

УДК 519.711

И.А. Седых, Е.С. Анিকেев

ИЕРАРХИЧЕСКИЕ РАСКРАШЕННЫЕ ВРЕМЕННЫЕ СЕТИ ПЕТРИ НА ОСНОВЕ ОКРЕСТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ¹

Седых Ирина Александровна, кандидат физико-математических наук, окончила факультет автоматизации и информатики Липецкого государственного технического университета. Доцент кафедры высшей математики ЛГТУ. Имеет монографии, статьи, свидетельства о регистрации программ для ЭВМ в области окрестностного моделирования динамических систем. [e-mail: sedykh-irina@yandex.ru].

Аникеев Евгений Сергеевич, окончил физико-технологический факультет ЛГТУ. Магистрант ЛГТУ. Имеет статьи, свидетельства о регистрации программ для ЭВМ в области окрестностного моделирования динамических систем. [e-mail: evgenij-anikeev@yandex.ru].

Аннотация

В статье приведены определение и алгоритм функционирования обычных маркированных сетей Петри. Показаны некоторые разновидности сетей Петри, такие как временные, раскрашенные и раскрашенные временные. Предложенные в работе иерархические раскрашенные временные сети Петри на основе окрестностных моделей являются расширением рассмотренных классов. Иерархия в данной системе представлена совокупностью позиций и переходов, в каждый из которых может быть вложена окрестностная модель. В работе также дано понятие динамической окрестностной модели. Добавление иерархии позволяет анализировать дополнительные свойства моделируемых динамических распределенных процессов. Для раскрашенных временных сетей Петри с иерархическими переходами сформулирован алгоритм функционирования, который разработан и реализован в виде программы на языке Java. Особенностью рассматриваемых моделей является синхронизация времени работы внешней и внутренней систем. Кроме того, управляющие сигналы вложенной окрестностной модели зависят от изменения текущей маркировки сети Петри при срабатывании иерархического перехода. Приведен пример функционирования сети Петри с иерархическим переходом.

Ключевые слова: моделирование, раскрашенная временная сеть Петри, иерархическая сеть Петри, алгоритм, окрестностная модель.

HIERARCHICAL COLORED TIME PETRI NETS ON THE BASIS OF NEIGHBORHOOD MODELS

Irina Aleksandrovna Sedykh, Candidate of Physics and Mathematics; graduated from the Faculty of Automation and Informatics of Lipetsk State Technical University (LSTU); Associate Professor of the Mathematics Department at Lipetsk State Technical University; an author of monographs and articles, owner of certificates of registration of the computer programs in the field of neighborhood modeling of dynamic systems. e-mail: sedykh-irina@yandex.ru.

Evgenii Sergeevich Anikeev, graduated from the Faculty of Physics and Engineering of Lipetsk State Technical University (LSTU); Master's Degree Student at Lipetsk State Technical University; an author of articles, owner of certificates of registration of the computer programs in the field of neighborhood modeling of dynamic systems. e-mail: evgenij-anikeev@yandex.ru.

Abstract

The article describes the definition and algorithm for the operation of common labeled Petri nets. Some varieties of Petri nets such as timed, colored and colored timed Petri nets are shown. The proposed hierarchical colored Petri nets based on neighborhood models are an extension of the considered classes. The hierarchy in this system is represented by a set of positions and transitions, in each of which a neighborhood model can be embedded. The concept of a dynamic neighborhood model is also given in this paper. Adding a hierarchy allows to analyze additional properties of simulated dynamic distributed processes. For colored Petri nets with hierarchical transitions, an operation algorithm is formulated that

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-07-00-854 а).

is designed and implemented as a Java program. The peculiarity of the models under consideration is the synchronization of the operating time of the external and internal systems. In addition, the control signals of the embedded neighborhood model depend on the change in the current marking of the Petri net when a hierarchical transition occurs. An example of the functioning of a Petri net with a hierarchical transition is given.

Key words: : modelling, colored timed Petri net, hierarchical Petri net, algorithm, neighborhood model.

ВВЕДЕНИЕ

Большинство современных производственных процессов являются динамическими и распределенными, поэтому задача моделирования сложных динамических пространственно-распределенных систем с параллельными процессами в настоящее время является актуальной.

Для решения подобных задач могут применяться сети Петри [1–3] и их разновидности, например, нечеткие [4], временные [5, 6], раскрашенные [7].

В работе предложена методика разработки иерархических раскрашенных временных сетей Петри на основе динамических окрестностных систем [8–12].

Иерархические раскрашенные временные сети Петри позволяют выявлять и анализировать дополнительные свойства моделируемых процессов без усложнения структуры сети по сравнению с обычными сетями Петри.

В отличие от рассмотренных ранее раскрашенных временных сетей Петри [13], добавление иерархии позволяет более подробно оценить состояние конкретной системы, так как рассматривает её как внешнюю, так и внутреннюю составляющие [14, 15].

В [14] впервые введены иерархические раскрашенные временные сети Петри на основе окрестностных моделей. В [15] показана возможность представления цементного производства рассмотренными моделями без разработки алгоритма их функционирования.

Реализованный в программе алгоритм позволяет получить промежуточные состояния и прогноз поведения моделируемой системы, исходя из входных данных, а также более подробно рассмотреть и проанализировать вложенные (иерархические) подсистемы.

1 СЕТИ ПЕТРИ И ИХ МОДИФИКАЦИИ

Обычная маркированная сеть Петри задается пятеркой $PN = (P, T, R^-, R^+, \mu_0)$,

где $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ – конечное непустое множество позиций;

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ – конечное непустое множество переходов, причем множества P и T не пересекаются: $P \cap T = \emptyset$; $R^- \in \mathbf{R}^{m \times n}$ – матрица инцидентности дуг, входящих в переходы; $R^+ \in \mathbf{R}^{m \times n}$ – матрица инцидентности дуг, выходящих из переходов;

$\mu_0 = [\mu_1^0, \mu_2^0, \dots, \mu_n^0]^T$ – вектор начальной маркировки сети Петри [3, 13, 14].

Сеть Петри функционирует по следующему алгоритму:

1. Задаются множества позиций P и переходов T , а также матрицы инцидентности R^-, R^+ сети Петри. Текущая маркировка сети равна начальной $\mu = \mu_0$.

2. Переход t_j ($j = 1, \dots, m$) при текущей маркировке μ является разрешенным, если выполняется неравенство $\mu \geq e_j \cdot R^-$, где $e_j = [0, 0, \dots, 1, \dots, 0] \in \mathbf{R}^m$ – строка, содержащая нули везде, за исключением j -го элемента. Разрешенный переход может сработать. Возможно наличие нескольких разрешенных переходов при текущей маркировке. Если разрешенные переходы отсутствуют, то дальнейшее функционирование сети Петри невозможно, достигнута тупиковая маркировка, конец алгоритма. Иначе переходим к п. 3.

3. Для срабатывания выбирается один из разрешенных при текущей маркировке переходов t_j .

4. Маркеры перемещаются из входных позиций выбранного перехода t_j во все его выходные позиции по формуле $\mu = \mu + e_j \cdot R$, где $R = R^+ - R^-$ – матрица инцидентности сети Петри [13].

Временные сети Петри [5, 13] PN_{pt} отличаются от обычных маркированных сетей PN немгновенным срабатыванием разрешенных переходов и временными задержками маркеров в позициях. Таким образом, $PN_{pt} = (P, T, R^-, R^+, \mu_0, Z, S)$, где $Z = [Z_1, Z_2, \dots, Z_m]^T$ – вектор времени срабатывания (блокировки) разрешенных переходов; $S = [S_1, S_2, \dots, S_n]^T$ – вектор задержек маркеров в позициях.

Раскрашенная сеть Петри [7, 13] $PN_c = (P, T, C, \hat{R}^-, \hat{R}^+, \hat{\mu}_0)$ отличается от сети Петри PN наличием цветов, а также матрицей, а не вектором начальной маркировки и блочной структурой матриц инцидентности. Здесь $C = \{c_1, c_2, \dots, c_d\}$ – множество цветов сети; $R^- \in \mathbf{R}^{(d \cdot m) \times n}$ – блочная матрица инцидентности дуг, входящих в переходы; $R^+ \in \mathbf{R}^{(d \cdot m) \times n}$ – блочная матрица инцидентности дуг, выходящих из переходов; $\hat{\mu}_0 \in \mathbf{R}^{n \times d}$ – матрица начальной маркировки сети.

Тогда раскрашенная временная сеть Петри задается набором $PN_{cpt} = (P, T, C, \hat{R}^-, \hat{R}^+, \hat{\mu}_0, Z, S)$.

2 ИЕРАРХИЧЕСКИЕ РАСКРАШЕННЫЕ ВРЕМЕННЫЕ СЕТИ ПЕТРИ НА ОСНОВЕ ОКРЕСТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ

Динамическая окрестностная модель имеет вид: $NS = (N, X, V, G, X[0])$ [12], где $N = (A, O_x, O_v)$ – структура окрестностной модели, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_j\}$ – множество узлов, O_x – окрестности связей узлов по состояниям, O_v – окрестности связей узлов по управлению.

Для каждого узла $a_k \in A$ определена своя окрестность по состояниям $O_x[a_k] \subseteq A$ и управлениям $O_v[a_k] \subseteq A$,

$$O_x = \bigcup_{k=1}^l O_x[a_k], O_v = \bigcup_{k=1}^l O_v[a_k]; X \in \mathbf{R}^{\sum_{i=1}^l p_k} - \text{блоч-}$$

ный вектор состояний; $V \in \mathbf{R}^{\sum_{k=1}^l m_k}$ – блочный вектор управлений; $G: X_{O_x} \times V_{O_v} \rightarrow X$ – функция пересчета состояний, где X_{O_x} – множество состояний узлов, входящих в окрестность O_x ; V_{O_v} – множество управлений узлов, входящих в окрестность O_v ; $X[0]$ – начальное состояние модели.

Модель функционирует в дискретном времени с шагом $\Delta t = 1$.

Каждому узлу $a_k \in A$ соответствует система, состоящая из p_k уравнений:

$$X_k[\tau + 1] = G_k(X[\tau], V[\tau]), \quad (1)$$

где $X_k[\tau + 1] \in R^{p_k}$ – состояние в узле a_k модели в момент времени $\tau + 1$; p_k – размерность вектора состояний в узле a_k системы, $k = 1, \dots, l$; $V[\tau]$ – вектор управлений системы; $X[\tau]$ – вектор состояний; G_k – функция пересчета состояний модели для k -го узла [12].

Иерархические раскрашенные временные сети Петри на основе окрестностных моделей можно задать как $IPN_{nsct} = (\tilde{P}, \tilde{T}, C, \hat{R}^-, \hat{R}^+, \hat{\mu}_0, Z, S)$, где $\tilde{P} = \hat{P} \cup P = \{\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_n\}$ – множество позиций, элементы подмножества \hat{P} которых являются иерархическими, задаваемыми окрестностными моделями; $\tilde{T} = \hat{T} \cup T = \{\tilde{t}_1, \dots, \tilde{t}_m\}$ – множество переходов, элементы подмножества которых \hat{T} являются иерархическими, задаваемыми окрестностными моделями. Таким образом, каждая иерархическая позиция и переход имеют вид [13]:

$$\hat{p}_i = NS_i^p = (N_i^p, X_i^p, V_i^p, G_i^p, X_i^p[0]),$$

$$\hat{t}_j = NS_j^t = (N_j^t, X_j^t, V_j^t, G_j^t, X_j^t[0]).$$

Далее приведем алгоритм функционирования сетей Петри, в которых иерархическими является только часть переходов. Остальные переходы и все позиции рассматриваются как обычные.

3 АЛГОРИТМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РАСКРАШЕННЫХ ВРЕМЕННЫХ СЕТЕЙ ПЕТРИ С ИЕРАРХИЧЕСКИМИ ПЕРЕХОДАМИ НА ОСНОВЕ ОКРЕСТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ

Раскрашенная временная сеть Петри с иерархическими переходами функционирует по следующему алгоритму:

1. Пусть задано множество позиций сети Петри \tilde{P} , множество переходов \tilde{T} , подмножество иерархических переходов $\hat{T} \subset \tilde{T}$, каждый из которых $\hat{t}_j \in \hat{T}$ включает в себя окрестностную модель

$NS_j^t = (N_j^t, X_j^t, V_j^t, G_j^t, X_j^t[0])$. Определяется также множество цветов C . Задается структура сети Петри с помощью матриц инцидентности \hat{R}^-, \hat{R}^+ .

Начальное время функционирования сети $\tau = 0$; начальная маркировка $\hat{\mu}_0$ описывает количество меток в позициях в начальный момент времени. Задан вектор блокировки каждого перехода Z . В позициях маркеры не задерживаются.

Идентификация окрестностных моделей производится по описанному в [12] алгоритму. Управляющие сигналы вложенной окрестностной модели являются функциями, зависящими от изменения текущей маркировки. Также заданы начальные состояния окрестностных моделей. Начальное время функционирования окрестностных моделей $\tau = 0$. Время полного цикла функционирования сети равно T_{max} часов. Все переходы сети Петри являются незаблокированными.

2. Незаблокированные переходы сети $\tilde{t}_j, j = 1, \dots, m$ последовательно проверяются на разрешенность. Переход \tilde{t}_j при текущей маркировке $\hat{\mu}_\tau$ разрешен, если $\hat{\mu}_\tau \geq e_j \otimes R^-$, где $e_j = [0, 0, \dots, 1_j, \dots, 0]$; операция \otimes означает произведение строки e_j на каждую из матриц R_k^- , образующих блочную матрицу $R^- = [R_1^-, R_2^-, \dots, R_d^-]^T$, где d – количество цветов сети. Если нет разрешенных переходов, перейти к п. 5.

3. Маркеры перемещаются в разрешенный переход \tilde{t}_j . Если разрешенных переходов несколько, то случайным образом выбирается один из них. Результат начала запуска перехода \tilde{t}_j при текущей маркировке $\hat{\mu}_\tau$ записывается как $\hat{\mu}'_\tau = \hat{\mu}_\tau - e_j \otimes R^-$. Переход \tilde{t}_j блокируется на время z_j . Если переход $\tilde{t}_j = \hat{t}_j$ является иерархическим, переходим к п. 4, иначе присвоить $\hat{\mu}_\tau = \hat{\mu}'_\tau$ и перейти к п. 2.

4. Переход $\hat{t}_j = NS_j^t = (N_j^t, X_j^t, V_j^t, G_j^t, X_j^t[0])$ заблокирован на время z_j , равное времени полного срабатывания вложенного в переход цикла, который описывается окрестностной системой. Состояния окрестностной модели пересчитываются по формуле (1). Присвоить $\hat{\mu}_\tau = \hat{\mu}'_\tau$. Перейти к п. 2.

5. Сдвиг времени на $\tau = \tau + 1$. Если $\tau \geq T_{max}$, то алгоритм завершен. Иначе маркеры переходят в выходные позиции разблокирующихся в данный момент времени переходов \tilde{t}_j по следующей формуле: $\hat{\mu}_\tau = \hat{\mu}_{\tau-1} - e_j \otimes R^+$. Перейти к п. 2.

Таким образом, в рассмотренном алгоритме время функционирования сети Петри и вложенной в нее окрестностной модели синхронизировано. Кроме того, маркировка сети Петри содержит входную информацию для окрестностной модели. Данный алгоритм реализован на языке программирования Java.

4 ПРИМЕР ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МОДЕЛИ

Пусть дана некоторая распределенная система, представленная с помощью сети Петри, состоящей из трех позиций, трех переходов и дуг пяти цветов, т. е. $\tilde{P} = \{p_1, p_2, p_3\}$, $\tilde{T} = \{t_1, t_2, \hat{t}_3\}$, $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5\}$. Переход \hat{t}_3 является иерархическим. Граф сети Петри представлен на рисунке 1.

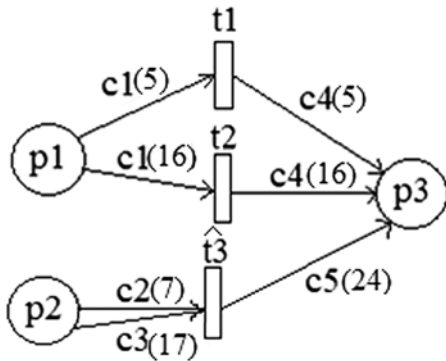


Рис. 1. Граф сети Петри

Структура сети Петри задается матрицами инцидентности для каждого цвета $R^- = [R_1^-, R_2^-, R_3^-, R_4^-, R_5^-]^T$, $R^+ = [R_1^+, R_2^+, R_3^+, R_4^+, R_5^+]^T$. Начальное состояние – матрицей начальной маркировки $\hat{\mu}_0$.

Матрицы сети Петри имеют вид:

$$\begin{aligned}
 R_1^- &= \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; & R_2^- &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \end{bmatrix}; \\
 R_3^- &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 17 & 0 \end{bmatrix}; & R_4^- &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\
 R_5^- &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; & R_1^+ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\
 R_2^+ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; & R_3^+ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\
 R_4^+ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; & R_5^+ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{bmatrix};
 \end{aligned}$$

где $R_k^-(i, j)$ – вес дуги от p_i к t_j для k -го цвета; $R_k^+(i, j)$ – вес дуги от t_j к p_i для k -го цвета.

Также рассматриваемая сеть Петри содержит вложенную в переход \hat{t}_3 окрестностную модель, состоящую из двух узлов. Данный переход представляется в виде графа на рисунке 2.

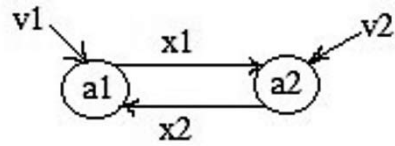


Рис. 2. Граф окрестностной модели перехода \hat{t}_3

Окрестностная модель является линейной и функционирует по следующим формулам:

$$\begin{cases} X_1[\tau + 1] = a_{12} \cdot X_2[\tau] + b_{11} \cdot V_1[\tau] + d_1; \\ X_2[\tau + 1] = a_{21} \cdot X_1[\tau] + b_{22} \cdot V_2[\tau] + d_2, \end{cases} \quad (2)$$

где a_{12} , a_{21} , b_{11} , b_{22} , d_1 , d_2 – параметры модели; $V_1(\tau) = R_2^- \cdot e_3$, $V_2(\tau) = R_3^- \cdot e_3$, то есть значение входа $V_i(\tau)$ равно количеству маркеров цвета c_2 , входящих в переход \hat{t}_3 при начале его срабатывания. Аналогично для $V_2(\tau)$.

Используем алгоритм, представленный выше:

$$1. \tau = 0, T_{max} = 3, \hat{\mu}_0 = \begin{bmatrix} 63 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 \\ 0 & 51 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$X[0] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, Z = [1, 1, 1]^T.$$

Проведем параметрическую идентификацию окрестностной модели с помощью векторов:

$$\begin{aligned}
 X_1[\tau] = V_1(\tau) &= [9, 10, 7, 5, 8, 5, 8, 9, 6, 9], \\
 X_2[\tau] = V_2(\tau) &= [19, 20, 20, 15, 18, 16, 16, 18, 16, 16], \\
 X_1[\tau + 1] &= [26, 28, 27, 29, 24, 30, 29, 22, 23, 29], \\
 X_2[\tau + 1] &= [39, 31, 39, 40, 40, 40, 37, 34, 36, 36].
 \end{aligned}$$

В результате идентификации получены следующие параметры:

$$\begin{aligned}
 a_{12} &= -0,33; b_{11} = -0,15; c_1 = 33,64; \\
 a_{21} &= -1,21; b_{22} = -0,18; c_2 = 43,24.
 \end{aligned}$$

Тогда (2) имеет вид:

$$\begin{cases} X_1[\tau + 1] = -0,33 \cdot X_2[\tau] - 0,15 \cdot V_1[v] + 33,64; \\ X_2[\tau + 1] = -1,21 \cdot X_1[\tau] - 0,18 \cdot V_2[v] + 43,24. \end{cases}$$

Все переходы сети Петри незаблокированы.

2. Переходы t_1 , t_2 , \hat{t}_3 разрешены, так как они не заблокированы и:

$$\begin{aligned}
 e_1 \otimes R^- &= [1 \ 0 \ 0] \otimes R^- = \\
 &= \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 63 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 \\ 0 & 51 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \hat{\mu}_0;
 \end{aligned}$$

$$e_2 \otimes R^- = [0 \ 1 \ 0] \otimes R^- = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 63 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 \\ 0 & 51 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \hat{\mu}_0;$$

$$e_3 \otimes R^- = [0 \ 0 \ 1] \otimes R^- = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 17 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 63 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 \\ 0 & 51 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \hat{\mu}_0.$$

3. Выберем переход t_1 , он блокируется на время $z_1 = 1$. Текущая маркировка:

$$\hat{\mu}'_0 = \hat{\mu}_0 - e_1 \otimes R^- = \begin{bmatrix} 58 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 \\ 0 & 51 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$\hat{\mu}_0 = \hat{\mu}'_0$. Возвращаемся к п. 2.

4. Переход t_2 разрешен.

5. Переход t_2 блокируется на время $z_2 = 1$. Текущая маркировка:

$$\hat{\mu}'_0 = \hat{\mu}_0 - e_2 \otimes R^- = \begin{bmatrix} 42 & 0 & 0 \\ 0 & 21 & 0 \\ 0 & 51 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$\hat{\mu}_0 = \hat{\mu}'_0$. Возвращаемся к п. 2.

6. Переход t_3 разрешен.

7. Переход t_3 блокируется на время $z_3 = 1$. Текущая маркировка:

$$\hat{\mu}'_0 = \hat{\mu}_0 - e_3 \otimes R^- = \begin{bmatrix} 42 & 0 & 0 \\ 0 & 14 & 0 \\ 0 & 34 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

Переходим к п. 4.

8. Состояния окрестностной модели пересчитываются:

$$\begin{cases} X_1[1] = -0,33 \cdot 19 - 0,15 \cdot 9 + 33,64 = 26,02; \\ X_2[1] = -1,21 \cdot 9 - 0,18 \cdot 19 + 43,24 = 28,93. \end{cases}$$

Присваиваем $\hat{\mu}_0 = \hat{\mu}'_0$. Возвращаемся к п. 2.

9. Нет разрешенных переходов, переходим к п. 5.

10. Сдвиг времени на 1, т. е. $\tau = 1$. Все переходы разблокируются. Текущая маркировка равна:

$$\hat{\mu}_1 = \hat{\mu}_0 + e_1 \otimes R^+ + e_2 \otimes R^+ + e_3 \otimes R^+ = \begin{bmatrix} 42 & 0 & 0 \\ 0 & 14 & 0 \\ 0 & 34 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 21 \\ 0 & 0 & 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 42 & 0 & 0 \\ 0 & 14 & 0 \\ 0 & 34 & 0 \\ 0 & 0 & 21 \\ 0 & 0 & 24 \end{bmatrix}.$$

Переходим к п. 2. И так далее.

Когда $\tau = T_{max}$, алгоритм завершается, и матрица маркировки принимает вид:

$$\hat{\mu}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 63 \\ 0 & 0 & 72 \end{bmatrix}.$$

Состояния вложенной окрестностной модели равны:

$$\begin{cases} X_1[3] = -0,33 \cdot 8,33 - 0,15 \cdot 9 + 33,64 = 29,54; \\ X_2[3] = -1,21 \cdot 22,74 - 0,18 \cdot 19 + 43,24 = 12,3. \end{cases}$$

В результате функционирования сети Петри в позицию p_3 перешло 63 маркера цвета c_4 и 72 маркера цвета c_5 .

Таким образом, рассмотрено три такта функционирования иерархической раскрашенной временной сети Петри. Получена конечная маркировка сети Петри $\hat{\mu}_3$ и конечные состояния вложенной окрестностной системы $X_1[3], X_2[3]$ в момент времени $\tau = 3$.

5 МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВА ЦЕМЕНТА

Рассмотрим реализацию разработанного алгоритма на примере производства цемента.

На основе иерархических раскрашенных временных сетей Петри рассчитывается объем выпуска цемента по месяцам в течение заданного промежутка времени.

Позициями являются сырьевые склады и склады готовой продукции, переходами – агрегаты цементного производства, т. е. печи и мельницы, осуществляющие переработку сырья. В качестве цветов выступают различные виды материалов до и после переработки на разных стадиях производства, например, сырье, клинкер, марка цемента [13].

Текущая маркировка $\hat{\mu}_\tau$ описывает количество материала на складах в текущий момент времени τ . Изменение маркировки соответствует движению продукции в процессе производства.

Для определения не только количественного, но и качественного состава производимой продукции некоторые переходы сети Петри модели цементного производства являются иерархическими, задаваемыми окрестностными моделями.

Так, например, печь обжига клинкера в данной системе содержит окрестностную модель, состоящую из двух узлов, соответствующих состоянию печи на входе и выходе.

Химический состав сырья является входными данными, температуры печи на входе и выходе, минералогический состав клинкера – состояниями модели.

Средняя относительная ошибка моделирования меньше 1% и является допустимой для моделирования цементного производства, следовательно, проведенные расчеты свидетельствуют об адекватности разработанной модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены иерархические раскрашенные временные сети Петри на основе окрестностных моделей. Разработан и реализован на языке Java алгоритм их функционирования. Приведен пример для демонстрации функционирования данной модели.

Предложенные иерархические модели можно использовать для моделирования сложных производственных процессов, например, для моделирования цементного производства [15], в котором процесс преобразования сырья в цемент представляется внешней системой, т. е. сетью Петри, а химический состав клинкера – вложенной окрестностной системой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. – М. : Мир, 1984. – 264 с.
2. Котов В.Е. Сети Петри. – М. : Наука, 1984. – 160 с.
3. Васильев В.В., Кузьмук В.В. Сети Петри: параллельные алгоритмы и модели мультипроцессорных систем. – Киев : Наукова думка, 1990. – 213 с.
4. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.
5. Воевода А.А. Временные сети Петри и диаграммы UML // Научный вестник НГТУ. – 2009. – № 4 (37). – С. 169–174.
6. Wang J. Timed Petri Nets: Theory and Application. – Norwell : Kluwer Academic Publishers, 1998. – 296 p.
7. Ехлаков Ю.П., Тарасенко В.Ф., Жуковский О.И. Цветные сети Петри в моделировании социально-экономических систем // Доклады Том. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники. – 2013. – № 3 (29). – С. 83–92.
8. Наличие экстремумов параметрического уравнения печи обжига клинкера / А.М. Шмырин, И.А. Седых, А.П. Щербаков, А.Г. Ярцев // Вести высших учебных заведений Черноземья. – 2015. – № 1 (39). – С. 62–67.
9. Исследование окрестностной модели печи обжига клинкера с учетом допустимых значений параметров / А.М. Шмырин, И.А. Седых, А.П. Щербаков, А.Г. Ярцев // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2015. – № 2 (24). – С. 11–14.
10. Шмырин А.М., Седых И.А. Алгоритмы идентификации и управления функционированием окрестностных систем, полученных на основе сетей Петри // Управление большими системами. – 2009. – Вып. 24. – С. 18–33.
11. Окрестностное моделирование сетей Петри / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, И.А. Седых, В.Ю. Филоненко. – Липецк : ЛЭГИ, 2010. – 124 с.
12. Седых И.А. Параметрическая идентификация линейной динамической окрестностной модели // Сб. ст. Междунар. науч.-практ. конф. «Инновационная наука: прошлое, настоящее, будущее». – Уфа : АЭТЕРНА, 2016. – С. 12–19.
13. Седых И.А., Анисеев Е.С. Применение раскрашенных временных сетей Петри для моделирования цементного производства // Вестник ДГТУ. – 2016. – № 4 (87). – С. 140–145.
14. Седых И.А., Анисеев Е.С. Иерархические раскрашенные временные сети Петри // Сб. тез. докл. науч. конф. студентов и аспирантов ЛГТУ. – Липецк : Изд-во ЛГТУ, 2017. – С. 219–221.
15. Седых И.А., Анисеев Е.С. Представление цементного производства иерархическими раскрашенными временными сетями Петри на основе окрестностных моделей // Вестник ЛГТУ. – 2017. – № 1 (31). – С. 19–24.

REFERENCES

1. Peterson J. *Teoriia setei Petri i modelirovanie sistem* [Petri Net Theory and the Modelling of Systems]. Moscow, Mir Publ., 1984. 264 p.
2. Kotov V.E. *Seti Petri* [Petri Nets]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 160 p.
3. Vasilev V.V., Kuzmuk V.V. *Seti Petri: parallelnye algoritmy i modeli multiprotsessornykh sistem* [Petri Nets: Parallel Algorithms and Models of Multiprocessor Systems]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1990. 213 p.
4. Leonenkov A.V. *Nechetkoe modelirovanie v srede MATLAB i fuzzyTECH* [Fuzzy Modelling in MATLAB and FuzzyTECH]. St. Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2005. 736 p.
5. Voevoda A.A. Vremennye seti Petri i diagrammy UML [Timed Petri Nets and UML Diagrams]. *Nauchnyi vestnik NGTU* [Science Bulletin of NSTU], 2009, no. 4 (37), pp. 169–174.
6. Wang J. *Timed Petri Nets: Theory and Application*. Norwell, Kluwer Academic Publishers, 1998. 296 p.
7. Ekhlakov Yu.P., Tarasenko V.F., Zhukovskii O.I. Tsvetnye seti Petri v modelirovanii sotsialno-ekonomicheskikh sistem [Color Petri Nets in Modelling of Socio-Economic Systems]. *Doklady Tom. gos. un-ta sistem upravleniia i radioelektroniki* [Proc. of Tomsk State Uni. of Management Systems and Radioelectronics], 2013, no. 3 (29), pp. 83–92.

8. Shmyrin A.M., Sedykh I.A., Shcherbakov A.P., Iartsev A.G. Nalichie ekstremumov parametricheskogo uravneniia pechi obzhiga klinkera [The Existence of Extrema of Parametrical Equations of Clinker Kiln]. *Vesti vysshikh uchebnykh zavedenii Chernozemia* [Proc. of Higher Educational Institutions in Chernozemie], 2015, no. 1 (39), pp. 62–67.

9. Shmyrin A.M., Sedykh I.A., Shcherbakov A.P., Iartsev A.G. Issledovanie okrestnostnoi modeli pechi obzhiga klinkera s uchetom dopustimykh znachenii parametrov [Research of Neighborhood Model of a Clinker Kiln Taking into Account Admissible Parameter Values]. *Vestnik Lipetskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Lipetsk State Technical University], 2015, no. 2 (24), pp. 11–14.

10. Shmyrin A.M., Sedykh I.A. Algoritmy identifikatsii i upravleniia funktsionirovaniem okrestnostnykh sistem, poluchennykh na osnove setei Petri [Algorithm of Identification and Operational Control of Neighborhood Systems built on the basis of Petri Nets]. *Upravlenie bolshimi sistemami* [Large-Scale Systems Control. Sci. Journal], 2009, iss. 24, pp. 18–33.

11. Bliumin S.L., Shmyrin A.M., Sedykh I.A., Filonenko V.Iu. *Okrestnostnoe modelirovanie setei Petri* [Neighborhood Petri Nets Modelling]. Lipetsk, LEGI Publ., 2010. 124 p.

12. Sedykh I.A. Parametricheskaia identifikatsiia lineinoi dinamicheskoi okrestnostnoi modeli [Parametric Identification of the Linear Dynamic Neighborhood Model]. *Sb. st. Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. "Innovatsionnaia nauka: proshloe, nastoiashchee, budushchee"* [Innovative Science: Yesterday, Today and in the Future. Proc. Int. Sci. Workshop]. Ufa, AETERNA Publ., 2016, pp. 12–19.

13. Sedykh I.A., Anikeev E.S. Primenenie raskrashennykh vremennykh setei Petri dlia modelirovaniia tsementnogo proizvodstva [Application of Colored Timed Petri Nets for Cement Production Simulation]. *Vestnik DGTU* [Bulletin of DSTU], 2016, no. 4 (87), pp. 140–145.

14. Sedykh I.A., Anikeev E.S. Ierarkhicheskie raskrashennyye vremennyye seti Petri [Hierarchical Colored Timed Petri Nets]. *Sb. tez. dokl. nauch. konf. studentov i aspirantov LGTU* [Proc. of Sci. Conf. for Students and Postgraduates]. Lipetsk, LGTU Publ., 2017, pp. 219–221.

15. Sedykh I.A., Anikeev E.S. Predstavlenie tsementnogo proizvodstva ierarkhicheskimi raskrashennymi vremennymi setiami Petri na osnove okrestnostnykh modelei [Representation of Cement Production by Hierarchical Colored Timed Petri Nets Using Neighborhood Models]. *Vestnik LGTU* [Bulletin of Lipetsk State Technical University], 2017, no. 1 (31), pp. 19–24.