано, что дополнительные трудности фильтрации траекторий, возникающие из-за нелинейного характера уравнений состояния и наблюдений, могут быть достаточно просто преодолены с помощью современных методов рекуррентного оценивания.

Ключевые слова: радиолокация, модели движения, связанная система координат, статистические методы, оценивание, марковские процессы.

Abstract

Models of radar target motion with the assignment of a velocity vector in a body axis coordinate system are proposed. These models include linear acceleration of the target and the rate of change in the course and the path angle as the basic characteristics. It is indicated that these characteristics are not related to the directions of the axes used while target tracking, and are determined by the type of the target compared to the existing models in the reference axis system (Earth-based coordinate system). The results of numerical simulation of the radar target motion using models built-up in the reference axis system and body axis coordinate system are presented. It is shown that the additional difficulties of path filtering resulting from the non-linear nature of the equations of state and surveillance may be easily obviated by the use of modern recursive estimation methods.

Key words: radiolocation, models of motion, body axis coordinate system, statistical methods, estimation, Markovian processes.

ВВЕДЕНИЕ

Создание алгоритмов траекторного сопровождения радиолокационных целей [1–5] основано на использовании математических моделей, с помощью которых можно с достаточной точностью аппроксимировать реальное движение цели и процесс ее наблюдения. Описание траекторий движения должно отражать динамические свойства различных типов движущихся объектов и обеспечивать возможность построения алгоритмов обработки радиолокационных наблюдений в реальном масштабе времени. Этим условиям удовлетворяет общепризнанное представление траекторий с помощью широкого класса векторных марковских последовательностей, заданных с помощью следующего стохастического уравнения [1–10]:

$$\bar{x}_i = \varphi_i \bar{x}_{i-1} + G_i \bar{u}_i + \vartheta_i \bar{\xi}_i, \quad i=1, 2, \dots, \quad (1)$$

где $\bar{x}_i = (x_i, y_i, z_i, v_{xi}, v_{yi}, v_{zi})^T$; x_i, y_i, z_i – декартовы координаты положения объекта; v_{xi}, v_{yi}, v_{zi} – проекции скорости на координатные оси; \bar{u}_i – детерминированный вектор управления траекторией; $\bar{\xi}_i$ – последовательность случайных величин (СВ) с ковариационными матрицами $V_{\xi_i} = M \{ \bar{\xi}_i \bar{\xi}_i^T \}$; $\varphi_i, G_i, \vartheta_i$ – соответствующие связующие матрицы. В зависимости от имеющейся априорной информации относительно характера траектории модели разделяют на три основных типа [1–3]. Наиболее часто используется описание движения цели при наличии только случайных возмущений $\bar{\xi}_i$ (случайных ускорений); в этом случае $\bar{u}_i \equiv \bar{0}$. Следует отметить, что даже в этом случае существует большое разнообразие моделей в связи с широким классом возможных видов случайных последовательностей $\bar{\xi}_i$. Второй тип моделей (1) предполагает задание, кроме случайных возмущений $\bar{\xi}_i$, детерминированного значения \bar{u}_i маневра с неизвестным временем осуществления [1–3]. Третий вариант (1) основан на описании детерминированной составляющей маневра \bar{u}_i в виде изменяющегося среднего случайного процесса.

Существенным недостатком известных моделей является привязка детерминированных \bar{u}_i и случайных $\bar{\xi}_i$ ускорений объекта наблюдения к базовой прямоугольной системе координат $OXYZ$. Понятно, что направление движения цели и ее возможные маневры, как правило, никак не соотносятся с искусственно введенными координатами.

Этот недостаток проявляется как в трудности задания параметров ускорений вдоль координат модели (1), так и в проблемах последующей траекторной обработки, осуществляющейся с учетом параметров, привязанных к осям ускорений. Вместе с тем, при управлении летательными аппаратами и морскими подвижными объектами широко используются системы координат, связанные с корпусом объекта или направлением его движения [11, 12]. В связи с этим в настоящей работе

решается актуальная научная задача разработки новых моделей траекторного изменения параметров для систем радиолокационного сопровождения целей, связанных с направлением движения цели и не зависящих от системы декартовых координат. При этом предполагается, что наблюдения производятся в декартовой системе. Если это не так, то должна обеспечиваться возможность перевода координат цели, наблюдаемых, например, в сферических координатах, в декартовую систему.

МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ С УСКОРЕНИЯМИ В ДЕКАРТОВОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Для пояснения принципиальных отличий известных и предлагаемых моделей запишем относительно простой частный случай уравнений (1) в форме, содержащей ускорения по каждой из координат в явном виде:

$$\begin{aligned} x_i &= x_{(i-1)} + v_{x(i-1)} T_i, \\ y_i &= y_{(i-1)} + v_{y(i-1)} T_i, \\ z_i &= z_{(i-1)} + v_{z(i-1)} T_i, \\ v_{xi} &= v_{x(i-1)} + a_x T_i \xi_{xi}, \\ v_{yi} &= v_{y(i-1)} + a_y T_i \xi_{yi}, \\ v_{zi} &= v_{z(i-1)} + a_z T_i \xi_{zi}, \quad i=1, 2, \dots, k. \end{aligned} \quad (2)$$

Действительно, переписывая уравнение для скорости цели по оси X в виде $(v_{xi} - v_{x(i-1)})/T_i = a_x \xi_{xi}$, получаем в левой части случайное ускорение на интервале времени между соседними отсчетами T_i . Предполагая ξ_{xi} стандартной гауссовской СВ, видим, что среднее квадратическое отклонение (СКО) ускорения равно a_x . Можно выбрать параметры a_x, a_y, a_z для различных типов целей по известным таблицам [1–5]. Заметим, что уравнения (2) можно записать в стандартной форме (1), если положить $V_{\xi_i} = E$,

$$\varphi_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_i & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\vartheta_i = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ a_x T_i & 0 & 0 \\ 0 & a_y T_i & 0 \\ 0 & 0 & a_z T_i \end{pmatrix}.$$

На рисунке 1 представлены характерные реализации траекторий, полученных с помощью уравнений (2) при различных значениях параметров $a_x = a_y = 1 \text{ м/с}^2$ (рис. 1 а) и $a_x = a_y = 2 \text{ м/с}^2$ (рис. 1 б).

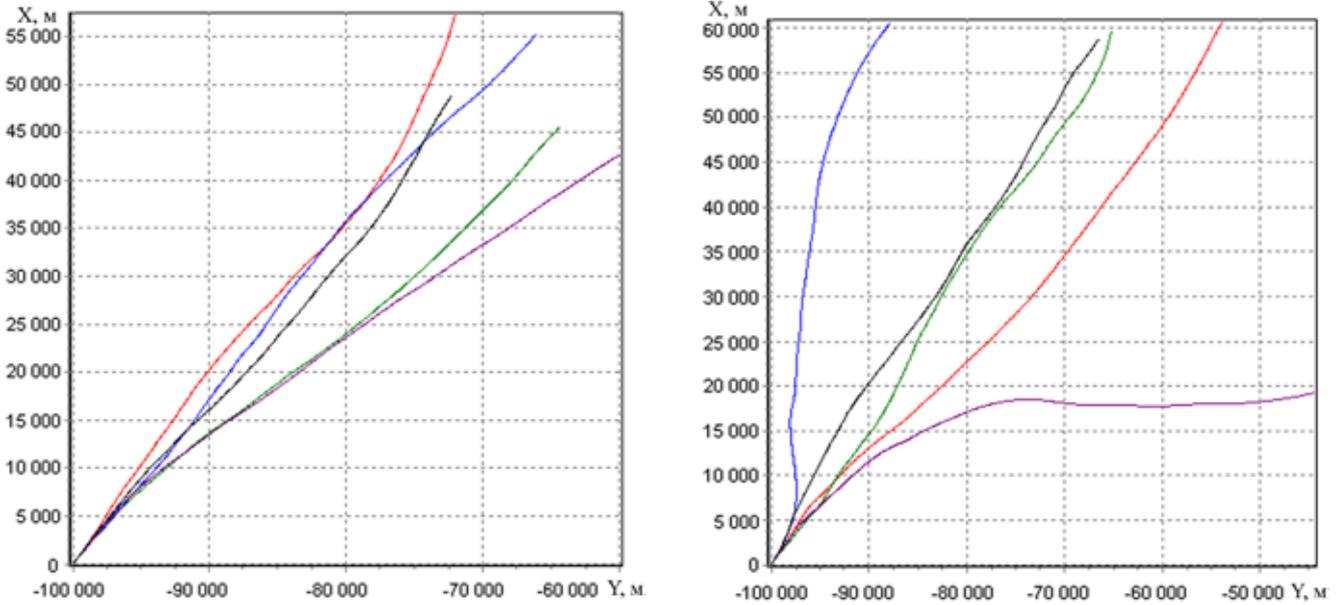


Рис. 1. Характерные траектории движения целей на плоскости

Возможно, было бы целесообразно ввести в модель (2) зависимости ускорений от скорости, т. е. записать изменение скорости в форме $v_{xi} = v_{x(i-1)} + v_{x(i-1)} \eta_x T_i \xi_{xi}$, где η_x представлял бы долю ускорения от величины скорости. Однако в этом случае модель становится нелинейной и алгоритмы фильтрации существенно усложняются. Еще один вариант определения параметров может быть связан с записью каждой пары уравнений (2) в форме [8–10]: $x_i = x_{x(i-1)} + v_{x(i-1)} T_i$, $v_{xi} = v_{x(i-1)} + \gamma_x \sigma_{xi} \xi_{xi}$, $i = 1, 2, \dots, k$, где $\sigma_{xi}^2 = v_{xo}^2 T_i / T_{np}$; v_{xo} – начальная скорость движения цели; T_{np} – заданное время, например 1000 с; ξ_{xi} , ξ_{yi} – гауссовские СВ с нулевыми средними и единичными дисперсиями. В этой формуле параметр $\gamma_x = \sigma_{vx} / v_{xo}$ определяет относительное среднее значение изменения скорости цели за время T_{np} , например за время обзора радиолокационной станции. Если $\gamma_x = 0$, то $v_{xi} = v_{xo}$, т. е. скорость не изменится. При $\gamma_x = 0,01$ – скорость изменится на 1% и т. д.

Модели движения целей с ускорениями в связанной системе координат

Пусть скорость изменения положения летательного аппарата задается в связанной системе координат (рис. 2). Необходимо задать изменение путевой скорости V_i и двух углов – курса K_i , отсчитываемого от оси X по часовой стрелке, и угла наклона траектории (угла набора высоты) $\varphi_i \in (-0,5\pi; 0,5\pi)$, отсчитываемого от проекции вектора скорости на горизонтальную плоскость OXY ; $\varphi_i > 0$, если $v_{zi} > 0$.

Изменение этих параметров зададим следующими уравнениями авторегрессии:

$$\begin{aligned} V_i &= V_{i-1} + \gamma_{vi} \xi_{vi}, \\ K_i &= K_{i-1} + \gamma_{Ki} \xi_{Ki}, \\ \varphi_i &= \varphi_{i-1} + \gamma_{\varphi i} \xi_{\varphi i}, \end{aligned} \tag{3}$$

где ξ_{vi} , ξ_{Ki} , $\xi_{\varphi i}$ – стандартные гауссовские независимые СВ.

Определим параметры γ_{vi} , γ_{Ki} , $\gamma_{\varphi i}$ стохастических уравнений (3), исходя из типовых характеристик динамики движения объектов. Перепишем первое уравнение в следующем виде: $(V_i - V_{i-1}) / T_i = \gamma_{vi} \xi_{vi} / T_i$. Левая часть равна ускорению объекта на интервале времени $T_i = t_i - t_{i-1}$. Среднее значение ускорения равно нулю, а СКО $a = \gamma_{vi} / T_i$. Таким образом, параметр γ_{vi} можно выбрать исходя из предполагаемого значения СКО: $\gamma_{vi} = a T_i$. Переписывая аналогичным образом уравнение (17) для скорости изменения курса цели $(K_i - K_{i-1}) / T_i = \gamma_{Ki} \xi_{Ki} / T_i$, можно выбрать параметр γ_{Ki} исходя из СКО v_K скорости изменения курса: $\gamma_{Ki} = v_K T_i$.

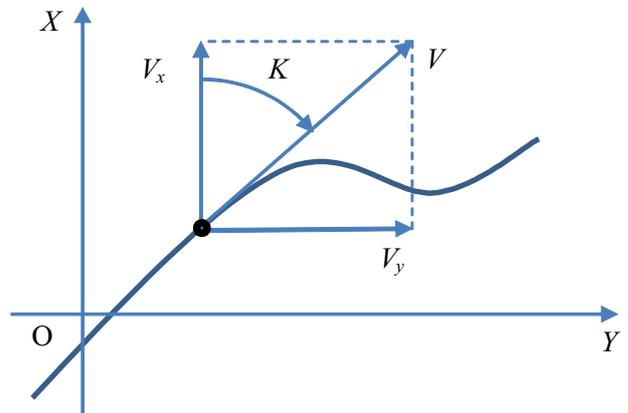


Рис. 2. Задание скорости в связанной системе координат

Точно так же и $\gamma_{\phi_i} = v_{\phi} T_i$, где v_{ϕ} – СКО скорости возможного изменения угла наклона траектории рассматриваемого класса целей. Заметим, что размерность СКО ускорения м/с², а СКО скоростей – рад/с.

С учетом введенных обозначений уравнения (3) перепишутся в виде:

$$\begin{aligned} V_i &= V_{i-1} + aT_i \xi_{vi} \\ K_i &= K_{i-1} + v_K T_i \xi_{Ki} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\phi_i = \phi_{i-1} + v_{\phi} T_i \xi_{\phi i}$$

или в векторной форме:

$$\bar{V}_i = \bar{V}_{i-1} + \mathfrak{G}_i \bar{\xi}_{Ki}$$

где $\bar{V}_i = (V_i K_i \phi_i)^T$,

$$\bar{\xi}_{Ki} = (\xi_{vi} \xi_{Ki} \xi_{\phi i})^T,$$

$$\mathfrak{G}_i = \text{diag}(aT_i v_K T_i v_{\phi} T_i).$$

После задания вектора скорости возможны два подхода к полному определению моделей движения целей для решения задач имитации траекторий, прогнозирования и фильтрации.

Первый подход состоит в прямом введении скоростей и углов в связанных с движением цели координатах в вектор состояния $\bar{x} = (x_i y_i z_i V_i K_i \phi_i)^T$:

$$\begin{aligned} x_i &= x_{(i-1)} + T_i V_{i-1} \cos \phi_{i-1} \cos K_{i-1}, \\ y_i &= y_{(i-1)} + T_i V_{i-1} \cos \phi_{i-1} \sin K_{i-1}, \\ z_i &= z_{(i-1)} + T_i V_{i-1} \sin \phi_{i-1}, \\ V_i &= V_{i-1} + aT_i \xi_{vi}, \\ K_i &= K_{i-1} + v_K T_i \xi_{Ki}, \\ \phi_i &= \phi_{i-1} + v_{\phi} T_i \xi_{\phi i}. \end{aligned} \quad (5)$$

При этом предполагается, что проекции скорости движения на координатные оси определяются по формулам:

$$\begin{aligned} v_{xi} &= V_i \cos \phi_i \cos K_i, \\ v_{yi} &= V_i \cos \phi_i \sin K_i, \end{aligned}$$

$$v_{zi} = V_i \sin \phi_i.$$

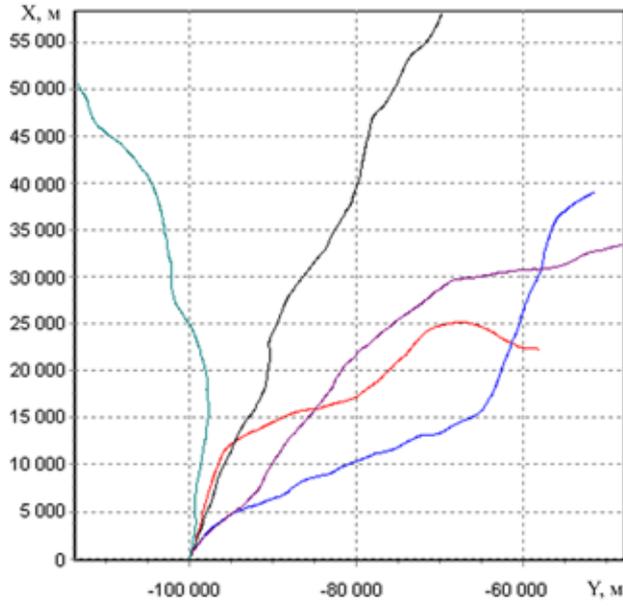
На рисунке 3 представлены характерные реализации, полученные с помощью связанной модели при двух значениях параметров $a=1\text{м/с}^2$, $v_K=3\text{град/с}$ (рис. 3 а) и $a=1\text{м/с}^2$, $v_K=6\text{град/с}$ (рис. 3 б). Анализ представленных кривых и многих других реализаций показывает лучшее сходство с реальными траекториями движения маневрирующих воздушных целей. Очень важно, что для рассматриваемых связанных моделей необходимо задать параметры a , v_K , v_{ϕ} , не зависящие от направления координатных осей и связанные только с типом цели.

Предложенная модель имеет два существенных отличия от классической линейной модели (1), (2). Прежде всего, уравнения (5) относятся к классу векторных нелинейных стохастических разностных уравнений [4–10]:

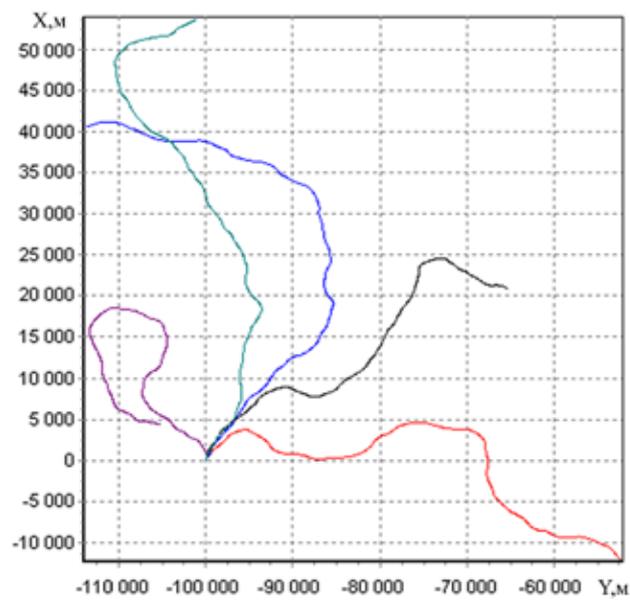
$$\bar{x}_i = \mathcal{O}_i \bar{x}_{i-1} + \mathfrak{G}_i(\bar{x}_{i-1}) \bar{\xi}_i, \quad i=1, 2, \dots, k, \quad (6)$$

где $\mathfrak{G}_i(\bar{x}_{i-1})$ – 6×3 матричная функция вектора состояния \bar{x}_{i-1} . Вторая особенность заключается в наличии трех ненаблюдаемых компонент $\bar{V}_i = (V_i K_i \phi_i)$ вектора состояния $\bar{x}_i = (x_i y_i z_i V_i K_i \phi_i)^T$. Это усложняет решение задачи фильтрации, особенно при одновременном наблюдении координат и доплеровских проекций скорости. В этом случае необходимо применить фильтр для нелинейной модели наблюдений $\bar{z}_{xi} = h(\bar{x}_i) + \bar{n}_i$ [4, 6].

Второй подход позволяет исключить ненаблюдаемые компоненты скорости и заключается в квазилинеаризации уравнений для проекций новых координат на оси декартовой системы. Для этого учтем обычно малую (в среднеквадратическом) величину случайных



а)



б)

Рис. 3. Вид траекторий для связанных моделей

добавок $(aT_i \xi_{y_i} \ v_K T_i \xi_{K_i} \ v_\phi T_i \xi_{\phi_i})$ и запишем на основе (4) следующие нелинейные уравнения авторегрессии для вектора состояния $\bar{x}_i = (x_i \ y_i \ z_i \ v_{xi} \ v_{yi} \ v_{zi})^T$:

$$\begin{aligned} x_i &= x_{(i-1)} + v_{x(i-1)} T_i \\ y_i &= y_{(i-1)} + v_{y(i-1)} T_i \\ z_i &= z_{(i-1)} + v_{z(i-1)} T_i \\ \bar{v}_{xi} &= \bar{v}_{x(i-1)} + I_{xK} (\bar{v}_{x(i-1)}) \Theta_{Vi} \bar{\xi}_{Ki} \end{aligned} \quad (7)$$

где $\bar{v}_{xi} = (v_{xi} \ v_{yi} \ v_{zi})^T$,

$$\begin{aligned} I_{xK} (\bar{v}_{x(i-1)}) &= \frac{d\bar{v}_{xi}}{dV_i} (\bar{v}_{xi} = \bar{v}_{x(i-1)}) = \\ &= \begin{pmatrix} \partial v_{xi} / \partial V_i & \partial v_{xi} / \partial K_i & \partial v_{xi} / \partial \phi_i \\ \partial v_{yi} / \partial V_i & \partial v_{yi} / \partial K_i & \partial v_{yi} / \partial \phi_i \\ \partial v_{zi} / \partial V_i & \partial v_{zi} / \partial K_i & \partial v_{zi} / \partial \phi_i \end{pmatrix} (\bar{v}_{xi} = \bar{v}_{x(i-1)}) = \\ &= \begin{pmatrix} v_{x(i-1)} / V_{(i-1)} & -v_{y(i-1)} & -v_{z(i-1)} \cos K_{i-1} \\ v_{y(i-1)} / V_{(i-1)} & v_{x(i-1)} & -v_{z(i-1)} \sin K_{i-1} \\ v_{z(i-1)} / V_{(i-1)} & 0 & v_{nl(i-1)} \end{pmatrix}, \\ V_{(i-1)} &= \sqrt{v_{x(i-1)}^2 + v_{y(i-1)}^2 + v_{z(i-1)}^2}, \\ v_{nl(i-1)} &= \sqrt{v_{x(i-1)}^2 + v_{y(i-1)}^2}, \\ \cos K_{i-1} &= \frac{v_{x(i-1)}}{v_{nl(i-1)}}; \cos \phi_{i-1} = \frac{v_{nl(i-1)}}{V_{i-1}}. \end{aligned}$$

Таким образом, уравнения в связанных координатах «встраиваются» в линейную модель (2) за счет соответствующим образом подобранной ковариационной матрицы преобразованного порождающего процесса $I_{xK} (\bar{v}_{x(i-1)}) \Theta_{Vi} \bar{\xi}_{Ki}$. Важно, что при столь значительных изменениях в модели траектории (2) в уравнениях фильтрации по методу инвариантного погружения [4, 6, 8] изменится только формула для ковариационной матрицы ошибок прогнозирования. Предложенная во втором подходе модель, в отличие от первого, является приближенной, однако более подходящей для применения в алгоритмах фильтрации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенные модели с заданием вектора скорости в связанной системе координат включают в качестве основных параметров линейное ускорение цели и скорости изменения курса и угла наклона траектории. Важно, что эти параметры определяются типом цели и не связаны с направлениями осей координат, используемых при сопровождении. Дополнительные трудности фильтрации траекторий, возникающие из-за нелинейного характера предложенных моделей, могут быть достаточно просто преодолены с помощью современных

методов рекуррентного оценивания [3–6]. Дальнейшее расширение класса связанных моделей осуществляется очевидным образом с помощью введения в уравнение состояния детерминированных воздействий с неизвестным временем появления или другими, более общими неопределенными характеристиками. Дальнейшими направлениями исследования являются разработка и моделирование алгоритмов траекторной фильтрации сигналов от нескольких типов целей с использованием многомодельного подхода с различными значениями параметров для каждого класса целей [5–9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Радиотехнические системы : учебник для студентов вузов / Ю.М. Казаринов [и др.] ; под ред. Ю.М. Казаринова. – М. : Издательский центр «Академия», 2008. – 592 с.
2. Bar-Shalom Y., Li X.R., Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation. – Wiley & Sons, 2001.
3. Li X.R., Jilkov V.P. Survey of maneuvering target tracking Part 1: Dynamic models // IEEE Trans on AES. – 2003. – № 4. – pp. 1333–1364.
4. Сейдж Э.П., Мелс Дж. Теория оценивания и её применение в связи и управлении / пер. с англ. ; под ред. Б.Р. Левина. – М. : Связь, 1976. – 495 с.
5. Коновалов А.А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации. Ч. 2. – СПб. : Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. – 180 с.
6. Васильев К.К. Байесовское различие и оценивание случайных последовательностей // Радиотехника и электроника. – 1985. – Т. 30, № 3. – С. 476–485.
7. High Maneuvering Target Tracking Based on Self-adaptive Interaction Multiple-Model / Jie Jia, Ke Lu, Jing Wang, Rui Zhai, Yong Yang // Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology. – 2013. – № 5 (10). – pp. 37–41.
8. Васильев К.К. Оптимальная обработка сигналов в дискретном времени : учеб. пособие. – М. : Радиотехника, 2016. – 288 с.
9. Васильев, К.К., Лучков Н.В. Траекторная обработка на основе нелинейной фильтрации // Автоматизация процессов управления. – 2017. – № 1 (47). – С. 4–9.
10. Васильев, К.К., Лучков Н.В., Саверкин О.В. Сравнительный анализ алгоритмов траекторной фильтрации // Радиотехника. – 2017. – № 6. – С. 27–31.
11. Лукомский Ю.А., Пешехонов В.Г., Скороходов Д.А. Навигация и управление движением судов : учебник. – СПб. : «Элмор», 2002. – 360 с.
12. Васильев К.К., Маттис А.В. Моделирование и оптимизация систем управления движением морских подвижных комплексов // Автоматизация процессов управления. – 2010. – № 2 (20). – С. 13–19.