

УДК 681.586.78

Р.А. Браже

МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ НА СПИРАЛЬНЫХ НАНОТРУБКАХ

Браже Рудольф Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Физика» Ульяновского государственного технического университета, окончил физический факультет Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского. Имеет множество научных работ, в том числе монографии, авторские свидетельства на изобретения, учебные пособия. Область научных интересов: волновые процессы, мета- и наноматериалы, наноэлектроника, элементы систем управления. [e-mail: brazhe@ulstu.ru].

Аннотация

В электромеханических резонаторах, имеющих форму спиральных нанотрубок, могут существовать два вида резонансов: электрический, как в последовательном RLC -контуре, и механический, как в спиральной пружине. И тот, и другой тип резонанса может быть использован при создании чувствительных элементов резонансных нанодатчиков для робототехнических и биоробототехнических систем, хотя их резонансные частоты сильно отличаются друг от друга. В работе производится сравнение электрических и механических характеристик электромеханических резонаторов на спиральных нанотрубках. Показано, что частота резонанса смещений в таких механических колебательных системах может достигать десятков гигагерц, в то время как резонанс токов происходит на частотах, достигающих десятков петагерц. Приведены амплитудно-частотные и фазово-частотные характеристики вынужденных колебаний в рассматриваемых наноспиралах. Показано, что из-за большого затухания их механическая добротность не превышает нескольких единиц и сопоставима по величине с электрической добротностью.

Ключевые слова: спиральные нанотрубки, электромеханический резонатор, резонансные характеристики.

MECHANICAL CHARACTERISTICS OF ELECTROMECHANICAL RESONATORS BASED ON SPIRAL NANOTUBES

Rudolf Aleksandrovich Brazhe, Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Physics at Ulyanovsk State Technical University; graduated from the Faculty of Physics of Saratov State University named after N.G. Chernyshevsky; an author of numerous scientific papers, monographs, tutorials, and invention certificates; has research interests in the field of wave processes, meta- and nanomaterials, nanoelectronics, and control system elements. e-mail: brazhe@ulstu.ru.

Abstract

In electromechanical resonators shaped as spiral nanotubes, two types of resonances such as an electrical resonance like in serial RLC circuit and the mechanical one like in a coil spring can exist. Both types of resonances can be used for designing the sensing devices of resonance nanosensors for robotic and biorobotic systems though their resonant frequencies strongly differ from each other. This paper deals with a comparison of electrical and mechanical characteristics of the electromechanical resonators based on coiled nanotubes. It is shown that the frequency of the displacement resonance in such mechanical oscillators can reach tens of gigahertz while the current resonance occurs at the frequencies reaching tens petahertz. The amplitude-frequency and phase-frequency characteristics of forced oscillations in the considered nanospirals are brought. It is shown that their mechanical figure of merit does not exceed several units and is comparable with the electrical one because of grate attenuation.

Key words: spiral nanotubes, electromechanical resonator, resonance characteristics.

ВВЕДЕНИЕ

Электромеханические резонаторы в виде спирально закрученных углеродных нанотрубок, которые могут быть использованы в качестве чувствительных элементов различных датчиков, описаны в работах [1–7]. Ранее нами были описаны электрические характеристики электромеханического резонатора на углеродной нанотрубке $C_6(6,6)$ -типа, закрученной в спираль с минимально достигаемым шагом $p_{min} = 1,84$ нм. Показано, что погонное активное сопротивление такой спирали $R_{noz} = 1,90 \cdot 10^4$ Ом/мкм, ее погонная индуктивность $L_{noz} = 1,91 \cdot 10^{-4}$ нГн/мкм, а собственная погонная емкость $C_{noz} = 1,13 \cdot 10^{-7}$ пФ/мкм. Коэффициент затухания электромагнитных колебаний в рассматриваемом электромеханическом резонаторе чрезвычайно высок: $\beta = 4,97 \cdot 10^{16}$ с⁻¹, в результате чего колебания возможны лишь в спиралях, длина которых не превосходит критического значения $l_{кр} = 0,135$ мкм. В более длинных спиралях имеет место аperiодическое затухание. Минимальная частота собственных электромагнитных колебаний в таком резонаторе, соответственно, не может быть сделана ниже, чем $\omega_{0min} = \beta$. В связи с этим, несмотря на ожидаемую высокую чувствительность к внешним воздействиям и заманчивые перспективы практического использования в датчиках, в настоящее время представляется затруднительным их использование в сочетании с имеющимися микроволновыми и оптическими устройствами.

Целью настоящей работы является расчет механических характеристик описанного выше электромеханического резонатора на спиральной нанотрубке $C_6(6,6)$ -типа, так как, судя по известным данным [1], частота механического резонанса спиральных резонаторов на нанотрубках должна быть на несколько порядков меньше, что облегчает их практическое использование в этом качестве.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ. ПРИНЯТЫЕ ДОПУЩЕНИЯ

Исследуемый электромеханический резонатор на спиральной углеродной нанотрубке $C_6(6,6)$ изображен

на рисунке 1. Если его электрические характеристики ранее удавалось рассчитать в рамках модельного представления в виде последовательного RLC -контура с сосредоточенными постоянными, то с механической частью данного резонатора дело обстоит сложнее. Длина резонатора оказывается соизмеримой с длиной упругих волн в спиральной нанотрубке, и поэтому приходится воспользоваться моделью системы с распределенными параметрами. Мы рассматриваем здесь лишь линейный режим упругих колебаний, пренебрегая дисперсией. Считаем наноспираль пружиной круглого сечения, масса которой может быть легко вычислена, а жесткость выражена через ранее найденное значение модуля Юнга и коэффициент Пуассона для используемой нанотрубки.

Другим важным отличием механических свойств описываемого здесь электромеханического резонатора от его электрических свойств является то, что коэффициент его затухания зависит не от собственных физических свойств материала, а определяется вязкостью среды (воздуха), в которой происходят колебания. Для решения этой части задачи мы используем приближение, к которому часто прибегают и в рамках которого каждый виток спирали замещается на отрезок струны с грузиком на конце. Это позволяет воспользоваться формулой Стокса для отыскания коэффициента сопротивления среды r , чтобы потом найти коэффициент затухания β и механическую добротность Q резонатора.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В отсутствие дисперсии частоты колебаний пружины

$$\omega = vk, \quad (1)$$

где скорость распространения упругих волн определяется равновесной силой натяжения спирали T_0 и ее линейной плотностью ρ_0 : $v = \sqrt{T_0 / \rho_0}$, а $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число (λ – длина упругой волны).

Далее $T_0 = K_1 p$, а $\rho_0 = M_1/p$, где K_1 и M_1 – соответственно коэффициент жесткости и масса одного витка, а p – шаг намотки спирали. Поскольку $K_1 = KN$, а $M_1 = M/N$, где K и M – соответственно коэффициент жесткости и масса всей спирали, а N – число ее витков,

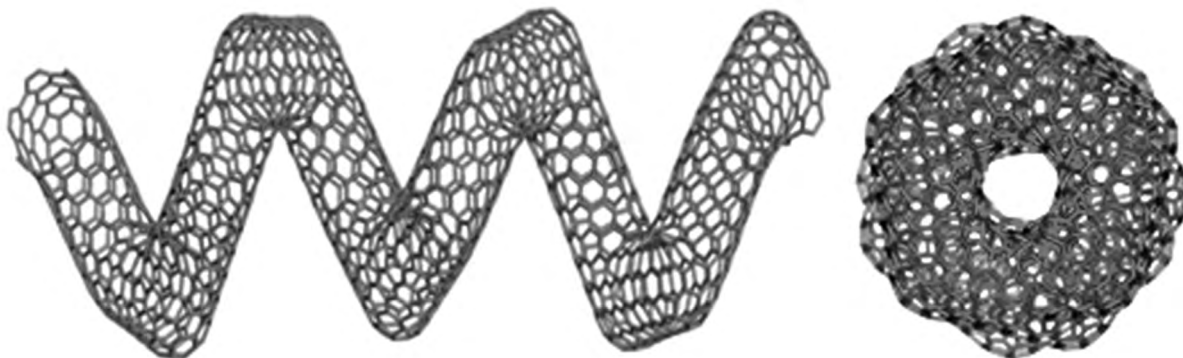


Рис. 1. Электромеханический резонатор на спиральной нанотрубке $C_6(6,6)$

то
$$v = l\sqrt{K/M}, \quad (2)$$

где $l = pN$ – длина спирали.

Согласно известным из механики деформируемых тел формулам [8],

$$K = \frac{1}{8} \frac{G}{N} \frac{d^4}{D_c^3}, \quad (3)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\sigma)}, \quad (4)$$

где G – модуль сдвига проволоки (нанотрубки), вычисляемый через ее модуль Юнга E и коэффициент Пуассона σ , а d и D_c – соответственно диаметры нанотрубки и спирали. Для $p_{min} D_c = d$.

В случае полуволнового резонатора ($l = \lambda/2$) формула (1) с учетом (2) сводится к виду:

$$\omega_0 = \pi \sqrt{\frac{K}{M}} = \pi \frac{p}{l} \sqrt{\frac{K_1}{M_1}}. \quad (5)$$

Таким образом, как и в случае электромагнитных волн, собственная частота колебаний спирального резонатора на нанотрубке обратно пропорциональна длине спирали. Отметим также, что ω_0 не зависит от типа колебаний пружины: она одинакова как для продольных, так и для поперечных колебаний.

Для отыскания коэффициента затухания упругих колебаний в спирали воспользуемся, как уже указывалось выше, заменой одного витка спирали на отрезок струны длиной p , в котором действует сила натяжения $T_0 = K_1 p$, а на ее конце находится грузик в виде шарика массой M_1 . В случае малых колебаний такой системы в среде с динамической вязкостью η , согласно формуле Стокса, сила сопротивления пропорциональна скорости движения шарика v :

$$F_c = 3\pi\eta D_c v = rv,$$

где $r = 3\pi\eta D_c$ – коэффициент сопротивления, определяющий коэффициент затухания колебаний $\beta = r/(2M_1)$.

Важно отметить, что в случае электромагнитных колебаний в спиральной нанотрубке коэффициент затухания зависит от ее длины, а в случае упругих колебаний в ней он зависит от числа витков в спирали и при $D_c = d$ определяется выражением:

$$\beta = \frac{3}{2} \pi \eta \frac{d}{p_{min}} \frac{l}{M}. \quad (6)$$

Тем не менее, как и в случае электромагнитных колебаний, в этом случае есть критическая длина спирали, при превышении которой затухание становится апериодическим. Она находится из условия равенства выражений (5), (6) и определяется формулой:

$$l_{kp} = \frac{2}{3} \frac{p_{min}}{\eta d} \sqrt{MK}. \quad (7)$$

Частота резонанса смещений в исследуемом электромеханическом резонаторе находится по формуле:

$$\omega_{pez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \quad (8)$$

а амплитудно-частотная и фазово-частотная характеристики вынужденных упругих колебаний в нем описываются соответственно выражениями:

$$\frac{A}{A_0} = \frac{2(\beta/\omega_0)\sqrt{1-(\beta/\omega_0)^2}}{\sqrt{[1-(\omega/\omega_0)^2]^2 + 4(\beta/\omega_0)^2(\omega/\omega_0)^2}}, \quad (9)$$

$$\varphi = -\arctg \left[2 \frac{(\beta/\omega_0)(\omega/\omega_0)}{1-(\omega/\omega_0)^2} \right], \quad (10)$$

где A – амплитуда колебаний на частоте ω , A_0 – ее значение на резонансной частоте ω_{pez} , а φ – сдвиг фаз между смещением и вынуждающей силой.

Механическую добротность резонатора можно найти по формуле:

$$Q = \omega_{pez} / (\Delta\omega)_{pez}, \quad (11)$$

где $(\Delta\omega)_{pez}$ – ширина резонансной кривой по уровню $A/A_0 = 0,707$.

ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В таблице 1 представлены результаты расчета механических характеристик исследуемого электромеханического резонатора на основе спиральной нанотрубки $C_6(6,6)$ -типа с длиной спирали $l = 0,10$ мкм. Расчеты представленных параметров выполнены с использованием формул (2)–(4). Масса спирали вычислялась по формуле $M = \pi d l \rho_2$, где $\rho_2 = 1/S_2$ – поверхностная плотность массы нанотрубки, обратная ее удельной поверхности $S_2 = 2,63 \cdot 10^6$ м²/кг, значение которой было найдено

Таблица 1

Механические характеристики электромеханического резонатора на основе спиральной нанотрубки

$C_6(6,6)$ -типа с длиной спирали $l = 0,10$ мкм

d , нм	p_{min} , нм	G , ТПа	K , Па·м	M , 10^{-23} кг	v , 10^3 м/с	N
0,81	1,84	0,053	0,10	9,66	3,2	54

Резонансные характеристики исследуемого электромеханического резонатора

$\omega_0, 10^{10} \text{ с}^{-1}$	$\beta, 10^{10} \text{ с}^{-1}$	$l_{кр}, \text{ мкм}$	$\omega_{рез}, 10^{10} \text{ с}^{-1}$	Q
10	3,9	0,26	9,2	7,7

в работе [9] для графена. Значения модуля Юнга E и коэффициента Пуассона σ для расчета модуля сдвига G брались из работы [10].

В таблице 2 представлены расчетные значения для собственной частоты незатухающих упругих колебаний в спирали ω_0 , коэффициента затухания β , критической длины спирали $l_{кр}$, частоты резонанса смещений $\omega_{рез}$ и механической добротности Q (она находилась из графика амплитудно-частотной характеристики, см. ниже). Расчеты проводились по формулам (5)–(8).

Амплитудно-частотная и фазово-частотная характеристики вынужденных упругих колебаний в рассматриваемой спиральной нанотрубке, описываемые формулами (9) и (10), показаны на рисунке 2.

Как видно из рисунка 2 и формулы (11), механическая добротность исследуемого электромеханического резонатора $Q = 7,7$.

Достоверность полученных нами результатов косвенным образом подтверждается заключением, сделанным в работе [1], что для спиральных нанотрубок с диаметром спирали менее 1 нм резонансные частоты оказываются в гигагерцевом диапазоне.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из полученных результатов следует, что частоты механического резонанса электромеханических резонаторов на спиральных нанотрубках могут достигать десятков гигагерц. Это позволяет сделать механические чувствительные элементы нанодатчиков для работо-

технических и биоробототехнических систем такими же быстродействующими, как и их электронные аналоги. Конечно, использование электромеханического резонанса в указанных электромеханических резонаторах позволяет поднять рабочие частоты подобных устройств до уровня оптических частот и увеличить их быстродействие еще на несколько порядков. Однако если в области создания чувствительных элементов нанодатчиков упруго-резонансного типа на основе спиральных нанотрубок на сегодняшний день уже имеются определенные достижения и дальнейшие результаты здесь прогнозируемы, то для освоения оптического диапазона еще предстоит серьезная экспериментальная работа. В частности, необходимо решить задачи съема и обработки сигналов в таких устройствах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Coiled carbon nanotubes as self-sensing mechanical resonators / A. Volodin, D. Buntinx, M. Ahlskog, A. Fonseca, J.B. Nagy, C. Van Haesendonck // Nano Lett. – 2004. – V. 4, № 9. – pp. 1775–1779.
2. Interaction of hydrogen with carbon coils at low temperature / Y. Furuya, T. Hashishin, H. Iwanaga, S. Motojima, Y. Hishikawa // Carbon. – 2004. – V. 42. – pp. 331–335.
3. Evaluation of induced electromotive force of a carbon micro coil / Y. Koto, N. Adachi, T. Okuda, T. Yoshida, S. Motojima, T. Tsuda // Japan. J. Appl. Phys. – 2003. – V. 42. – pp. 5035–5037.
4. Novel Tactile Sensors Manufactured by Carbon Microcoils / X. Chen, S. Yang, M. Hasegawa, K. Takeuchi,

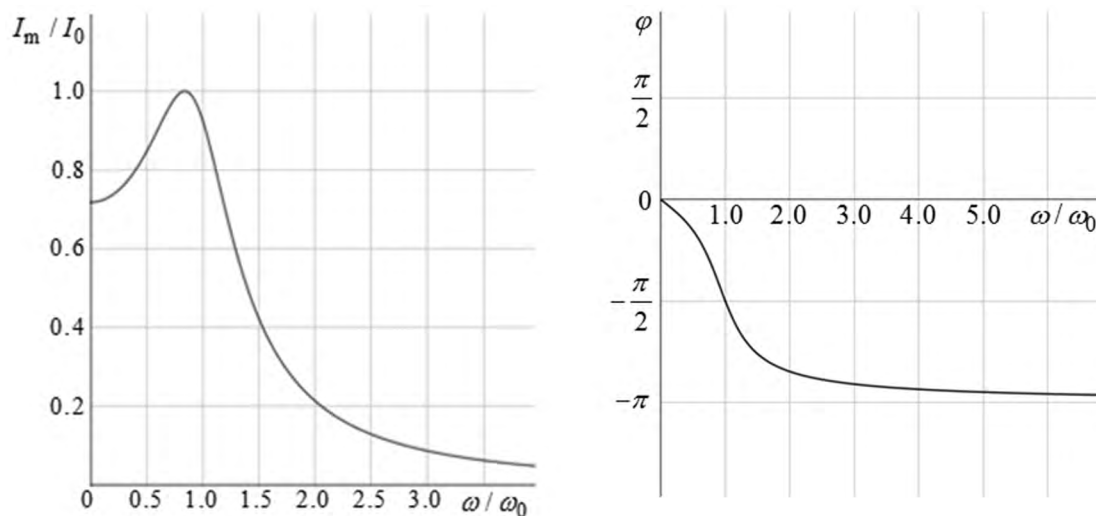


Рис. 2. Амплитудно-частотная (слева) и фазово-частотная (справа) характеристики вынужденных колебаний в спиральной нанотрубке $C_6(6,6)$ -типа длиной $l = 0,10 \text{ мкм}$, $\omega_0 = 1,0 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$, $\beta = 3,9 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, $\omega_{рез} = 9,2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$

K. Kawabe, S. Motojima // *IEEE Proc. Int. Conf. on MEMS, NANO and Smart Systems* (Banff, Alberta, Canada, Aug. 2004). – pp. 486–490.

5. Properties and potential applications of carbon microcoils/nanocoils / S. Motojima, X. Chen, S. Yang, M Hasegawa // *Diamond Relat. Mater.* – 2004. – № 13. – pp. 1989–1992.

6. Kuzuya C., Ueda A., Kawabe K. Application of CMC to tactile sensor // *Mater. Integration.* – 2004. – № 17. – pp. 9–16.

7. Браже Р.А., Савин А.Ф. Чувствительные элементы магнитоиндуктивных датчиков на нанотрубках различной конфигурации // *Изв. высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки.* – 2015. – № 3 (35). – С. 125–133.

8. Анурьев В.И. Справочник конструктора машиностроителя: В 3 т. Т.3. – М. : Машиностроение, 2001. – 199 с.

9. Браже Р.А., Кочаев А.И., Мефтахутдинов Р.М. Упругие волны в углеродных 2D-супракристаллах // *ФТТ.* – 2011. – Т. 53, № 8. – С. 1614–1617.

10. Браже Р.А., Кочаев А.И. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона планарных и нанотубулярных супракристаллических структур // *ФТТ.* – 2012. – Т. 54, № 7. – С. 1347–1349.

REFERENCES

1. Volodin A., D. Buntinx, M. Ahlskog, A. Fonseca, J.B. Nagy, C. Van Haesendonck. Coiled Carbon Nanotubes as Self-Sensing Mechanical Resonators. *Nano Lett*, 2004, vol. 4, no. 9, pp. 1775–1779.

2. Furuya Y., T. Hashishin, H. Iwanaga, S. Motojima, Y. Hishikawa. Interaction of Hydrogen with Carbon Coils at Low Temperature. *Carbon*, 2004, vol. 42, pp. 331–335.

3. Koto Y., N. Adachi, T. Okuda, T. Yoshida, S. Motojima, T. Tsuda Evaluation of Induced Electromotive Force of a Carbon Micro Coil. *Japan. J. Appl. Phys.*, 2003, vol. 42, pp. 5035–5037.

4. Chen X., S. Yang, M. Hasegawa, K. Takeuchi, K. Kawabe, S. Motojima Novel Tactile Sensors Manufactured by Carbon Microcoils. *IEEE Proc. Int. Conf. on MEMS, NANO and Smart Systems*, Banff, Alberta, Canada, Aug. 2004, pp. 486–490.

5. Motojima S., X. Chen, S. Yang, M. Hasegawa. Properties and Potential Applications of Carbon Microcoils/Nanocoils. *Diamond Relat. Mater.*, 2004, no. 13, pp. 1989–1992.

6. Kuzuya C., Ueda A., Kawabe K. Application of CMC to Tactile Sensor. *Mater. Integration*, 2004, no. 17, pp. 9–16.

7. Brazhe R.A., Savin A.F. Chuvstvitelnye elementy magnitoinduktivnykh datchikov na nanotrubkakh razlichnoi konfiguratsii [Sensing Elements of Magnetic Inductive Sensors on Nanotubes of Various Configuration]. *Izv. vysshikh uchebnykh zavedenii. Povolzhskii region. Tekhnicheskie nauki* [University Proceedings. Volga Region. Technical Sciences.], 2015, no. 3 (35), pp. 125–133.

8. Anuriev V.I. *Spravochnik konstruktora mashinostroitelia* [Handbook for Mechanicians. 3 volumes, vol. 3]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2001. 199 p.

9. Brazhe R.A., Kochaev A.I., Meftakhutdinov R.M. Uprugie volny v uglirodnykh 2D-suprakristallakh [Elastic Waves in Carbonaceous 2D-Supracrystals]. *FTT* [Physics of Solids], 2011, vol. 53, no. 8, pp. 1614–1617.

10. Brazhe R.A., Kochaev A.I. Modul lunga i koeffitsient Puassona planarnykh i nanotubuliarnykh suprakristallicheskikh struktur [Young's Modulus and Poisson Ratio of Planar and Nanotubular Supracrystalline Structures]. *FTT* [Physics of Solids], 2012, vol. 54, no. 7, pp. 1347–1349.