УДК 531.36:534.1

А.С. Андреев, О.А. Перегудова

НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ[1]

Андреев Александр Сергеевич, *доктор физико-математических наук, профессор, окончил механико-математический факультет Ташкентского государственного университета. Заведующий кафедрой «Информационная безопасность и теория управления» Ульяновского государственного университета. Имеет статьи, учебные пособия, монографию в области теории устойчивости и управления движением механических систем. [e-mail: AndreevAS@ulsu.ru].*

Перегудова Ольга Алексеевна, *доктор физико-математических наук, доцент, окончила механико-математический факультет УлГУ. Профессор кафедры «Информационная безопасность и теория управления» УлГУ. Имеет статьи, учебные пособия, монографию в области теории устойчивости и управления движением механических систем. [e-mail: peregudovaoa@sv.ulsu.ru].*

Аннотация

В статье решены задачи о стабилизации программного положения голономной механической системы на основе построения нелинейных регуляторов интегрального и интегро-дифференциального типов. Условия практического применения манипуляторов в промышленности приводят к необходимости проведения исследований по изменению классических пропорционально-интегральных и пропорционально-интегро-дифференциальных регуляторов путем включения нелинейных функций в их структуру, что позволяет определять условия нелокальной стабилизации с оценкой области притяжения. В работе построены новые модели нелинейных регуляторов с измерением и без измерения скоростей. Найденный закон управления интегрального типа представляет собой сумму следующих членов: силу, компенсирующую неуправляемые силы в заданном положении, пропорциональную и интегральную составляющие в виде нелинейных функций от отклонений по координатам. Добавлением нелинейной дифференциальной составляющей получен новый закон управления интегро-дифференциального типа. При неточном значении компенсатора построенные регуляторы обеспечивают стабилизацию неточного положения, что является допустимым для индустриальных манипуляторов. Основное отличие полученных результатов от известных состоит в использовании интегральной составляющей как эредитарной силы с бесконечным действием. В качестве примера решена задача стабилизации программного положения плоского трехзвенного манипулятора, управляемого при помощи трех независимых электроприводов постоянного тока.

Ключевые слова: механическая система, стабилизация, программное положение, нелинейный регулятор, функционал Ляпунова.

Abstract

The stabilization problems of the program position of a holonomic mechanical system are solved by constructing nonlinear regulators of integral and integro-differential types in the article. The conditions for the practical application of manipulators in industry lead to the need of holding explorations on variation of the classical proportional integral and proportional integro-differential regulators by including nonlinear functions in their structure, which makes it possible to determine the conditions for nonlocal stabilization with estimation of the attraction domain. New models of nonlinear regulators with and without measurement of velocities are constructed in the paper. The obtained control law of integral type is

1 Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-08482) и Минобрнауки РФ в рамках Государственного задания по базовой части НИР (№ 9.5994.2017/БЧ).

the sum of the following terms: the force which compensates uncontrolled forces in a given position, proportional and integral components in the form of nonlinear functions from deviations in coordinates. By adding a nonlinear differential component, a new control law of the integro-differential type is obtained. The regulators provide stabilization property for the inaccurate position, which is permissible for industrial manipulators with an inaccurate value of the compensator. The main difference between the results obtained in the paper and the known ones is the use of an integral component as a hereditary force with an infinite action. As an example, the problem on stabilization of a program position is solved for a planar three-link manipulator controlled by three independent electric DCs.

Key words: mechanical system, stabilization, program position, nonlinear regulator, Lyapunov functional.

Введение

В автоматизации управления техническими системами и технологическими процессами широко применяются пропорционально-дифференциальные (ПД), пропорционально-интегральные (ПИ) и пропорционально-интегро-дифференциальные (ПИД) регуляторы. Такие регуляторы используются почти во всех контурах управления, они позволяют достичь цели для большинства процессов [1–3]. Нелинейность управляемой системы, изменение ее параметров, изменение целей управления приводят к необходимости постоянной или периодической настройки и перенастройки регуляторов. Развитие вычислительной техники, появление в связи с этим программных продуктов по автоматической настройке не решают полностью проблему эффективного применения таких регуляторов. Этот факт послужил целью издания и переиздания справочника [2], включающего в себя свыше 1700 методов синтеза ПИД-регуляторов.

Решение указанных проблем в применении регуляторов может быть достигнуто путем изменения их структуры с более адекватным математическим моделированием управляемой системы или процесса.

В задачах моделирования и конструирования управляемых механических систем наибольшее применение ПД- и ПИД-регуляторы получили при разработке манипуляционных систем роботов, механических подсистем робототехнических систем. При этом иные методы и алгоритмы разработки структур управления такими системами до настоящего времени имели относительно малое практическое применение [3].

Применение ПД-регуляторов в управлении роботами с целью стабилизации их установившихся движений в достаточной степени основано на классических результатах об устойчивости и стабилизации положений равновесия и стабилизации движений механических систем [4]. Решение задачи о стабилизации программного неустановившегося движения (в иной терминологии задачи отслеживания траектории) является более сложным (см. [5, 6]). Работы по непосредственному применению ПИ-регуляторов в управлении манипуляционными системами до последнего времени отсутствовали. В определенной степени к ним могут быть отнесены работы по стабилизации движений без измерения скоростей посредством применения фильтров [7–9]. Работы [10, 11] положили начало исследованиям по непосредственному применению ПИ-регуляторов в задачах управления механическими системами.

Широкое применение ПИД-регуляторов в управлении роботами стимулировало интенсивные теоретические и прикладные исследования [12–19].

Целью настоящей статьи является математическое обоснование методов и алгоритмов конструирования нелинейных регуляторов нового типа для управления движениями механических, в том числе, манипуляционных систем.

1 Постановка задачи

Рассмотрим управляемую механическую систему с голономными связями, описываемую уравнениями Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right)-\frac{\partial T}{\partial q}=Q+U, \tag{1}$$

где $q\in R^n$ – вектор обобщенных координат,

$T=\dot{q}'A(q)\dot{q}/2$ – кинетическая энергия системы,

$A(q)\in R^{n\times n},\ A(q)=(a_{jk}\ (q))$ – соответствующая инерционная матрица,

$Q=Q\ (t,\ q,\ \dot{q})$ и U – соответствующие обобщенные векторы неуправляемых и управляемых сил, штрихом обозначена операция транспонирования,

$\|q\|=\sqrt{q_1^2+q_2^2+...+q_n^2}$ – евклидова векторная норма.

Рассмотрим задачу о стабилизации программной позиции системы (1), за которую, без ограничения общности, можем принять нулевое положение

$$\dot{q}=0, q=0. \tag{2}$$

Примем, что управляющая сила U компенсирует неуправляемую в этом положении, т. е. $U=U_0(t)+U_1$, где $U_0(t)=Q_0(t)=Q(t,0,0)$.

Задача о стабилизации положения (2) решается посредством управляющего воздействия U_1 в зависимости от действия некомпенсированной неуправляемой силы $Q_1=Q-Q_0(t)$. Таким образом, применяется классическая постановка задачи об управлении нелинейными системами [20].

Действие силы Q_1 можно разложить на действие совокупности гироскопических и диссипативно-ускоряющих сил $Q_2(t,\ q,\ \dot{q})$ и совокупности потенциальных и неконсервативных позиционных сил $Q_3(t,\ q)$ [21]:

$$Q_1(t, q, \dot{q}) = Q_2(t, q, \dot{q}) + Q_3(t, q),$$
$$Q_2(t, q, 0) \equiv Q_3(t, q) \equiv 0.$$

Будем полагать, что все составляющие системы (1) определены, непрерывны и удовлетворяют условиям, предъявляемым к системе (1) в области $R^+ \times G$, $G = \{(q, \dot{q}) \in R^{2n} : \| q \| < H, \| \dot{q} \| < H\}, 0 < H \le +\infty$.

Рассмотрим задачу о стабилизации положения (2) под действием компенсатора неуправляемых сил и нелинейных регуляторов интегрального и интегро-дифференциального типов (ПИ- и ПИД-регуляторов) в зависимости от воздействий $Q_2(t, q, \dot{q})$ и $Q_3(t, q)$.

2 Решение задачи о стабилизации программной позиции при помощи регулятора интегрального типа

Положим, что сила $Q_2(t, q, \dot{q})$ представляет собой действие диссипативной и гироскопических сил, т. е. $Q_2(t, q, \dot{q})'\dot{q} \le 0$.

Допустим, что на основе непрерывного измерения обобщенных координат можно составить управление вида:

$$U = Q_0(t) - \left(f_q\left(q(t)\right)\right)' \times \int_0^t P(\nu - t)\Big(f\left(q(t)\right) - f\left(q(\nu)\right)\Big) d\nu + U_2\left(t, q(t)\right), \tag{3}$$

составляющие которого таковы, что:

$$U_2(t,q) + Q_3(t,q) = -\frac{\partial \Pi(t,q)}{\partial q}, \tag{4}$$

где потенциальная функция $\Pi = \Pi(t,q)$ $(\Pi \in C^1([0, +\infty) \times R^n \to R)$, $\Pi(t,0) \equiv 0)$ является невозрастающей по времени, $\partial \Pi(t,q)/\partial t \le 0$; функция $f = f(q)$ $(f \in C^{-1}(R^n \to R^n))$ имеет конечное число прообразов в ограниченной области $\{q \in R^n : \| q \| \le H_1 < +\infty\}$, или уравнение $f(q) = c$ $(c = \text{const})$ имеет конечное число решений в этой области; $f_q = \partial f / \partial q$, симметричная матрица $P = P(s)$ $(P \in C^{-1}(R^- \to R^{n \times n}))$ и ее производная $\partial P(s)/\partial s$ удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\alpha_1(s) \| x \|^2 \le x' P(s) x \le \alpha_2(s) \| x \|^2,$$
$$x'\big(\partial P(s)/\partial s\big) x \ge \alpha_3(s) \| x \|^2 \quad \forall x \in R^n,$$

где скалярные непрерывные положительные функции $\alpha_1 = \alpha_1(s)$, $\alpha_2 = \alpha_2(s)$ и $\alpha_3 = \alpha_3(s)$ определены при всех $s \in R^-$ и удовлетворяют неравенству

$$\int_{-\infty}^0 \alpha_l(\nu) d\nu < +\infty, \quad l = 1,2,3.$$

Для производной функционала

$$V = \frac{1}{2}\dot{q}'(t) A\left(q(t)\right) \dot{q}(t) + \Pi\left(t, q(t)\right) + \frac{1}{2}\int_0^t \Big(f\left(q(t)\right) - f\left(q(\tau)\right)\Big)' P(\nu - t) \Big(f\left(q(t)\right) - f\left(q(\tau)\right)\Big) d\nu$$

в силу (1) при управлении (3) находим

$$\dot{V} = Q_1'\dot{q} + \frac{\partial \Pi\left(t, q(t)\right)}{\partial q} - \frac{1}{2}\int_0^t \Big(f\left(q(t)\right) - f\left(q(\nu)\right)\Big)' \left.\frac{\partial P(s)}{\partial s}\right|_{s = \nu - t} \Big(f\left(q(t)\right) - f\left(q(\nu)\right)\Big) d\nu \le -W =$$
$$= -\frac{1}{2}\int_0^t \alpha_3(\nu - t) \Big\| f\left(q(t)\right) - f\left(q(\nu)\right) \Big\|^2 d\nu \le 0.$$

Уравнения, предельные к (1), (3), имеют вид [10]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q_1^*(t, q, \dot{q}) + U_1^*, \tag{5}$$

где $U_1^* = -\Pi_q^*\left(t, q(t)\right) - \left(f_q\left(q(t)\right)\right)' \times \int_{-\infty}^t P(\nu - t)\Big(f\left(q(t)\right) - f\left(q(\nu)\right)\Big) d\nu.$

Находим, что множество

$$\{W = 0\} = \{q = q(t) : q(\nu) = q(t), \ -\infty < \nu \le t\}$$

содержит лишь те решения уравнения (5), для которых

$$\Pi_q^*\left(t, q(t)\right) \equiv 0.$$

На основании теоремы из [10] имеем следующий результат.

Утверждение 1. Пусть управление (3) таково, что имеют место соотношения:

1) $a_1(\|q\|) \le \Pi(t, q) \le a_2(\|q\|)$;

2) $\|\partial \Pi(t,q)/\partial q\| \ge \Pi_0(q) \ge 0$,

$\Pi_0(q) = 0 \Leftrightarrow q = 0$.

Тогда нулевое решение (2) замкнутой системы (1), (3) асимптотически устойчиво.

3 Решение задачи о стабилизации программной позиции при помощи регулятора интегро-дифференциального типа

Рассмотрим закон управления в виде:

$$U = -F_U\big(t, q(t), \dot q(t)\big) - \int_0^t P(\nu - t) g\big(q(\nu)\big) d\nu, \qquad (6)$$

где $F_U \in C,\quad F_U(t,q,0) \equiv 0,\quad P \in C(R^- \to \mathrm{R}^{n\times n})$, $g \in C^1(R^n \to \mathrm{R}^n)$, $g(0)=0$, $\|P(s)\| \le p_0(s)$, $\int_{-\infty}^{0} s p_0(s) ds < +\infty.$

Преобразуем представление (6) к виду:

$$U = -F_U\big(t, q(t), \dot q(t)\big) - P_0(t) g\big(q(t)\big) + \\ + \int_0^t P(\nu - t) \int_\nu^t \frac{\partial g\big(q(s)\big)}{\partial q} \dot q(s) ds d\nu,$$

где $P_0(t) = \int_0^t P(\nu - t) d\nu = \int_{-t}^{0} P(s) ds.$

Положим, что составляющие управления (6) подобраны следующим образом. Имеет место следующая структура совместного действия силы $Q(t,\,q,\,0)$ и интегральной составляющей

$$Q(t,q,0) - P_0(t) g(q) = -\mu(t) \frac{\partial \Pi(t,q)}{\partial q}, \qquad (7)$$

где параметр $\mu \in C^1$ ограничен, $0 < \mu_0 \le \mu(t) \le \mu_1$, потенциальная функция $\Pi = \Pi(t,q)$ является невозрастающей по $t \in R^+$, $\partial \Pi(t,q)/\partial t \le 0$.

Для совместного действия силы $Q_2\ (t,q,\dot q)$ и $F_u(t,q,\dot q)$ имеет место следующая оценка:

$$2\mu(t)\dot q'(Q_2(t,q,\dot q) - F_U(t,q,\dot q)) - \\ \dot\mu(t) A(q)\dot q \le -\dot q' F_{(0)}(t,q)\dot q. \qquad (8)$$

При этом может быть подобрана некоторая симметричная матрица $R \in C^1(R^- \to R^{n\times n})$, для которой при всех $s \in R^-$ и $x \in R^n$ выполнены соотношения:

$$0 \le x' R(s) x \le \beta_1(s)\|x\|^2, \\ \beta_2(s)\|x\|^2 \le x' \left(\frac{\partial R(s)}{\partial s}\right) x \le \beta_1(s)\|x\|^2, \qquad (9а) \\ \beta_k(s) > 0 \quad \forall s \le 0, \\ \int_{-\infty}^{0} s\beta_k(s) ds < +\infty \ (k=1,2), \int_{-\infty}^{0} \frac{s p_0^2(s)}{\beta_1(s)} ds < +\infty,$$

$$x'\left(F_{(0)}(t,q) - \mu^2(t)\left(\frac{\partial g(q)}{\partial q}\right)' \int_0^t R(\nu - t) d\nu \left(\frac{\partial g(q)}{\partial q}\right) + \right. \\ \left. + \int_0^t (t-\nu) P'(\nu - t)\left(\left.\frac{\partial R(s)}{\partial s}\right|_{s=\nu - t}\right)^{-1} P(\nu - t) d\nu \right) x \ge \\ \ge \beta_0 \|x\|^2 \qquad (\beta_0 = \mathrm{const} > 0). \qquad (9б)$$

Исследуем устойчивость посредством функционала Ляпунова:

$$V = T\big(t, q(t), \dot q(t)\big)/\mu(t) + \Pi\big(t, q(t)\big) + \\ + \frac{1}{2}\int_0^t \int_\nu^t \left(\frac{\partial g\big(q(s)\big)}{\partial q} \dot q(s)\right)' R(\nu - t) \times \qquad (10) \\ \times \left(\frac{\partial g\big(q(s)\big)}{\partial q} \dot q(s)\right) ds d\nu.$$

Вычислим производную по времени функционала (10) в силу замкнутой системы (1), (6). Получим

$$\dot V = \frac{\partial \Pi\big(t, q(t)\big)}{\partial t} - \frac{\dot\mu(t)}{\mu^2(t)} T\big(t, q(t), \dot q(t)\big) + \frac{1}{\mu(t)}\Big(Q_2\big(t, q(t), \dot q(t)\big)\Big)' + \frac{1}{\mu(t)}\Big(F_U\big(t, q(t), \dot q(t)\big)\Big)' + \\ + \frac{1}{\mu(t)} \int_0^t \dot q'(t) P(\nu - t) \int_\nu^t \frac{\partial g\big(q(s)\big)}{\partial q} \dot q(s) ds d\nu + \frac{1}{2}\int_0^t \left(\frac{\partial g\big(q(t)\big)}{\partial q} \dot q(t)\right)' R(\nu - t)\left(\frac{\partial g\big(q(t)\big)}{\partial q} \dot q(t)\right) d\nu + \\ + \frac{1}{2}\int_0^t \int_\nu^t \left(\frac{\partial g\big(q(s)\big)}{\partial q} \dot q(s)\right)' \left.\frac{\partial R(s)}{\partial s}\right|_{s=\nu - t} \left(\frac{\partial g\big(q(s)\big)}{\partial q} \dot q(s)\right) ds d\nu.$$

Отсюда, согласно (8), (9а) и (9б), получим оценку:

$$\dot V \le \frac{1}{2\mu^2(t)} \dot q'(t)\left(-F_{(0)}\big(t, q(t), \dot q(t)\big) + \mu^2(t)\left(\frac{\partial g\big(q(t)\big)}{\partial q}\right)' \int_0^t (\nu - t) d\nu \left(\frac{\partial g\big(q(t)\big)}{\partial q}\right) - \right. \\ \left. - \int_0^t (t-\nu) P'(\nu - t)\left(\left.\frac{\partial R(s)}{\partial s}\right|_{s=\nu - t}\right)^{-1} P(\nu - t) d\nu \right) \dot q(t) \le -\frac{\beta_0}{2\mu_1^2}\|\dot q\|^2 \le 0.$$

Задача о предельном поведении движений системы (1), устойчивости ее положения равновесия (2) под действием управления (6) при условиях (7)–(9) сводится к требованиям определенной положительности функционала (10) и отсутствия ненулевых решений предельных уравнений (5) на множестве $\{\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \ldots = \dot{q}_n = 0\}$.

Соответственно выводим справедливость утверждения 1 для системы (1) под действием управления (6) при условиях (7)–(9).

4 Пример

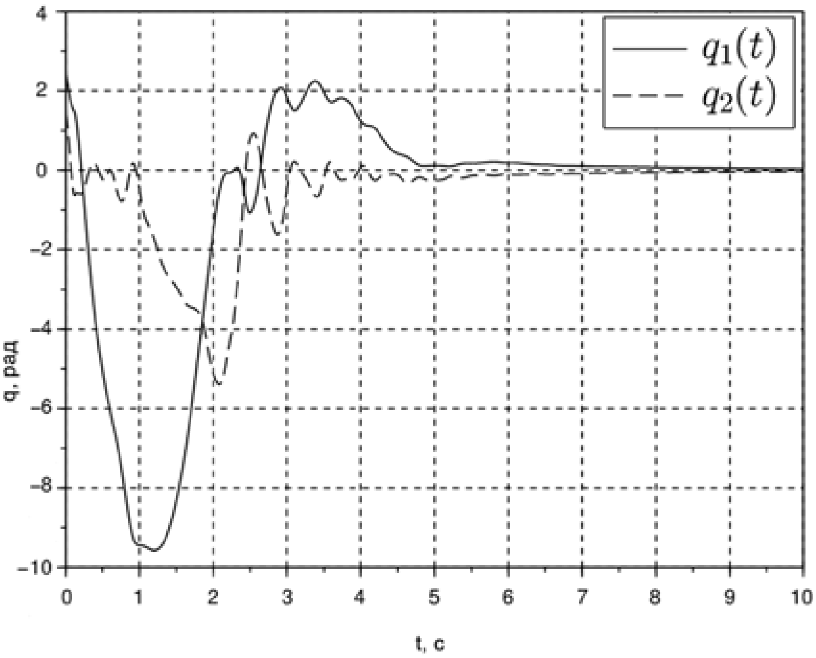

Рис. 1. Зависимость углов поворота первого и второго звеньев от времени при управлении (12)

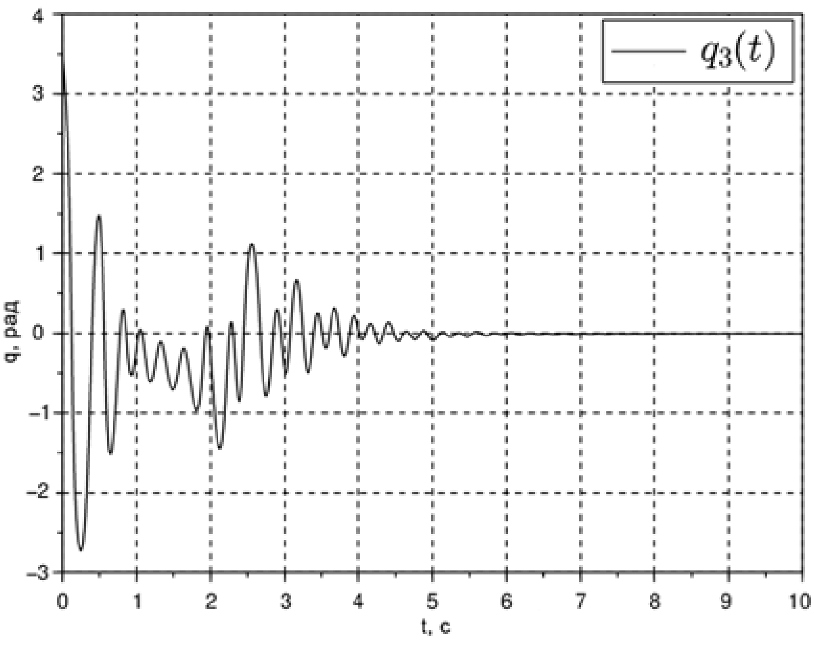

Рис. 2. Зависимость угла поворота третьего звена от времени при управлении (12)

Рассмотрим задачу об управлении плоским манипулятором на неподвижном основании [22]. Манипулятор состоит из трех абсолютно жестких звеньев. Элементы конструкции соединены тремя цилиндрическими шарнирами O_1, O_2 и O_3, позволяющими манипулятору вращаться в горизонтальной плоскости. Положение системы определяется тремя угловыми координатами, q_1 – угол поворота первого шарнира относительно вертикальной оси O_1x, q_2 и q_3 – углы поворота второго и третьего шарниров относительно предыдущего.

Используем те же обозначения, что и в [22]: m_k, l_k, l_{c_k} и I_k есть, соответственно, масса, длина, расстояние от k-го шарнира до центра масс и момент инерции k-го звена относительно его центра масс $(i = 1, 2, 3)$.

$$\theta_1 = m_1 l_{c_1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1,\ \theta_2 = m_2 l_{c_2}^2 + I_2,$$

$$\theta_3 = m_2 l_1 l_{c_2},\ \theta_4 = I_3 + m_3(l_{c_3}^2 + l_1^2 + l_2^2),$$

$$\theta_5 = m_3 l_1 l_{c_3},\ \theta_6 = m_3 l_2 l_{c_3},\ \theta_7 = m_3 l_1 l_2,$$

$$\theta_8 = I_3 + m_3(l_{c_3}^2 + l_2^2),\ \theta_9 = I_3 + m_3 l_{c_3}^2.$$

При отсутствии действующих сил система имеет положения равновесия $\dot{q}_k = 0, \quad q_k = q_k^0 = \mathrm{const} \quad (k = 1, 2, 3)$. За рассматриваемое, без ограничения общности, примем нулевое положение

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q}_3 = q_1 = q_2 = q_3 = 0. \tag{11}$$

Согласно утверждению 1 получим, что задача о глобальной стабилизации положения (11) без измерения скоростей решается управляющими моментами U_k, приложенными в шарнирах O_k $(k = 1, 2, 3)$, следующего вида:

$$U_k = -u_k\left(q_k(t)\right) - \frac{\partial f_k\left(q_k(t)\right)}{\partial q_k} \times \\ \times \int_0^t p_k(\nu - t) \times \\ \times \left(f_k\left(q_k(t)\right) - f_k\left(q_k(\nu)\right)\right) d\nu, \tag{12}$$

где $u_k(q_k)$ таковы, что $u_k(0) = 0$, $u_k(q_k) q_k > 0$ при $q_k \neq 0; f_k(q_k)$ – функции, удовлетворяющие условиям, определенным в разделе 2 $(k = 1, 2, 3)$. Численное моделирование движения манипулятора при действии управления (12) проводилось в системе Scilab на временном интервале $t \in [0; 10]$ для значений параметров системы, заданных в [22]. Начальные отклонения от нулевого положения выбраны следующими:

$q_1(0) = 2{,}5$ рад, $q_2(0) = 1{,}5$ рад,

$q_3(0) = 3{,}5$ рад,

$\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = \dot{q}(0) = -14{,}5$ рад/с.

Найдены следующие параметры управления:

$u_i(q_i) = k_i q_i,\ p_i(s) = \mu_i e^{\alpha_i s},$

$f_i(q_i) = arctg(q_i),\ i = 1,2,3,$

$\mu_1 = 20,\ \mu_2 = 20,\ \mu_3 = 20,$

$\alpha_1 = 4,\ \alpha_2 = 3,\ \alpha_3 = 3,$

$k_1 = 0{,}5,\ k_2 = 1,\ k_3 = 1.$

На рисунках 1, 2 представлены результаты моделирования. Анализ графиков показывает, что закон управления (12) обеспечивает глобальную стабилизацию положения (11) манипулятора.

Заключение

В статье получены новые результаты в решении задач синтеза нелинейных регуляторов интегрального и интегро-дифференциального типов для голономной механической системы, обеспечивающих стабилизацию программного положения в нелинейной и нестационарной постановке. Решение указанных задач получено на основе построения функционалов Ляпунова со знакопостоянной производной. Представлены результаты численного моделирования для плоского трехзвенного манипулятора, подтверждающие полученные теоретические результаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Astrom K., Hagglund T. Advaced PID control. – Lund, Sweden : ISA – The Instrumentation, Systems and Automation Society, 2006. – 461 p.
2. Aidan O'Dwyer. Handbook of PI and PID controller tuning rules, 3th Edition. – London: Imperial College Press, 2009.
3. Александров А.Г., Паленов М.В. Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД-регуляторов // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 2. – С. 16–20.
4. Карапетян А.В., Румянцев В.В. Устойчивость консервативных и диссипативных систем // Итоги науки и техники. Общая механика. – 1983. – Т. 6. – С. 1–132.
5. Kelly R., Salgado R. PD Control with Computed Feedforward of Robot Manipulators: A Design Procedure // IEEE Trans. On Robotics and Automation. – 1994. – V. 10, No 4. – pp. 566–571.
6. Андреев А.С., Перегудова О.А. О стабилизации программных движений голономной механической системы // Автоматика и телемеханика. – 2016. – № 3. – С. 66–80.
7. Berghuis H., Nijmeijer H. Global regulation of robots using only position measurements // Systems Contr. Lett. – 1993. – V. 21, No 4. – pp. 289–293.
8. Бурков И.В. Стабилизация натуральной механической системы без измерения её скоростей с приложением к управлению твёрдым телом // Прикладная математика и механика. – 1998. – Т. 62, вып. 6. – С. 923–933.
9. Andreev A.S., Peregudova O.A., Makarov D.S. Motion control of multilink manipulators without velocity measurement // Proc. 2016 Intern. Conf. Stability Oscill. Nonlin. Control Syst. (Pyatnitskiy's Conf.). – Moscow : Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2016. – pp. 754–759.
10. Андреев А.С., Перегудова О.А., Раков С.Ю. Уравнения Вольтерра в моделировании нелинейного интегрального регулятора // Журнал Средневолжского математического общества. – 2016. – № 3 (18). – С. 8–18.
11. Андреев А.С., Перегудова О.А. О стабилизации программных движений голономной механической системы без измерения скоростей // Прикладная математика и механика. – 2017. – Т. 81, вып. 2. – С. 137–153.
12. Arimoto S., Miyazaki F. Stability and robustness of PID feedback control for robot manipulators of sensory capability. In M. Brady and R.P. Paul (Ed.), Robotics Researches: First International Symposium MIT press, Cambridge, MA, 1984. – pp. 783–799.
13. Arimoto S. A class of quasi-natural potentials and hyper-stable PID servo-loops for nonlinear robotic systems // Trans. of the Society of Instrument and Control Engineers. – 1994. – V. 30, № 9. – pp. 1005–1012.
14. Kelly R. A tuning procedure for stable PID control of robot manipulators // Robotica. – 1995. – V. 13, № 2. – pp. 141–148.
15. Ortega R., Loria A., Kelly R. A semiglobally stable output feedback PI2D regulator for robot manipulators // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1995. – V. 40 (8). – pp. 1432–1436.
16. Alvarez J., Kelly R., Cervantes I. Semiglobal stability of saturated linear PID control for robot manipulators // Automatica. – 2003. – V. 39. – pp. 989–995.
17. Meza J.L., Santibáñez V., Campa R. An Estimate of the Domain of Attraction for the PID Regulator of Manipulators // International Journal of Robotics and Automation. – 2007. – V. 22, № 3. – pp. 187–195.
18. Santibáñez V., Camarillo K., Moreno-Valenzuela J., Campa R. A practical PID regulator with bounded torques for robot manipulators // International Journal of Control, Automation and Systems. – 2010. – V. 8, № 3. – pp. 544–555.
19. Meza J.L., Santibáñez V., Soto R., Perez J. and Perez J. Analysis via passivity theory of a class of nonlinear PID global regulators for robot manipulators // Advances in PID Control. Chapter 3. Edited by Valery D. Yurkevich, InTech, 2011. – pp. 45–64.
20. Красовский Н.Н. Проблемы стабилизации управляемых движений // Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. Доп. 4. – М. : Наука, 1966. – С. 475–514.
21. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения : учеб. пособие для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1987. – 304 с.
22. Fantoni I., Lozano R. Non-linear Control for Underactuated Mechanical Systems. London: Springer-Verlag, 2002. – 293 p. = Фантони И., Лозано Р. Нелинейное управление механическими системами с дефицитом управляющих воздействий. – М.-Ижевск : Компьютерная динамика, 2012. – 312 с.