УДК 621.377

А.К. Иванов, В.А. Бабошин

ОПТИМАЛЬНОЕ ФОРМИРОВАНИЕ КОНТУРОВ УПРАВЛЕНИЯ

Иванов Александр Куприянович, *доктор технических наук, окончил физический факультет Иркутского государственного университета, аспирантуру Московского высшего технического училища им. Н.Э. Баумана, докторантуру Ульяновского государственного технического университета. Главный научный сотрудник ФНПЦ АО «НПО «Марс». Имеет монографии, учебное пособие, статьи в области математического моделирования иерархических АСУ реального времени. [e-mail: mars@mv.ru].*

Бабошин Владимир Александрович, *кандидат технических наук, доцент, окончил Ульяновское высшее военное командное училище связи, доцент кафедры «Информатика и математика» Санкт-Петербургского военного института войск национальной гвардии. Имеет статьи, изобретения в областях анализа (синтеза) информационных систем и математического моделирования. [e-mail: boboberst@mail.ru].*

Аннотация

Процесс формирования контуров управления в иерархической автоматизированной системе управления сведен к трехмерной задаче оптимального распределения объектов управления, средств наблюдения и объектов среды. Приведены различные варианты контуров. Описан алгоритм случайного поиска оптимального распределения двухмерной задачи с объектами управления и объектами среды. Приведена аналитическая аппроксимация алгоритма, полученная с использованием ортогонального преобразования и используемая при планировании применения объектов управления с учетом изменения их положения в пространстве. На основании алгоритма распределения двухмерной задачи разработан алгоритм случайного поиска оптимального распределения трехмерной задачи для одного из вариантов, когда каждый контур образован определенными элементами, не входящими в другие контуры. По результатам проведенного анализа установлено, что время решения задачи при большой размерности может не соответствовать динамике изменения обстановки. Показан способ применения аналитической зависимости для сокращения времени решения, описан соответствующий алгоритм. Приведены результаты экспериментальных исследований с использованием разработанных программных средств, подтверждающие теоретические положения.

Ключевые слова: контур управления, задача распределения, математическая модель, алгоритм решения, аналитическая зависимость.

OPTIMAL CREATION OF CONTROL LOOPS

Aleksandr Kupriianovich Ivanov, *Doctor of Science in Engineering; graduated from the Faculty of Physics of Irkutsk State University; completed his post-graduate studies at Bauman Moscow Higher Technical School and his doctoral studies at Ulyanovsk State Technical University; Chief Staff Scientist at Federal Research-and-Production Center Joint Stock Company 'Research-and-Production Association 'Mars'; an author of monographs, articles, and a manual in the field of mathematical modeling of hierarchical real-time computer-aided control systems. e-mail: mars@mv.ru.*

Vladimir Aleksandrovich Baboshin, *Candidate of Sciences in Engineering, Associate Professor; graduated from Ulyanovsk Higher Military Command College of Communications; Associate Professor at the Department of Informatics and Mathematics of St. Petersburg National Guard Forces Command Military Institute; an author of articles and inventions in the field of the analysis and synthesis of information systems and mathematical modeling. e-mail: boboberst@mail.ru.*

Abstract

The creation process of control loops in a hierarchical automated control system is determined by a three-dimensional task of optimal distribution of control objects, monitoring software, and environment objects. Different variations of control loops are presented. An algorithm of random searching the optimal distribution of two-dimensional task with control objects and environment objects is described. The analytical approximation of algorithm is given. It was obtained by the orthogonal transformation and was implemented while planning the control objects usage with regard to changing their location in space. Based on the algorithm of the two-dimensional task distribution, the algorithm of random searching the optimal distribution of three-dimensional task for one of the variations when each loop was created by the specified elements that are not included in other loops was developed. Following the results of the undertaken analysis, it was found that task time at high dimensionality could not comply with the dynamic of situation changing. The way of applying the analytical dependence for task time reducing is shown as well as the corresponding algorithm is described. The findings of experimental studies carried out by the use of the developed software are given. The obtained results verify the theory.

Key words: control loop, distribution task, mathematical model, solution algorithm, analytical dependence.

Введение

Перспективная стратегия применения объектов управления (ОУ) в иерархических системах предполагает формирование контуров, в которые входят ОУ, средства наблюдения (СН) и объекты среды (ОС) [1–4]. СН должны обеспечивать ОУ информацией о состоянии ОС в реальном масштабе времени [5, 6]. Оптимальное формирование контуров требует решения трехмерной задачи распределения. Двухмерная задача распределения освоена в автоматизированных системах управления (АСУ) различных классов и выполняется за приемлемое время даже при большой размерности (до 1000 ОУ и ОС) [7–10]. В [11, 12] рассматривалась двухмерная задача распределения с учетом выбора координат ОУ. В этом случае на каждом шаге выбора состояния ОУ методом случайного поиска решалась двухмерная задача распределения. Время планирования значительно возрастало. Для сокращения времени был разработан метод аналитической аппроксимации алгоритма распределения с использованием ортогонального преобразования. Трехмерная задача распределения, решаемая при формировании контуров, имеет ряд особенностей. В общем случае элементы (ОУ, СН, ОС) могут входить в контуры в различных сочетаниях. Самый простой вариант, когда каждый контур состоит из элементов, не входящих в другие контуры. Для решения, как и в двухмерном случае, можно использовать случайный поиск, оценивая на каждом шаге прирост выбранного критерия эффективности. Число перестановок, соответственно, будет на порядок больше. Примерно в такой же степени возрастает и время решения задачи. Путем экспериментальных исследований можно установить зависимость времени выполнения расчетов от размерности. При большой размерности, когда время расчетов не соответствует динамике реальной обстановки, деление трехмерной задачи на две двухмерные, вложенные одна в другую, позволяет использовать аналитическую зависимость алгоритма решения двухмерной задачи.

1 Двухмерная задача распределения

Частная задача управления решается на основе известной матрицы вероятностей и состоит в распределении ОС по ОУ [7–10]:

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nm} \end{bmatrix} \xrightarrow{A} \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix},$$

где P_{ij} – вероятность достижения цели при воздействии i-го ОУ на j-й ОС;

A – алгоритм распределения ОУ по ОС;

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \textit{если } i\textit{-й ОУ воздействует на } j\textit{-й ОС}; \\ 0, \textit{в противном случае}. \end{cases}$$

Порядок воздействия может быть различным:

- каждый ОУ действует на один ОС, на отдельный ОС действует не более одного ОУ:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1,\ \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1,\ n = m;$$

- каждый ОУ действует на один ОС, на отдельный ОС могут действовать несколько ОУ:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \ge 1,\ \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1,\ n \ge m;$$

- один ОУ может действовать на несколько ОС, на отдельный ОС действует один ОУ:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1,\ \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \ge 1,\ n \le m;$$

- один ОУ может действовать на несколько ОС, на отдельный ОС действуют несколько ОУ:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \ge 1,\ \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \ge 1,\ n = m.$$

Более сложные алгоритмы учитывают порядок воздействия ОУ на ОС, однократный или многократный, последовательность действия ОУ на несколько ОС. Результат оценивается различными показателями:

- математическим ожиданием числа ОС, для которых достигаются результаты воздействия:

$$\Theta = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} P_{ij};$$

- вероятностью достижения результатов по всем ОС:

$$P = \prod_{i=1}^{n} \prod_{j=1}^{m} x_{ij} P_{ij};$$

- другими критериями (математическим ожиданием затрат на достижение всех результатов и т. д.).

Если критерием является математическое ожидание, то оптимальное распределение ОС сводится к задаче линейного программирования:

$$\Theta = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} P_{ij} \to \max;$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1,\ \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1,\ n = m,\ x_{ij} \in \{0,1\},$$

решаемой стандартными алгоритмами.

При распределении по вероятности оптимальное планирование достигается решением задачи нелинейного программирования:

$$P = \prod_{i=1}^{n} \prod_{j=1}^{m} x_{ij} P_{ij} \to \max;$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1,\ \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1,\ n = m,\ x_{ij} \in \{0,1\}.$$

Оптимальное решение может быть получено с использованием алгоритма случайного поиска следующим образом [13]:

1. Формируются исходные данные:

- матрица вероятностей $[P_{ij}]$;

- исходные значения распределения объектов $[x_{ij}]$, например, $x_{ii} = 1, x_{ij} = 0;\ i, j \in \overline{1, n};\ i \neq j.$

2. Рассчитывается эталонное значение выбранного критерия при заданной матрице вероятностей и исходном распределении:

$$\Theta^{э} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} P_{ij}.$$

3. Устанавливается эталонное распределение, равное исходному распределению:

$[x_{ij}]^{э} = [x_{ij}].$

4. Случайным образом выбираются два столбца в матрице распределения и меняются местами, образуя новое распределение:

$$\begin{bmatrix} x_{11} \ldots x_{1u} \ldots x_{1v} \ldots x_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{n1} \ldots x_{nu} \ldots x_{nv} \ldots x_{nn} \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} x_{11} \ldots x_{1v} \ldots x_{1u} \ldots x_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{n1} \ldots x_{nv} \ldots x_{nu} \ldots x_{nn} \end{bmatrix}.$$

5. Для полученного распределения рассчитывается значение критерия:

$$\Theta = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} P_{ij}.$$

6. Если полученное значение критерия больше эталонного, то оно становится эталонным, соответственно, новое распределение становится эталонным:

$$\Theta > \Theta^{э} \to \Theta^{э} := \Theta,\ \left[x_{ij}\right]^{э} := \left[x_{ij}\right].$$

Переход к пункту 4.

7. Если полученное значение критерия меньше или равно эталонному, эталонное значение критерия и эталонное распределение остаются без изменения. Устанавливается количество выполненных подряд случайных перестановок в матрице распределения, при которых нет приращения критерия. При превышении заданного числа процесс поиска заканчивается, полученные значения критерия и распределения принимаются за оптимальные. Если число перестановок меньше заданного, выполняется переход к пункту 4.

В [11, 12] проведен анализ применения ортогонального преобразования для построения данной зависимости и получена приближенная формула методом последовательного ортогонального преобразования:

$$\Theta^{(1)} = \overline{P} \cdot n,\ \overline{P} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} P_{ij};$$

$$\Theta^{(2)} = \overline{P} \cdot n + \overline{P^{(1)}} \cdot n;$$

$$P_{ij}^{(1)} = \begin{cases} \left(P_{ij} - \overline{P}\right), P_{ij} \geq \overline{P}; \\ 0,\ P_{ij} < \overline{P}; \end{cases}$$

$$\overline{P^{(1)}} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} P_{ij}^{(1)};$$

$$\Theta^{(3)} = \overline{P} \cdot n + \overline{P^{(1)}} \cdot n + \overline{P^{(2)}} \cdot n;$$

$$P_{ij}^{(2)} = \begin{cases} \left(P_{ij}^{(1)} - \overline{P^{(1)}}\right), P_{ij}^{(1)} \geq \overline{P^{(1)}}; \\ 0,\ P_{ij}^{(1)} < \overline{P^{(1)}}; \end{cases}$$

$$\overline{P^{(2)}} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} P_{ij}^{(2)};$$

……………………………………………………

$$\Theta^{(k)} = \overline{P} \cdot n + \overline{P^{(1)}} \cdot n + \overline{P^{(2)}} \cdot n + \ldots + \overline{P^{(k-1)}} \cdot n;$$

$$P_{ij}^{(k-1)} = \begin{cases} \left(P_{ij}^{(k-2)} - \overline{P^{(k-2)}}\right), P_{ij}^{(k-2)} \geq \overline{P^{(k-2)}}; \\ 0,\ P_{ij}^{(k-2)} < \overline{P^{(k-2)}}; \end{cases}$$

$$\overline{P^{(k-1)}} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} P_{ij}^{(k-1)};$$

$$F\left(\begin{bmatrix} P_{11} & \cdots & P_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix}\right) \approx \Theta^{(k)},\ k = 1,2,3,\ldots,$$

где $\Theta^{(k)}$ – приближенная формула после k шагов последовательного ортогонального преобразования.

Практически достаточно 3–4 шагов.

2 Трехмерная задача распределения

Задача формирования контуров состоит в распределении ОУ и СН по ОС [1, 2]:

$$\begin{bmatrix} P_{111} & P_{121} & \dots & P_{1n1} \\ P_{211} & P_{221} & \dots & P_{2n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n11} & P_{n21} & \dots & P_{nn1} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_{111} & x_{121} & \dots & x_{1n1} \\ x_{211} & x_{221} & \dots & x_{2n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n11} & x_{n21} & \dots & x_{nn1} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} P_{112} & P_{122} & \dots & P_{1n2} \\ P_{212} & P_{222} & \dots & P_{2n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n12} & P_{n22} & \dots & P_{nn2} \end{bmatrix} \overset{A}{\Rightarrow} \begin{bmatrix} x_{112} & x_{122} & \dots & x_{1n2} \\ x_{212} & x_{222} & \dots & x_{2n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n12} & x_{n22} & \dots & x_{nn2} \end{bmatrix};$$

....

$$\begin{bmatrix} P_{11n} & P_{12n} & \dots & P_{1nn} \\ P_{21n} & P_{22n} & \dots & P_{2nn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1n} & P_{n2n} & \dots & P_{nnn} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_{11n} & x_{12n} & \dots & x_{1nn} \\ x_{21n} & x_{22n} & \dots & x_{2nn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1n} & x_{n2n} & \dots & x_{nnn} \end{bmatrix},$$

где P_{ijv} – вероятность достижения цели при образовании контура из i-го ОУ, j-го СН и v-го ОС;

A – алгоритм формирования контура;

$[x_{ijv}]$ – матрица распределения по контурам;

$$x_{ijv} = \begin{cases} 1, \textit{если } i\textit{-й ОУ, } j\textit{-е СН, } v\textit{-й ОС} \\ \qquad \textit{образуют контур;} \\ 0, \textit{в противном случае.} \end{cases}$$

Возможны различные варианты контуров (рис. 1):

- контуры не имеют общих элементов:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ijv} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{v=1}^{n} x_{ijv} = \\ = \sum_{j=1}^{n}\sum_{v=1}^{n} x_{ijv} = 1;$$

- ОУ могут входить в несколько контуров:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ijv} \ge 1, \sum_{i=1}^{m}\sum_{v=1}^{n} x_{ijv} \ge 1,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{v=1}^{n} x_{ijv} = 1,\ n \ge m;$$

- СН могут входить в несколько контуров:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_{ijv} \ge 1,\ \ \sum_{j=1}^{m}\sum_{v=1}^{n} x_{ijv} \ge 1,$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{v=1}^{n} x_{ijv} = 1,\ n \ge m;$$

- ОУ и СН могут входить в несколько контуров:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} x_{ijv} \ge 1, \sum_{j=1}^{m}\sum_{v=1}^{n} x_{ijv} \ge 1,$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{v=1}^{n} x_{ijv} \ge 1, n \ge m;$$

- ОС может входить в несколько контуров:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ijv} = 1, \sum_{i=1}^{n}\sum_{v=1}^{m} x_{ijv} \ge 1,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{v=1}^{m} x_{ijv} \ge 1,\ n \ge m;$$

- ОС и СН могут входить в несколько контуров:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_{ijv} \ge 1, \sum_{i=1}^{n}\sum_{v=1}^{m} x_{ijv} \ge 1,$$

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{v=1}^{m} x_{ijv} \ge 1,\ n \ge m.$$

Цель создания контура достигается при обнаружении ОС СН, доведения информации о координатах до ОУ и результативного воздействия со стороны ОУ на ОС:

$$P_{ijv} = P_{iv} \cdot P_{jv} \cdot P_{ij},\ x_{ijv} = x_{iv} \cdot x_{jv} \cdot x_{ij},\ i, j, v \in [1, n],$$

где P_{iv} – вероятность результативного воздействия i-го ОУ на v-й ОС;

P_{jv} – вероятность обнаружения v-го ОС j-м СН;

P_{ij} – вероятность доведения информации от j-го СН i-му ОУ;

$$x_{iv} = \begin{cases} 1, \textit{если } i\textit{-й ОУ входит в контур с } v\textit{-м ОС;} \\ 0, \textit{в противном случае;} \end{cases}$$

$$x_{jv} = \begin{cases} 1, \textit{если } j\textit{-е СН входит в контур с } v\textit{-м ОС;} \\ 0, \textit{в противном случае;} \end{cases}$$

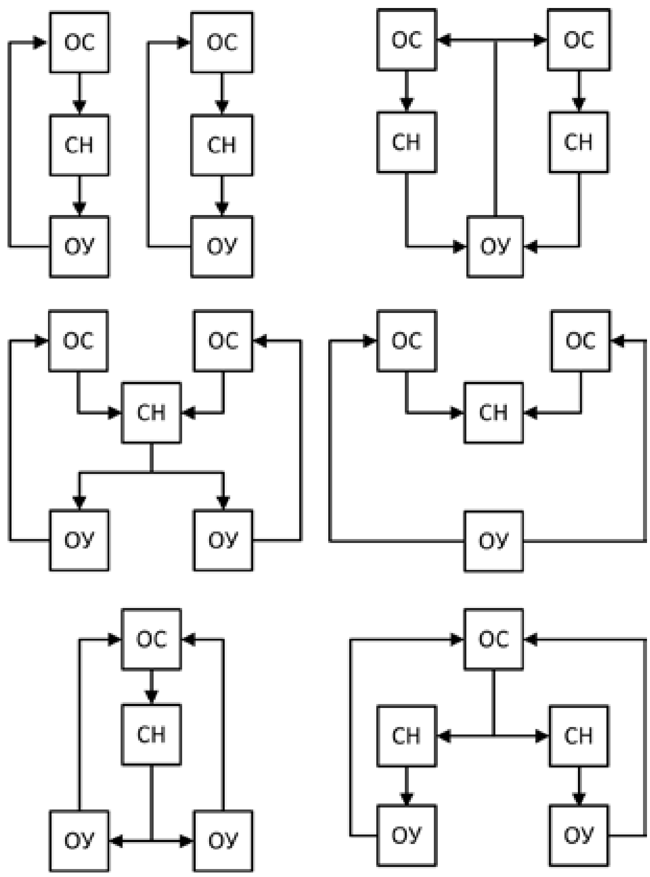

Рис. 1. Варианты распределения элементов по контурам управления

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если } i\text{-й ОУ входит в контур с } j\text{-м СН;} \\ 0, \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Один из возможных критериев эффективности контура:

$$\Theta = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{v=1}^{n} x_{ijv} \cdot P_{ijv}.$$

Формальная постановка задачи формирования оптимальных контуров для случая, когда нет общих элементов, имеет следующий вид:

$$\Theta = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{v=1}^{n} x_{ijv} \cdot P_{ijv} \to \max;$$
$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ijv} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{v=1}^{n} x_{ijv} = $$
$$= \sum_{j=1}^{n} \sum_{v=1}^{n} x_{ijv} = 1.$$

Случайный поиск оптимального решения включает следующие этапы [13]:

1. Формируются матрицы вероятностей: $[P_{ijv}]$, $[P_{iv}]$, $[P_{jv}]$, $[P_{ij}]$.

2. Устанавливаются исходные распределения: $[x_{ijv}]$, $[x_{iv}]$, $[x_{jv}]$, $[x_{ij}]$.

3. Рассчитывается выбранный критерий при заданных матрицах вероятностей и исходных распределениях:

$$\Theta^* = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{v=1}^{n} x_{ijv} \cdot P_{ijv}.$$

4. Случайным образом выбираются две двухмерные матрицы в трехмерной матрице распределения и меняются местами, образуя новое распределение:

$$\begin{bmatrix} x_{11w} & x_{12w} & \cdots & x_{1nw} \\ x_{21w} & x_{22w} & \cdots & x_{2nw} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1w} & x_{n2w} & \cdots & x_{nnw} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11u} & x_{12u} & \cdots & x_{1nu} \\ x_{21u} & x_{22u} & \cdots & x_{2nu} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n11} & x_{n21} & \cdots & x_{nn1} \end{bmatrix};$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots \Rightarrow \cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\begin{bmatrix} x_{11u} & x_{12u} & \cdots & x_{1nu} \\ x_{21u} & x_{22u} & \cdots & x_{2nu} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1u} & x_{n2u} & \cdots & x_{nnu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11w} & x_{12w} & \cdots & x_{1nw} \\ x_{21w} & x_{22w} & \cdots & x_{2nw} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1w} & x_{n2w} & \cdots & x_{nnw} \end{bmatrix}.$$

5. Рассчитывается критерий для полученного распределения:

$$\Theta = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{v=1}^{n} x_{ijv} \cdot P_{ijv}.$$

6. Если рассчитанный после перестановки критерий больше исходного, то перестановка сохраняется, в противном случае восстанавливается исходное распределение:

$$\Theta > \Theta^* \to$$
$$\to \begin{bmatrix} x_{11u} & x_{12u} & \cdots & x_{1nu} \\ x_{21u} & x_{22u} & \cdots & x_{2nu} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n11} & x_{n21} & \cdots & x_{nn1} \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} x_{11w} & x_{12w} & \cdots & x_{1nw} \\ x_{21w} & x_{22w} & \cdots & x_{2nw} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1w} & x_{n2w} & \cdots & x_{nnw} \end{bmatrix};$$

$$\Theta \le \Theta^* \to$$
$$\to \begin{bmatrix} x_{11w} & x_{12w} & \cdots & x_{1nw} \\ x_{21w} & x_{22w} & \cdots & x_{2nw} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1w} & x_{n2w} & \cdots & x_{nnw} \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} x_{11u} & x_{12u} & \cdots & x_{1nu} \\ x_{21u} & x_{22u} & \cdots & x_{2nu} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n11} & x_{n21} & \cdots & x_{nn1} \end{bmatrix}.$$

7. Случайный поиск выполняется до тех пор, пока возрастание критерия после заданного числа перестановок становится ниже определенного значения.

При большом числе элементов решение задачи оптимального формирования контуров становится неприемлемым в условиях реального времени [14, 15]. В этом случае можно использовать приближенную аналитическую зависимость алгоритма двухмерного распределения.

Случайный поиск оптимального решения при использовании аналитической зависимости включает следующие этапы [16, 17]:

1. Формируются матрицы вероятностей: $[P_{ijv}]$, $[P_{iv}]$, $[P_{jv}]$, $[P_{ij}]$.

2.Установливаются исходные распределения: $[x_{ijv}]$, $[x_{iv}]$, $[x_{jv}]$, $[x_{ij}]$.

3. Рассчитывается выбранный критерий при заданных матрицах вероятностей и исходных распределениях:

$$\Theta^{(1)} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{v=1}^{n} x_{ijv} \cdot P_{ijv}.$$

4. Случайным образом выбираются два столбца в двухмерной матрице $[x_{jv}]$ распределения СН по ОС:

$$\begin{bmatrix} x_{11} \ldots x_{1u} \ldots x_{1w} \ldots x_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{n1} \ldots x_{nu} \ldots x_{nw} \ldots x_{nn} \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} x_{11} \ldots x_{1w} \ldots x_{1u} \ldots x_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{n1} \ldots x_{nw} \ldots x_{nu} \ldots x_{nn} \end{bmatrix}.$$

5. С учетом перестановок и при использовании приведенной аналитической зависимости находится значение критерия:

$$P_{ijv} = P_{iv} \cdot P_{jv} \cdot P_{ij};$$
$$\Theta^{(1)} = \overline{P} \cdot n,\ \overline{P} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{v=1}^{n} P_{ijv};$$
$$\Theta^{(2)} = \overline{P} \cdot n + \overline{P^{(1)}} \cdot n;$$
$$P_{ijv}^{(1)} = \begin{cases} \left(P_{ijv} - \overline{P}\right), P_{ijv} \ge \overline{P}; \\ 0,\ P_{ijv} < \overline{P}; \end{cases}$$
$$\overline{P^{(1)}} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{v=1}^{n} P_{ijv}^{(1)};$$
$$\Theta^{(3)} = \overline{P} \cdot n + \overline{P^{(1)}} \cdot n + \overline{P^{(2)}} \cdot n;$$
$$P_{ijv}^{(2)} = \begin{cases} \left(P_{ijv}^{(1)} - \overline{P^{(1)}}\right), P_{ijv}^{(1)} \ge \overline{P^{(1)}}; \\ 0,\ P_{ijv}^{(1)} < \overline{P^{(1)}}; \end{cases}$$

$$\overline{P^{(2)}} = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{v=1}^{n} P_{ijv}^{(2)};$$

……………………………………………………

$$\Theta^{(k)} = \overline{P}\cdot n + \overline{P^{(1)}}\cdot n + \overline{P^{(2)}}\cdot n + \ldots + \overline{P^{(k-1)}}\cdot n\ ;$$

$$P_{ijv}^{(k-1)} = \begin{cases} \left(P_{ijv}^{(k-2)} - \overline{P^{(k-2)}}\right), P_{ijv}^{(k-2)} \ge \overline{P^{(k-2)}}; \\ 0,\ P_{ijv}^{(k-2)} < \overline{P^{(k-2)}}; \end{cases}$$

$$\overline{P^{(k-1)}} = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{v=1}^{n} P_{ijv}^{(k-1)}.$$

6. Если рассчитанный после перестановки критерий больше исходного, то перестановка сохраняется, в противном случае восстанавливается исходное распределение:

$$\Theta > \Theta^* \to \begin{bmatrix} x_{11}\ldots x_{1w}\ldots x_{1u}\ldots x_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{n1}\ldots x_{nw}\ldots x_{nu}\ldots x_{nn} \end{bmatrix};$$

$$\Theta \le \Theta^* \to \begin{bmatrix} x_{11}\ldots x_{1u}\ldots x_{1w}\ldots x_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_{n1}\ldots x_{nu}\ldots x_{nw}\ldots x_{nn} \end{bmatrix}.$$

7. Случайный поиск выполняется до тех пор, пока возрастание критерия после заданного числа перестановок становится ниже определенного значения.

3 Экспериментальные исследования

Для реализации приведенных алгоритмов решения двухмерных и трехмерных задач распределения разработаны соответствующие программные средства. Целью экспериментальных исследований было установление времени и точности решения задач распределения различной размерности. В таблице 1 приведены времена решения трехмерных задач путем случайных перестановок всех элементов. Для каждой перестановки СН оценивается прирост критерия путем всех требуемых перестановок ОУ. Выбранное количество перестановок обеспечивает достаточную точность решения задач. На рисунке 2 приведена графическая зависимость времени решения задачи от размерности при количестве перестановок, равном 10000, что обеспечивает достаточную точность результатов.

Таблица 1

Время решения задач с различными параметрами (с)

Число ОУ, ОС	Количество перестановок ОУ	Количество перестановок СН		
		1000	10000	100000
10	1000	0,5	5	53
15	–	0,9	9	91
20	–	1,5	15	150
25	–	2,3	23	230
30	-	3	30	300
35	10000	40	400	4000
40	–	51	510	5100
45	–	70	700	7000
50	–	85	850	8500
55	–	100	1000	10000
60	–	120	1200	12000
65	–	135	1350	13500
70	–	150	1500	15000
75	–	170	1700	17000
80	–	190	1900	19000
85	–	210	2100	21000
90	100000	2400	24000	240000
95	–	2700	27000	270000
100	–	2950	29500	295000

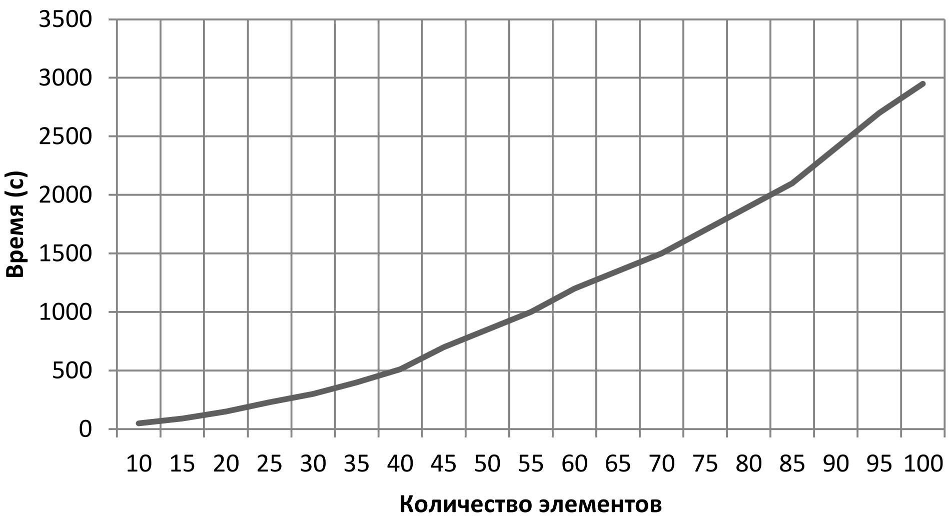

Рис. 2. Зависимость времени решения от размерности задачи

Таблица 2

Время и точность решения задач планирования

Размерность	Количество перестановок в алгоритме случайного поиска					
	0	100000	1000000	10000000	50000000	100000000
10	P=0,57; t= 0 c	P=0,84; t=1 c	P=0,85; t=2 c	P=0,86; t=11 c	P=0,87; t=55 c	P=0,88; t=110 c
15	P=0,50; t=0 c	P=0,81; t=1 c	P=0,83; t=3 c	P=0,86; t=23 c	P=0,88; t=114 c	P=0,91; t=229 c
20	P=0,47; t=0 c	P=0,85; t=1 c	P=0,86; t=4 c	P=0,88; t=40 c	P=0,89; t=200 c	P=0,90; t=8 мин
25	P=0,48; t=0 c	P=0,83; t=2 c	P=0,87; t=6 c	P=0,88; t=60 c	P=0,89; t=320 c	P=0,89; t=11 мин
30	P=0,41; t=0 c	P=0,87; t=2 c	P=0,91; t=8 c	P=0,92; t=87 c	P=0,93; t=8 мин	P=0,94; t=15 мин
35	P=0,61; t=0 c	P=0,86; t=3 c	P=0,90; t=12 c	P=0,91; t=114 c	P=0,92; t=10 мин	P=0,93; t=21 мин
40	P=0,47; t=0 c	P=0,89; t=3 c	P=0,90; t=15 c	P=0,92; t=150 c	P=0,92; t=13 мин	
50	P=0,46; t=0 c	P=0,87; t=3 c	P=0,89; t=25 c	P=0,90; t=230 c	P=0,91; t=21 мин	
70	P=0,51; t=0	P=0,94; t=5 c	P=0,95; t=48 c	P=0,96; t=8 мин		
100	P=0,48; t=0 c	P=0,94; t=10 c	P=0,95; t=95 c	P=0,96; t=16 мин		
200	P=0,50; t=0 c	P=0,96; t=44 c	P=0,96; t=8 мин	P=0,96; t=77 мин		
500	P=0,49; t=0 c	P=0,94; t=257 c	P=0,96; t=45 мин			
1000	P=0,50; t=0 c	P=0,95; t=17 мин	P=0,95; t=3 ч			

Использование вместо алгоритма случайного поиска аналитической зависимости позволяет решить задачи с большой размерностью (до 1000 элементов) (табл. 2).

Увеличение числа перестановок больше 100000 практически не изменяет оптимизируемый критерий при любой размерности задач. Выбор параметров задачи распределения должен производиться с учетом времени цикла управления, включающего сбор информации об обстановке, формирование контуров управления, доведение управляющих документов до подчиненных, практическую реализацию управления.

Заключение

Формирование оптимального контура управления в иерархической системе управления сводится к трехмерной задаче распределения. Алгоритм случайного поиска, используемый в двухмерных задачах, может применяться и в трехмерном случае. Соответственно возрастает время решения задачи. При определенной размерности время решения задачи превышает установленные требования по оперативности. Использование известной аналитической аппроксимации алгоритма распределения двухмерной задачи для сокращения времени планирования производится путем деления трехмерной задачи на две двухмерные, вложенные друг в друга. На каждом шаге поиска внешней задачи производится расчет прироста критерия по формуле для внутренней задачи. Таким образом, время решения трехмерной задачи практически равно времени решения двухмерной задачи такой же размерности. Погрешность в результатах при аппроксимации вполне допустима, учитывая приближенное описание реальных процессов математической моделью. Экспериментальные исследования показывают возможность прямого решения трехмерной задачи с размерностью до 100 элементов за 24 минуты. С использованием аналитической зависимости можно решить задачу с размерностью до 1000 элементов за 17–20 минут. Такие показатели оперативности в настоящее время вполне удовлетворительны для определенного класса объектов. Класс исследуемых объектов и размерность задач будут возрастать с ростом производительности используемых вычислительных средств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Автоматизация управления и связь в ВМФ / Н.Ф. Директоров [и др.]; под общ. ред. Ю.М. Кононова. – Изд. 2-е. – СПб. : Элмор, 2001. – 512 с.

2. Гвардейцев М.И., Морозов В.П., Розенберг В.Я. Специальное математическое обеспечение управления / под ред. М.И. Гвардейцева. – М. : Сов. Радио, 1978. – 512 с.

3. Дружинин В.В., Конторов Д.С. Идея, алгоритм, решение. – М. : Воениздат, 1972. – 328 с.

4. Единое информационное пространство ВМФ: от идеи до реализации / под общ. ред. В.И. Кидалова. – СПб. : Ника, 2003. – 490 с.

5. Абчук В.А., Суздаль В.Г. Поиск объектов. – М. : Советское радио. 1977. – 336 с.

6. Афанасьев А.А., Горбунов В.А. Эффективность обнаружения целей радиотехническими средствами наблюдения. – М. : Оборонгиз, 1964. – 123 с.

7. Иванов А.К. Алгоритм планирования в иерархической системе управления // Автоматизация процессов управления. – 2011. – № 1 (23) – С. 62–71.

8. Романов А.Ф., Фролов Г.А. Основы автоматизации системы управления. – М. : Воениздат, 1971. – 248 с.

9. Иванов А.К. Модели функциональной архитектуры. – Ульяновск : УлГТУ, 2012. – 248 с.

10. Иванов А.К., Кукин Е.С., Чернышев И.В. Оптимальное планирование применения объектов управления // Автоматизация процессов управления. – 2015. – № 3 (41). – С. 12–22.

11. Дмитриев А.Н., Иванов А.К. Построение и использование аналитической аппроксимации алгоритма распределения объектов управления // Изв. вузов. Приборостроение. – 1993. – N 11–12. – С. 15–18.

12. Иванов А.К. Аппроксимация зависимостей функциями многих переменных в задачах разработки АСУ // Известия Академии наук. Теория и системы управления. – 1999. – № 3. – С. 60–67.

13. Батищев Д.И. Поисковые методы оптимизации проектирования. – М. : Сов. Радио, 1975. – 216 с.

14. Иванов А.К. Оценка времени планирования в иерархической системе управления // Автоматизация процессов управления. – 2014. – № 4 (38). – С. 22–35.

15. Иванов А.К. Разработка и применение математических моделей иерархических АСУ. – Ульяновск : УлГТУ, 2017. – 262 с.

16. Иванов А.К. Метод ускоренного планирования в АСУ реального времени // Судостроительная промышленность. Сер. Вычислительная техника. – 1992. – Вып. 24. – С. 3–10.

17. Иванов А.К. Оптимальное планирование применение объектов управления на основе аналитической аппроксимации алгоритма распределения // Судостроительная промышленность. Сер. Системы автоматизации проектирования, производства и управления. – 1997. – Вып. 31. – С. 20–29.

REFERENCES

1. Direktorov N.F. et al. *Avtomatizatsiia upravleniia i sviaz v VMF, pod obshch. red. Iu.M. Kononova. Izd. 2-e* [Control Automation and Communications in the Navy, edited by Iu.M. Kononov, 2nd edition]. St. Petersburg, Elmor Publ., 2001. 512 p.

2. Gvardeitcev M.I., Morozov V.P., Rosenberg V.Ia. *Spetsialnoe matematicheskoe obuchenie upravleniia. Pod red. M.I. Gvardeitceva* [Special Mathematical Support of Management. Edited by M.I. Gvardeitcev]. Moscow, Sov. Radio Publ., 1978. 512 p.

3. Druzhinin V.V. Kontorov D.S. *Ideia, algoritm, reshenie* [Idea, Algorithm, Decision]. Moscow, Voenizdat Publ., 1972. 328 p.

4. Edinoe informatsionno-funktsionalnoe prostranstvo VMF: ot idei do realizatsii. Pod obshch. red. V.I. Kidalova [Navy's Single Information-Functional Space: from Idea to Implementation, edited by V.I. Kidalov]. St. Petersburg, Nika Publ., 2003. 490 p.

5. Abchuk V.A., Suzdal V.G. *Poisk obiektov* [Object Search]. Moscow, Sovetskoe Radio Publ., 1977. 336 p.

6. Afanasev A.A., Gorbunov V.A. *Effektivnost obnaruzheniia tselei radiotekhnicheskimi sredstvami nabliudeniia* [Target Detection Performance of Electronic Surveillance Means]. Moscow, Oborongiz Publ., 1964. 123 p.

7. Ivanov A.K. Algoritm planirovaniia v ierarkhicheskoi sisteme upravleniia [Planning Algorithm in a Hierarchical Control System]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2011, no. 1 (23), pp. 62–71.

8. Romanov A.N., Frolov G.A. *Osnovy avtomatizatsii sistemy upravleniia* [Fundamentals of Control System Automation]. Moscow, Voenizdat Publ., 1971. 248 p.

9. Ivanov A.K. *Modeli funktsionalnoi arkhitektury* [Functional Architecture Models]. Ulyanovsk, UlSTU Publ., 2012. 248 p.

10. Ivanov A.K., Kukin E.S., Chernyshev I.V. Optimalnoe planirovanie primeneniia obiektov upravleniia [Optimal Planning of Control Object Application]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2015, no. 3 (41), pp. 12–22.

11. Dmitriev A.N., Ivanov A.K. Postroenie i ispolzovanie analiticheskoi approksimatsii algoritma raspredeleniia obiektov upravleniia [Building and Application of an Analytical Approximation of the Distribution Algorithm for Controlled Objects]. *Izv. vuzov. Priborostroenie* [News of Higher Educational Institutions. Instrumentation Series], 1993, no. 11–12, pp. 15–18.

12. Ivanov A.K. Approksimatsiia zavisimostei funktsiiami mnogikh peremennykh v zadachakh razrabotki ASU [Multivariable Functional Approximation of Dependencies in Problems on the Computer-Aided Control Systems Design]. *Izvestiia Akademii nauk. Teoriia i sistemy upravleniia* [Proc. of the Russian Academy of Sciences. Journal of Computer and Systems Sciences International], 1999, no. 3, pp. 60–67.

13. Batishchev D.I. *Poiskovye metody optimizatsii proektirovaniia* [Search Optimization Procedures for Design]. Moscow, Sovetskoe Radio Publ., 1975. 216 p.

14. Ivanov A.K. Otsenka vremeni planirovaniia v ierarkhicheskoi sisteme upravleniia [Planning Time Estimation in a Hierarchical Control System]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2014, no. 4 (38), pp. 22–35.

15. Ivanov A.K. *Razrabotka i primenenie matematicheskikh modelei ierarkhicheskikh ASU* [Development and Application of Mathematical Models of Hierarchical Computer-Aided Control Systems]. Ulyanovsk, UlSTU Publ., 2017. 262 p.

16. Ivanov A.K. Metod uskorennogo planirovaniia v ASU realnogo vremeni [Method for the Crash Planning in Real-Time Computer-Aided Control Systems]. *Sudostroitelnaia promyshlennost. Seriia: Vychislitelnaia tekhnika* [Shipbuilding Industry. Series: Computer Sciences], 1992, iss. 24, pp. 3–10.

17. Ivanov A.K. Optimalnoe planirovanie primenenie obiektov upravleniia na osnove analiticheskoi approksimatsii algoritma raspredeleniia [Optimal Planning of Management Objects Application on the Basis of the Analytical Approximation of the Distribution Algorithm]. *Sudostroitelnaia promyshlennost. Ser. Sistemy avtomatizatsii proektirovaniia, proizvodstva i upravleniia* [Shipbuilding Industry. Automation Systems for Design, Production and Management], 1997, iss. 31, pp. 20–29.