

УДК 528.7

М.В. Самойленко

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КООРДИНАТ ТОЧКИ ПРИ НОРМАЛЬНОЙ СТЕРЕОСЪЕМКЕ

Самойленко Марина Витальевна, кандидат технических наук, окончила Московский авиационный институт и Московский физико-технический институт. Доцент Московского авиационного института (национального исследовательского университета). Имеет монографии, статьи, изобретения. Область научных интересов – обработка сигналов и изображений. [e-mail: Samoi.Mar@mail.ru].

Аннотация

В статье представлено решение задачи восстановления пространственных координат точки в базовой системе координат по двум ее стереоизображениям. Задача решается для случая использования одинаковых камер, оптические оси которых взаимно параллельны и ортогональны базе стереоскопичности. В фотограмметрии такая съемка называется нормальной. При этом обеспечивается вычислительная простота алгоритма восстановления пространственного положения точки. Однако в классической фотограмметрии эта вычислительная простота обеспечивается только при дополнительных ограничениях: камеры должны располагаться на одной высоте, снимки должны быть горизонтальными, а база стереоскопичности – параллельной горизонтальной оси базовой системы координат. При других положениях камер потребуются дополнительные пространственные преобразования подобия, усложняющие вычисления.

Представленное в статье решение отличается от фотограмметрического метода своей универсальностью: никаких дополнительных условий на положения камер и снимков не накладывается. И при этом оно обладает вычислительной простотой, сопоставимой с фотограмметрическим методом при нормальной съемке с дополнительными ограничениями. Методологически изложенное в статье решение базируется полностью на применении векторно-матричного аппарата, от постановки задачи и до конечного результата. Структурно оно отличается от фотограмметрического метода симметричностью относительно параметров камер и снимков: камеры равнозначны при определении пространственных координат точки, тогда как фотограмметрическое решение базируется на координатах одного снимка, второй используется для определения коэффициента масштабирования.

Универсальность представленного решения и его вычислительная простота подтверждены результатами компьютерных экспериментов.

Ключевые слова: стереоизображения, пространственные координаты точки, центральное проецирование, векторно-матричное уравнение, фотограмметрия, нормальная съемка.

RECONSTRUCTION OF THE POINT SPATIAL COORDINATES IN THE CASE OF NORMAL STEREO PHOTOGRAPHY

Marina Vitalevna Samoilenko, Candidate of Science in Engineering; graduated from Moscow Aeronautical Institute and Moscow Institute of physics and Technologies; Associate Professor at Moscow Aeronautical Institute (of National Research University); an author of articles, monographs and inventions; scientific interests are in the field of signal and image processing. e-mail: Samoi.Mar@mail.ru.

Abstract

The article presents a solution for the problem of a point spatial coordinates reconstructing in a base coordinate system by its two stereo images. Author solves the problem for the case of identical cameras application which optical axes are mutually parallel and orthogonal to the stereoscopic basis. This taking photo is called in photogrammetry as a normal photographing. Author provides a computational simplicity of a point spatial position recovery algorithm. But in classical photogrammetry this computational simplicity is provided only under additional restrictions: cameras should locate at the same height, images should be horizontal and the base of stereoscopy – parallel to the horizontal axis of the base coordinate system. For another camera positions, it will be necessary to use additional spatial similarity transforms which complicate computations.

Solution presented in the article differs from the photogrammetric method by its universality: neither additional conditions

are imposed to the positions of the cameras and images. And at the same time, it has computational simplicity comparable with the photogrammetric method of normal photography with additional restrictions. Methodologically, decision presented in the article is based completely on the application of vector-matrix approach from the problem formulation up to the final result. Structurally, it differs from the photogrammetric method by its symmetry with respect to of the cameras and images parameters: cameras are equivalent when determining a point spatial coordinates, while the photogrammetric solution is based on the coordinates on one image, the other one is used for the scaling factor determination.

The universality of the presented solution and its computational simplicity are proved by the results of computer experiments.

Key words: stereo images, point spatial coordinates, central projecting, vector-matrix equation, photogrammetry, normal photographing.

ВВЕДЕНИЕ

Задача восстановления пространственных координат точки по стереоизображениям – это базовая задача для различных направлений техники, таких как, например, дистанционное зондирование, техническое зрение, робототехника. Будем рассматривать эту задачу для случая нормальной стереосъемки, которая определена в фотограмметрии [1] как специальный случай съемки, когда изображения регистрируются двумя одинаковыми камерами, оптические оси которых параллельны друг другу и ортогональны базису. Этот вид съемки является наиболее естественным, иногда его называют идеальным [2]. Он приводится во множестве основополагающих работ, таких как [1–8].

Случай нормальной съемки является необходимым или желательным во многих задачах [9–13], так как позволяет значительно упростить вычисления по сравнению с общим случаем, при произвольных положениях и параметрах камер. Однако такое упрощение в фотограмметрическом методе реализуется только при наложении на геометрию съемки дополнительных ограничений: камеры должны быть не только одинаковыми и с одинаково направленными ортогональными базе стереоскопичности оптическими осями, но и должны располагаться на одинаковой высоте, база стереоскопичности должна быть параллельной горизонтальной оси базовой системы координат, снимки должны быть горизонтальными. Если эти условия не выполняются, то нормальная съемка позволяет осуществить восстановление пространственных координат точки только в некоторой модельной системе координат, в которой выполняются оговоренные выше условия. Чтобы осуществить преобразование из модельной в базовую систему координат, потребуется пространственное преобразование подобия, и вычисления, таким образом, усложнятся.

В данной работе представлено решение, разработанное доктором технических наук, профессором Самойленко Виталием Ивановичем в 1993 году. Полученное им решение не имеет дополнительных ограничений, накладываемых на фотограмметрический метод, и, вместе с тем, обладает сопоставимой с ним вычислительной простотой. Приводимый в статье материал взят из рабочих тетрадей В.И. Самойленко и разрабатывался им в интересах создания системы стереозрения марсохода [14].

Целью статьи является изложение и обоснование разработанного В.И. Самойленко решения, а также сравнение этого решения с классическим фотограмметрическим методом с помощью компьютерных экспериментов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеются две камеры с центрами проецирования K_1 и K_2 (рис. 1), формирующие изображения точки-оригинала P . Камеры одинаковые, их оптические оси взаимно параллельны и ортогональны базе стереоскопичности \mathbf{b} ; \mathbf{r}_0 – вектор оси камеры, направление которого совпадает с направлением оптической оси, а длина равна расстоянию от центра проецирования камеры до плоскости изображения; Q_1 и Q_2 – плоскости изображений, положения которых ортогональны векторам осей камер. Стереоизображения точки P – это соответственные точки Π_1 и Π_2 , их координаты в системах координат снимков обозначены двухмерными векторами \mathbf{p}_{Π_1} и \mathbf{p}_{Π_2} . Векторами \mathbf{i}_6 , \mathbf{j}_6 , \mathbf{k}_6 обозначены орты базовой системы координат.

Ставится задача по известным пространственным координатам и параметрам камер и измеренным на снимках координатам соответственных точек \mathbf{p}_{Π_1} и \mathbf{p}_{Π_2} восстановить пространственные координаты \mathbf{r}_P точки P в базовой системе координат.

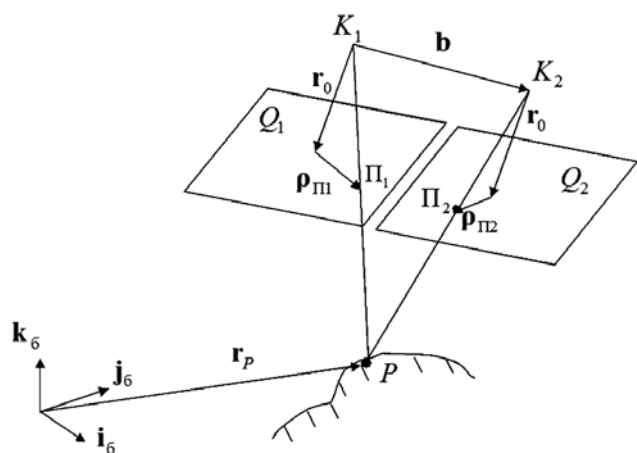


Рис. 1. Конфигурация задачи

РЕШЕНИЕ

Рассмотрим одну камеру и формируемое ею по принципу центрального проецирования изображение Π точки-оригинала P (рис. 2).

Найдем координаты точки Π . Для этого запишем уравнение плоскости Q :

$$\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r} - \mathbf{r}_K - \mathbf{r}_0) = 0, \quad (1)$$

где индекс T обозначает транспонирование,

\mathbf{r} – вектор координат произвольной точки в плоскости Q .

В уравнении (1) все векторы трехмерные, выраженные в базовой системе координат.

Запишем уравнение прямой PK :

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_K + \xi(\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K), \quad (2)$$

где ξ – скалярный коэффициент, каждому значению которого соответствует конкретная точка на прямой.

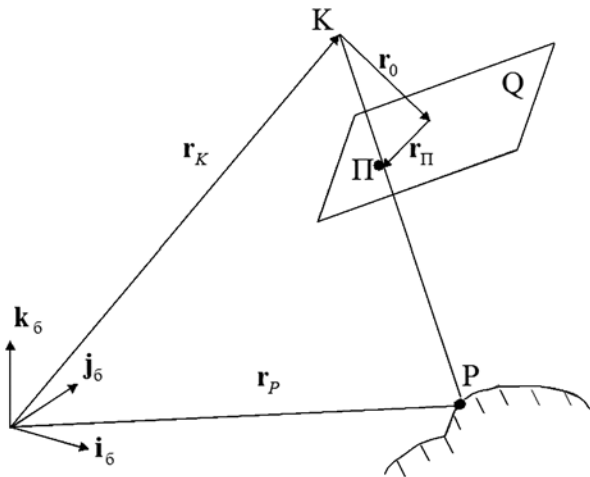


Рис. 2. Центральное проецирование точки

Для определения точки Π пересечения прямой PK с плоскостью изображения Q найдем значение ξ , при котором одновременно выполняются уравнения (2) и (1). Это значение равно

$$\xi = \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K)}. \quad (3)$$

Учитывая расположение векторов на рисунке 2 и подставив (3) в (2), получаем равенство

$$\mathbf{r}_K + \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_{\Pi} = \mathbf{r}_K + \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K)} (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K),$$

из которого находим

$$\mathbf{r}_{\Pi} = \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K)} (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K) - \mathbf{r}_0. \quad (4)$$

Выражение (4) определяет координаты точки Π в базовой системе координат; вектор \mathbf{r}_{Π} – трехмерный.

Чтобы перейти к двумерной системе координат снимка, необходимо задать ее орты, лежащие в плоскости изображения Q . Обозначим эти орты, представленные в базовой системе координат, как \mathbf{i} и \mathbf{j} . Каждый орт имеет три координаты. Составим из них матрицу ортов

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}^T \\ \mathbf{j}^T \end{bmatrix} \text{ размером } 2 \times 3.$$

Плоские (двухмерные) координаты точки Π в системе координат снимка определяются равенством

$$\begin{aligned} \rho_{\Pi} = \mathbf{M} \mathbf{r}_{\Pi} &= \mathbf{M} \left[\frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K)} (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K) - \mathbf{r}_0 \right] = \\ &= \mathbf{M} \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K)} (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K). \end{aligned} \quad (5)$$

Последнее равенство получено с учетом того, что $\mathbf{r}_0 \perp Q$ и, следовательно, $\mathbf{M} \mathbf{r}_0 = \mathbf{0}$. Вектор ρ_{Π} – двухмерный, его компонентами являются две координаты точки Π на изображении.

Определим координаты двух соответственных точек Π_1 и Π_2 (рис. 1) для рассматриваемого случая нормальной съемки. При выборе одинаковых направлений ортов \mathbf{i} и \mathbf{j} систем координат снимков проецирующие матрицы \mathbf{M} для обоих снимков одинаковы. При этом, согласно (5),

$$\left. \begin{aligned} \rho_{\Pi_1} &= \mathbf{M} \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_1})} (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_1}), \\ \rho_{\Pi_2} &= \mathbf{M} \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_2})} (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_2}). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Введем в рассмотрение средний вектор координат камер $\mathbf{r}_{K_{cp}}$, который совпадает с серединой базы:

$$\mathbf{r}_{K_{cp}} = \frac{1}{2} (\mathbf{r}_{K_1} + \mathbf{r}_{K_2}) = \mathbf{r}_{K_1} + \frac{1}{2} \mathbf{b} = \mathbf{r}_{K_2} - \frac{1}{2} \mathbf{b}.$$

С учетом этих соотношений преобразуем (6) к виду:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{\Pi_1} &= \mathbf{M} \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T \left(\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_{cp}} - \frac{\mathbf{b}}{2} \right)} (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_1}) = \\ &= \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_{cp}})} \mathbf{M} (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_1}), \\ \rho_{\Pi_2} &= \mathbf{M} \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T \left(\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_{cp}} + \frac{\mathbf{b}}{2} \right)} (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_2}) = \\ &= \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_{cp}})} \mathbf{M} (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{K_2}). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

При выводе учтено условие нормальной съемки $\mathbf{r}_0^T \mathbf{b} = 0$, вытекающее из ортогональности осей камер базы стереоскопичности.

Выражения (7) определяют двумерные координаты проекций точки P в системах координат снимков. При этом все входящие в правую часть векторы выражены в трехмерной базовой системе координат. Векторы \mathbf{p}_{Π_1} и \mathbf{p}_{Π_2} – двумерные (это координатные векторы соответственных точек, которые могут быть измерены по изображениям).

Перейдем теперь к восстановлению пространственных координат точки-оригинала P по измеренным координатам \mathbf{p}_{Π_1} и \mathbf{p}_{Π_2} соответственных точек.

В выражениях (7) вычтем одно уравнение из другого:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{\Pi_1} - \mathbf{p}_{\Pi_2} &= \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{Kcp})} \mathbf{M} (\mathbf{r}_{K_2} - \mathbf{r}_{K_1}) = \\ &= \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{Kcp})} \mathbf{M} \mathbf{b}. \end{aligned} \quad (8)$$

Зададим положение одного орта плоскостей изображений параллельным вектору базы \mathbf{b} . Пусть, для определенности, это будет орт \mathbf{j} , хотя с тем же успехом можно выбрать и орт \mathbf{i} , как это сделано далее в компьютерных экспериментах. Орт \mathbf{j} – трехкоординатный, представленный в базовой системе координат, хотя и лежит он в плоскости Q . При этом вектор базы стереоскопичности $\mathbf{b} = \mathbf{j}B$, где $B = \|\mathbf{b}\|$ – длина базы стереоскопичности. Этот же орт \mathbf{j} в двумерной системе координат изображения равен $\mathbf{j}' = \mathbf{M}\mathbf{j}$. С учетом последних соотношений перепишем (8) в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{\Pi_1} - \mathbf{p}_{\Pi_2} &= \\ &= \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{Kcp})} B \mathbf{M} \mathbf{j} = \frac{\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{Kcp})} B \mathbf{j}'. \end{aligned} \quad (9)$$

Из полученного выражения видно, что разность $\mathbf{p}_{\Pi_1} - \mathbf{p}_{\Pi_2}$ коллинеарна орту \mathbf{j}' . Это значит, что проекции любой точки P имеют на обоих изображениях одну и ту же координату x . Иными словами, выражение (9) доказывает известный факт, что x -параллакс соответственных точек (при используемом положении ортов) равен нулю. В дискретизированном, цифровом варианте это значит, что соответственные точки находятся на одном и том же столбце матриц изображения.

Обозначим длину вектора \mathbf{r}_0 как $d = (\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0)^{1/2}$. С учетом этого обозначения

$$\mathbf{p}_{\Pi_1} - \mathbf{p}_{\Pi_2} = \frac{d^2 B}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{Kcp})} \mathbf{j}'.$$

Запишем это выражение через компоненты векторов $(\mathbf{p}_{\Pi_1} - \mathbf{p}_{\Pi_2})$ и \mathbf{j}' :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_{\Pi_1 i} - \mathbf{p}_{\Pi_2 i} \\ \mathbf{p}_{\Pi_1 j} - \mathbf{p}_{\Pi_2 j} \end{bmatrix} = \frac{d^2 B}{\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{Kcp})} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Обозначим $\delta = \|\mathbf{p}_{\Pi_1} - \mathbf{p}_{\Pi_2}\|$ – рассогласование соответственных точек.

Из выражения (10) следует

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{\Pi_1 i} - \mathbf{p}_{\Pi_2 i} &= 0, \\ \|\mathbf{p}_{\Pi_1 j} - \mathbf{p}_{\Pi_2 j}\| &= \delta = \frac{d^2 B}{\|\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{Kcp})\|}. \end{aligned} \quad (11)$$

Перепишем (11) в виде:

$$\|\mathbf{r}_0^T (\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_{Kcp})\| = \frac{d^2 B}{\delta}. \quad (12)$$

Вернемся к геометрии центральной проекции (рис. 2). Точка P лежит на прямой, проходящей через точки K и Π . Уравнение этой прямой:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_K + \nu (\mathbf{r}_K + \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_{\Pi} - \mathbf{r}_K) = \mathbf{r}_K + \nu (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_{\Pi}), \quad (13)$$

где ν – скалярный коэффициент, определяющий положение текущей точки на прямой.

Подставив (13) в (12) на место \mathbf{r}_P , получим

$$\|\mathbf{r}_0^T [\mathbf{r}_K + \nu (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_{\Pi}) - \mathbf{r}_{Kcp}]\| = \frac{d^2 B}{\delta}.$$

Учитывая, что $\mathbf{r}_K - \mathbf{r}_{Kcp} = \pm \mathbf{b}/2$ («+» при $\mathbf{r}_K = \mathbf{r}_{K_2}$, «-» при $\mathbf{r}_K = \mathbf{r}_{K_1}$), а также что $\mathbf{r}_0^T \mathbf{b} = 0$ и $\mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_{\Pi} = 0$, находим

$$\nu = \frac{d^2 B}{\delta \mathbf{r}_0^T \mathbf{r}_0} = \frac{B}{\delta}. \quad (14)$$

Полученное выражение определяет значение коэффициента ν , при котором положение текущей точки на прямой $K\Pi$ совпадает с искомой точкой P . Подставив (14) в (13), находим решение задачи – трехмерный вектор координат точки P :

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_K + \frac{B}{\delta} (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_{\Pi}).$$

Полученное решение справедливо как для первой, так и для второй камеры, поэтому для усреднения ошибок воспользуемся средними значениями:

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_{Kcp} + \frac{B}{\delta} (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_{\Pi cp}), \quad (15)$$

где $\mathbf{r}_{\Pi cp} = (\mathbf{r}_{\Pi_1} + \mathbf{r}_{\Pi_2})/2$.

В выражении (15) входит вектор $\mathbf{r}_{\Pi cp}$. Это вектор средних координат соответственных точек на изображениях, выраженный в базовой трехмерной системе координат. Измеряются же координаты этих точек в двумерных системах координат снимков в виде

координатных векторов \mathbf{p}_{Π_1} и \mathbf{p}_{Π_2} . Для перехода от измеренных двумерных векторов \mathbf{p}_{Π_1} , \mathbf{p}_{Π_2} к трехмерному вектору $\mathbf{r}_{\Pi_{cp}}$ сделаем следующее. Введем в рассмотрение единичный направляющий вектор оси камеры $\zeta_0 = \mathbf{r}_0 / \|\mathbf{r}_0\|$ и используем два равенства, вытекающие из геометрии задачи:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}\mathbf{r}_{\Pi_{cp}} &= \mathbf{p}_{\Pi_{cp}}, \\ \zeta_0^T \mathbf{r}_{\Pi_{cp}} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где $\mathbf{p}_{\Pi_{cp}} = (\mathbf{p}_{\Pi_1} + \mathbf{p}_{\Pi_2})/2$.

Равенства (16) объединим в векторно-матричное уравнение $\begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \zeta_0^T \end{bmatrix} \mathbf{r}_{\Pi_{cp}} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{\Pi_{cp}} \\ 0 \end{bmatrix}$, из которого находим

$$\mathbf{r}_{\Pi_{cp}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \zeta_0^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{\Pi_{cp}} \\ 0 \end{bmatrix} = [\mathbf{T} \mid \mathbf{t}] \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{\Pi_{cp}} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}\mathbf{p}_{\Pi_{cp}}, \quad (17)$$

где \mathbf{T} – матрица размером 3×2 , образованная первыми двумя столбцами матрицы $\begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \zeta_0^T \end{bmatrix}^{-1}$,

\mathbf{t} – третий столбец этой же матрицы.

Подставив (17) в (15), получаем окончательное решение:

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_{K_{cp}} + \frac{B}{\delta} (\mathbf{r}_0 + \mathbf{T}\mathbf{p}_{\Pi_{cp}}). \quad (18)$$

В полученном решении $\mathbf{r}_{K_{cp}}$, B , \mathbf{r}_0 и \mathbf{T} – константы, определяемые расположением камер. Измеряемыми величинами являются δ и $\mathbf{p}_{\Pi_{cp}}$.

Решение (18) – простое, удобное для вычислений. И при этом оно является практически универсальным. Ограничения для его применимости следующие: 1) одинаковые камеры; 2) оси камер параллельны друг другу и ортогональны базе стереоскопичности. В отличие от фотограмметрического метода при нормальной съемке, здесь не требуется ни расположения камер на одной высоте, ни горизонтальности снимков, ни параллельности базы стереоскопичности и оси абсцисс базовой системы координат. Решение (18) применимо при любом положении камер в базовой системе координат, и при этом в нем не используются преобразования подобия. Обе камеры, опять же в отличие от фотограмметрического метода, равнозначны в формуле (18), они вносят одинаковый вклад в решение.

РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Компьютерное моделирование в среде MATLAB было проведено для демонстрации универсальности разработанного В.И. Самойленко метода восстановления пространственных координат точек по их стереоизображениям при нормальной съемке и для сравнения этого решения с классическим фотограмметрическим методом.

Поскольку в фотограмметрии принято использовать покоординатные формулы, перепишем (18) в аналогичной форме:

$$\begin{aligned} x_P &= x_{K_{cp}} + \frac{B}{\delta} (x_0 + x_{\Pi_{cp}}), \\ y_P &= y_{K_{cp}} + \frac{B}{\delta} (y_0 + y_{\Pi_{cp}}), \\ z_P &= z_{K_{cp}} + \frac{B}{\delta} (z_0 + z_{\Pi_{cp}}), \end{aligned} \quad (19)$$

где $x_{\Pi_{cp}}$, $y_{\Pi_{cp}}$, $z_{\Pi_{cp}}$ – компоненты вектора $\mathbf{r}_{\Pi_{cp}} = \mathbf{T}\mathbf{p}_{\Pi_{cp}}$.

По вычислительной простоте эти формулы сопоставимы с формулами, приведенными в [1] для нормального случая съемки. С небольшими преобразованиями они имеют вид:

$$\begin{aligned} m &= \frac{B}{x' - x''}, \\ x &= x_{K1} + mx', \\ y &= y_{K1} - my', \\ z &= z_{K1} - \frac{Bd}{x' - x''}, \end{aligned} \quad (20)$$

где x' , y' – координаты соответственной точки на первом, а x'' , y'' – на втором снимках.

По сравнению с решением (18) или (19), решение (20) не симметрично относительно камер: для определения координат точки P используются координаты одной из соответственных точек (x' и y'); вторая используется для вычисления коэффициента масштабирования m .

В экспериментах по стереоизображениям восстанавливалось пространственное положение трех точек с координатами в базовой системе координат $\mathbf{r}_{P1} = [30 \ 30 \ 10]^T$ (мм), $\mathbf{r}_{P2} = [400 \ -30 \ 0]^T$ (мм), $\mathbf{r}_{P3} = [-320 \ -15 \ 100]^T$ (мм). Положения камер в экспериментах менялись. Направления оптических осей устанавливались ортогональными базе стереоскопичности и орту \mathbf{j}_6 базовой системы координат:

$$\zeta_0 = \frac{\mathbf{j}_6 \times \mathbf{b}}{\|\mathbf{j}_6 \times \mathbf{b}\|} = \frac{1}{\sqrt{b_i^2 + b_k^2}} [b_k \ 0 \ -b_i]^T, \text{ где } b_i, b_j,$$

b_k – компоненты вектора \mathbf{b} . В системе координат снимка коллинеарным базой стереоскопичности выбирался орт \mathbf{i} , как и в фотограмметрическом методе: $\mathbf{i} = \frac{1}{\sqrt{b_i^2 + b_j^2 + b_k^2}} [b_i \ b_j \ b_k]^T$. Орт \mathbf{j} определялся

по формуле $\mathbf{j} = \zeta_0 \times \mathbf{i}$. Результаты экспериментов приведены в таблице, где ошибка восстановления вычислялась как расстояние между истинной и восстановленной точками, усредненное по трем точкам.

Как видно из таблицы, фотограмметрический метод работает только в случаях, когда камеры на одной

Ошибки восстановления пространственных координат точек решением (18) и фотограмметрическим методом

Положение 1-й камеры: $x_{K_1} y_{K_1} z_{K_1}$ (мм)	Положение 2-й камеры: $x_{K_1} y_{K_1} z_{K_1}$ (мм)	Направление оптических осей $\zeta_{0i} \zeta_{0j} \zeta_{0k}$ (мм)	Ошибка восстановления (мм)		Примечание
			Решение (18)	Фотограмметрический метод	
300; 10; 500	350; 100; 400	-0,89; 0; -0,45	$6,7 \cdot 10^{-14}$	618,1 (не работает)	Камеры на разной высоте, снимки не горизонтальны, база не параллельна оси OX
300; 0; 500	350; 0; 480	-0,89; 0; -0,93	$2,4 \cdot 10^{-13}$	227,8 (не работает)	Камеры в пл. XOZ на разной высоте, снимки не горизонтальные
0; -100; 300	50; 40; 300	0; 0; -1	$6,5 \cdot 10^{-14}$	334,3 (не работает)	Камеры на одной высоте, снимки горизонтальны, база не параллельна оси OX
-50; 0; 300	50; 0; 300	0; 0; -1	$6,8 \cdot 10^{-14}$	$4,2 \cdot 10^{-14}$	Камеры на одной высоте в пл. XOZ , база параллельна оси OX , снимки горизонтальны
-50; 100; 300	50; 100; 300	0; 0; -1	$7,1 \cdot 10^{-14}$	$4,6 \cdot 10^{-14}$	Камеры на одной высоте, база параллельна оси OX , снимки горизонтальны

высоте, снимки горизонтальны и база стереоскопичности параллельна оси OX . Во всех других случаях фотограмметрический метод не применим. Решение же (18) применимо во всех рассмотренных случаях.

Из результатов компьютерных экспериментов можно сделать вывод, что по универсальности фотограмметрический метод уступает решению (18), которое позволяет получать результат сразу в базовой системе координат, без преобразований подобия, при любом положении камер.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье представлено решение задачи восстановления пространственных координат точки по ее стереоизображениям, разработанное доктором технических наук, профессором В.И. Самойленко. Решение относится к случаю нормальной съемки, при которой камеры одинаковые, их оптические оси параллельны друг другу и ортогональны базе стереоскопичности.

Представленное решение, в отличие от фотограмметрического метода, не использует преобразований подобия ни при каких положениях камер и обладает вычислительной простотой. Результат получается сразу в базовой системе координат без наложения дополнительных условий на положения камер и снимков; достаточными являются условия идентичности камер, одинаковой направленности и ортогональности базе стереоскопичности их оптических осей. Универсальность представленного в статье решения подтверждена компьютерными экспериментами.

Методологически представленное решение имеет единую основу - векторно-матричный аппарат, приме-

ненный от постановки задачи до получения конечного результата. Структурно оно отличается симметричностью относительно параметров камер и снимков, которые в одинаковой степени значимы при вычислении пространственных координат точки. Этим представленное решение также отличается от фотограмметрического метода, в котором одна из камер является как бы основной, а вторая используется для определения коэффициента масштабирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ближняя фотограмметрия и 3D-зрение : пер. с англ. / Т. Луманн, С. Робсон, С. Кайл, Я. Бом – М. : ЛЕНАНД, 2018. – 704 с.
2. Назаров А.С. Фотограмметрия : пособие для студентов вузов. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – Минск : ТетраСистемс, 2010. – 400 с.
3. Лимонов А.Н., Гаврилова Л.А. Фотограмметрия и дистанционное зондирование : учеб. для вузов. – М. : Академический проект, 2016. – 296 с.
4. Гук П.Д., Прудников В.В., Быченко В.А. Фототопография : учеб. пособие. – Новосибирск : СГГА, 2008. – 79 с.
5. Бобир Н.Я., Лобанов А.Н., Федорук Г.Д. Фотограмметрия. – М. : Недра, 1974.
6. Лобанов А.Н. Фотограмметрия : учеб. для вузов. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М. : Недра, 1984. – 552 с.
7. Ильинский Н.Д., Обиралов А.Н., Фостиков А.А. Фотограмметрия и дешифрирование снимков : учеб. для вузов. – М. : Недра, 1986. – 375 с.

8. Краснопевцев Б.В. Фотограмметрия. – М. : УПП «Репрография» МИИГАиК, 2008. – 160 с.
9. Фаворская М.Н., Тупицын И.В. Метод повышения устойчивости сопоставлений на стереоизображениях // Техническое зрение в системах управления 2012 : сб. тр. науч.-техн. конф. / под ред. Р.Р. Назирова. – М. : Механика, управление и информатика, 2012. – С. 139–144.
10. Карташев В.А., Ефимов С.С. Исследование погрешностей измерения положения объекта стереосистемой с малой базой // Техническое зрение в системах управления 2012 : сб. тр. науч.-техн. конф. / под ред. Р.Р. Назирова. – М. : Механика, управление и информатика, 2012. – С. 170–173.
11. Метод определения пространственных координат в активной стереоскопической системе / В.В. Коротаев, Т.С. Джамийков, Х.В. Нгуен, С.Н. Ярышев. // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2014. – № 6 (94). – С. 48–50.
12. Козлов В.Л., Кузьмичев И.Р. Измеритель дальности и размерных параметров объектов на основе цифровой фотокамеры // Вестник БГУ. Сер. 1. – 2011. – № 1. – С. 33–38.
13. Якасова Н.В. Алгоритмы поиска регулярных объектов на изображениях // Образовательные ресурсы и технологии. – 2016. – № 2. – С. 277–281.
14. Буслаев С.П. Разработка бортовой системы автономного технического зрения марсохода // Научно-технический вестник НПО им. С.А. Лавочкина. – 2013. – № 1 (17). – С. 24–28.
- Universities. 2nd Edition Revised]. Moscow, Nedra Publ., 1984. 552 p.
7. Ilinskii N.D., Obiralov A.N., Fostikov A.A. *Fotogrammetriia i deshifrirovaniie snimkov*. Uchebnik dlia vuzov [Photogrammetry and Photo Interpretation. Textbook for Universities]. Moscow, Nedra Publ., 1986. 375 p.
8. Krasnopevtsev B.V. *Fotogrammetriiia* [Photogrammetry]. Moscow, UPP Reprografiia MIIGAiK Publ., 2008. 160 p.
9. Favorskaia M.N., Tupitsyn I.V. Metod povysheniia ustoichivosti sopostavlennii na stereozobrazheniiakh [Method of the Interpretation Stability Implementation Based on Stereo Images]. *Tekhnicheskoe zrenie v sistemakh upravleniia 2012. Sb. tr. nauch.-tekhn. konf. pod red. R.R. Nazirova* [Proc. of Sci. and Tech. Conf. on Technical Vision in Control Systems edited by R.R. Nazirov]. Moscow, Mekhanika, upravlenie i informatika Publ., 2012, pp. 139–144.
10. Kartashev V.A., Efimov S.S. Issledovanie pogreshnostei izmereniia polozheniia obekta stereosistemoi s maloi bazoi [Error Analysis of Object Positions Measured by the Stereosystem with a Small Basis]. *Tekhnicheskoe zrenie v sistemakh upravleniia 2012. Sb. tr. nauch.-tekhn. konf. pod red. R.R. Nazirova* [Proc. of Sci. and Tech. Conf. on Technical Vision in Control Systems, edited by R.R. Nazirov]. Moscow, Mekhanika, upravlenie i informatika Publ., 2012, pp. 170–173.
11. Korotaev V.V., Dzhamiikov T.S., Nguen Kh.V., Yaryshev S.N. Metod opredeleniia prostanstvennykh koordinat v aktivnoi stereoskopicheskoi sisteme [Method for Determining the Spatial Coordinates in the Active Stereoscopic System]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik informatsionnykh tekhnologii, mekhaniki i optiki* [Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics], 2014, no. 6 (94), pp. 48–50.
12. Kozlov V.L., Kuzmichev I.R. Izmeritel dálnosti i razmernykh parametrov obektov na osnove tsifrovoy fotokamery [Hardware for Distance and Size Measurements of Objects Based on Analysis of the Digital Photographic Images]. *Vestnik BGU. Ser. 1.* [Bull. of Belarus State University], 2011, no. 1, pp. 33–38.
13. Yakasova N.V. Algoritmy poiska reguliarnykh obektov na izobrazheniiakh [Search Algorithms for the Regular Objects in the Image]. *Obrazovatelnye resursy i tekhnologii* [Education Resources and Technology]. 2016, no.2, pp. 277–281.
14. Buslaev S.P. Razrabotka bortovoi sistemy avtonomnogo tekhnicheskogo zreniia marsokhoda [Development of Onboard System of Autonomous Machine Vision of “Marsokhod”]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik NPO im. S.A. Lavochkina* [Vestnik NPO im.S.A. Lavochkina, Sci. and Tech. Journal], 2013, no. 1 (17), pp. 24–28.

REFERENCES

1. Luhmann T., S. Robson, S. Kyle, J. Boehm. *Blizhniiaia fotogrammetriia i 3D-zrenie*. per. s angl. [Close-Range Photogrammetry and 3D Imaging. Translated from Engl.]. Moscow, Lenand Publ., 2018. 704 p.
2. Nazarov A.S. *Fotogrammetriia. Posobie dlia studentov vuzov. Izd. 2-e, pererab. i dop.* [Photogrammetry. Textbook for Students of Universities. 2nd Edition Revised]. Minsk, TetraSistems Publ., 2010. 400 p.
3. Limonov A.N., Gavrilova L.A. *Fotogrammetriia i distantsionnoe zondirovanie*. Uchebnik dlia vuzov [Photogrammetry and Remote Sounding. Textbook for Universities]. Moscow, Akademicheskii proekt Publ., 2016. 296 p.
4. Guk P.D., Prudnikov V.V., Bychenok V.A. *Fototopografiia. Ucheb. posobie*. [Photographic Art. Textbook]. Novosibirsk, SGGa Publ., 2008. 79 p.
5. Bobir N.Ia., Lobanov A.N., Fedoruk G.D. *Fotogrammetriia* [Photogrammetry]. Moscow, Nedra Publ., 1974.
6. Lobanov A.N. *Fotogrammetriia*. Uchebnik dlia vuzov. Izd. 2-e, pererab. i dop. [Photogrammetry. Textbook for