

MATHEMATICAL MODELING

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 621.391.037.3

А.А. Гладких, А.Д. Бакурова, А.В. Меновщиков, Басем А.С. Саид, С.В. Шахтанов

ФРАКТАЛЬНАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ГРУППОВЫХ КОДОВ В СИСТЕМЕ ВЛОЖЕННЫХ ПОЛЕЙ ГАЛУА

Гладких Анатолий Афанасьевич, доктор технических наук, окончил Военную академию связи им. С.М. Буденного, адъюнктуру ВАС, профессор кафедры «Телекоммуникации» Ульяновского государственного технического университета. Имеет монографии, учебные пособия, статьи и патенты РФ в области помехоустойчивого кодирования и защиты информации. [e-mail: a_gladkikh@ulstu.ru].

Бакурова Анастасия Денисовна, студентка магистратуры кафедры «Телекоммуникации» УлГТУ по направлению «Инфокоммуникационные технологии и системы связи». Имеет публикации в области помехоустойчивого кодирования и защиты информации. [e-mail: bakurova.ad@mail.ru].

Меновщиков Артем Владимирович, аспирант кафедры «Телекоммуникации» УлГТУ, окончил ВАС (филиал г. Новочеркасск) по специальности «Сети связи и системы коммутации». Имеет публикации в области помехоустойчивого кодирования и защиты информации. [e-mail: menovshikov@ulstu.ru].

Саид Басем А.С., аспирант кафедры «Телекоммуникации» УлГТУ, окончил магистратуру УлГТУ по направлению «Телекоммуникационные технологии и системы связи». Имеет публикации в области помехоустойчивого кодирования и защиты информации. [e-mail: alsamery@mail.ru].

Шахтанов Сергей Валентинович, окончил Ленинградское высшее военное инженерное училище связи, старший преподаватель кафедры «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» Нижегородского государственного инженерно-экономического университета. Имеет публикации в области помехоустойчивого кодирования и защиты информации. [e-mail: r155p@bk.ru].

Аннотация

Доказано, что перестановочное декодирование (ПД) групповых систематических помехоустойчивых кодов в наибольшей степени, по сравнению с большинством других способов декодирования цифровых данных, способно обеспечить использование введенной в код избыточности [1–5]. При этом открывается возможность рационально решить сложную в вычислительном отношении задачу поиска эквивалентного кода (ЭК), за счет которого осуществляется поиск вектора ошибок. Особенность подобного решения заключается в том, что вычислительная процедура реального времени поиска ЭК для каждой новой комбинации избыточного кода заменяется на предварительный процесс обучения декодера ставить в соответствии с каждой новой перестановкой символов элементы порождающей матрицы ЭК, параметры которых в ходе предварительного обучения записаны в специальной карте памяти декодера. Поэтому такая карта памяти получила название когнитивной карты (КК). В статье оценивается объем памяти КК при использовании блочного кода (15,7,5) и на основе доказанных утверждений показывается возможность реализации перестановочного декодера на основе существующих интегральных схем. Для доказательств основных утверждений впервые используется аппарат фрактального разбиения расширенных двоичных полей Галуа с использованием метода кластеризации общего пространства кодовых векторов заданного кода. На этой теоретической основе представляется эффективный алгоритм поиска множества вырожденных матриц переставленных кодов, которые не обеспечивают получение ЭК и по этой причине должны выявляться в процедуре декодирования принятых кодовых векторов вне всякой очереди.

Ключевые слова: перестановочное декодирование, когнитивная карта декодера, фрактал, кластер.

doi: 10.35752/1991-2927-2020-4-62-85-92

FRACTAL CLUSTERING OF GROUP CODES IN THE SYSTEM OF GALOIS FIELD

Anatolii Afanasevich Gladkikh, Doctor of Sciences in Engineering; graduated from the Marshal Budjonny Military Academy of Signal Corps; completed his postgraduate studies at the same Academy, Professor of the Telecommunication Department at Ulyanovsk State Technical University; an author of monographs, textbooks, papers, and patents in the field of noise-immune coding and information security. e-mail: a.gladkikh@ulstu.ru.

Anastasiia Denisovna Bakurova, Master Student of the Telecommunication Department at Ulyanovsk State Technical University majoring in Infocommunication Technologies and Communication Systems; an author of publications in the field of noise-immune coding and information security. e-mail: bakurova.ad@mail.ru.

Artem Vladimirovich Menovshchikov, Postgraduate Student of the Telecommunication Department at Ulyanovsk State Technical University; graduated from the Military Academy of Communications (Affiliated Branch of Novocheerkassk) with a degree in the Communication Networks and Switching Systems; an author of publications in the field of noise-immune coding and information security. e-mail: menovshchikov@ulstu.ru.

Basem A.S. Said, Postgraduate Student of the Telecommunication Department at Ulyanovsk State Technical University; graduated from Ulyanovsk State Technical University with the Master's Degree in Telecommunication Technologies and Communication Systems; an author of publications in the field of noise-immune coding and information security. e-mail: alsamery@mail.ru.

Sergei Valentinovich Shakhtanov, graduated from the Leningrad Higher Military Engineering School of Communications; Senior Lecturer of the Department of Infocommunication Technologies and Communication Systems at the Nizhny Novgorod State University of Engineering and Economics; an author of publications in the field of noise-immune coding and information security. e-mail: r155p@bk.ru.

Abstract

The permutation decoding (PD) of group systematic noise-immune codes is proved to be the most efficient method in using the redundant data entered to the code as against other methods of decoding digital data [1-5]. This opens up the opportunity of solving a complex computational problem of finding an equivalent code (EC), which is used to search for the error vector. The essence of this solution is that the computational procedure of real-time search for EC for each new combination of redundant code is replaced by a preliminary process of training the decoder to put in accordance with each new permutation of characters the generating matrix of EC parameters, which are recorded in the decoder's memory card during training. Thus, such a memory card is called a cognitive card (CC). The article estimates the memory size of the CC, when using the block code (15,7,5), and shows the possibility of implementing a permutation decoder on basis of existing integrated circuits based on proven statements. For the first time, the apparatus of fractal partitioning of augmented binary Galois fields using the clustering of the common space of code vectors of a given code is used to prove the main statements. An efficient algorithm is presented to search for a set of invertible matrices of rearranged codes that do not provide an EC and for this reason should be primarily detected in the decoding procedure of the received code vectors.

Keywords: permutation decoding, cognitive decoder map, fractal, cluster.

ВВЕДЕНИЕ

В числе современных трендов в области автоматизации большое место занимают облачные вычисления и технологии, связанные с большими данными и электронной коммерцией. С перспективой развития квантовых вычислительных средств значительно возрос интерес к шифрованию, а также к негуманоидным роботам и искусственному интеллекту [6–8]. В этой связи в разнообразных системах автоматического управления наблюдается возросший интерес к системам перестано-

вочного декодирования (ПД) систематических избыточных кодов, вызванный возможностями использования когнитивных методов обработки цифровых данных, позволяющих придать процедуре декодирования подобных кодов существенное ускорение [1, 2]. Получаемый при этом выигрыш по времени востребован во многих прикладных областях, начиная с высокоскоростных оптических линий связи, когда требуется повысить эффективность работы системы опережающей коррекции ошибок в условиях применения сложных видов модуляции, и заканчивая системами дистанционного управле-

ния различными роботизированными или беспилотными объектами, включая системы с элементами анализа биометрических данных [3]. Временной выигрш при реализации ПД обеспечивается за счёт априорного вычисления параметров эквивалентного кода (ЭК) и результат такого вычисления хранится в когнитивной карте (КК) декодера.

Получив текущую перестановку, декодер не выполняет вычислений ЭК, а извлекает его параметры из КК. Таким образом, осуществляется тривиальная замена времени, необходимого для организации вычислительного процесса, на объем памяти КК. В случае применения двоичных избыточных кодов в системе с ПД возникает проблема, связанная с фильтрацией перестановок, которые не обеспечивают получения ЭК. Общим признаком таких перестановок является вырожденность переставленных матриц, что говорит о необходимости коррекции перестановки с заметными временными затратами. Поэтому коррекция непродуктивной перестановки отрицательно сказывается на синхронизации кодеков и, как следствие, требует дополнительных усилий по установлению цикловой синхронизации. При использовании двоичных кодов целесообразно выявлять подобные перестановки в режиме их быстрой оценки по списку непродуктивных сочетаний нумераторов символов (НС), который должен находиться в КК. ПД применяется для систематических групповых блоковых кодов, для которых сохраняются свойства цикличности комбинаций. В работе [1] это свойство используется для сокращения объема памяти КК, однако там не установлены общие закономерности формирования непродуктивных перестановок, и предложенная работа устраняет этот пробел в теории ПД.

Цель работы – *разработка эффективного алгоритма поиска вырожденных матриц в системе ПД двоичных систематических кодов на базе фрактальной кластеризации общего пространства кодовых векторов.*

ОЦЕНКА ИЗВЕСТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ

В системе ПД двоичных кодов можно выделить два важных направления исследований. Во-первых, изучение свойств перестановок символов кодовых комбинаций на основе учета их циклических закономерностей и классической оценки вырожденности переставленных матриц для полученных приёмником сочетаний НС. Во-вторых, изучение свойств подобных кодов на основе кластеризации пространства кодовых векторов. Принципиально оба направления никак не связывались между собой, и их закономерности использовались только для решения специфических локальных проблем теории помехоустойчивого кодирования. Описание подобных закономерностей можно найти в работе [9].

Методологической основой первого подхода в процедуре поиска ЭК явились способ прямого перебора неповторяющихся перестановок и внесение окончательного результата сложных алгебраических преобразований

переставленных матриц в КК. При этом КК имеет два блока данных, один из которых содержит непродуктивные с точки зрения формирования ЭК перестановки, а другой включает в себя все остальные перестановки, позволяющие получить необходимый ЭК. Замечательным результатом в этой концепции оказалось вскрытие свойств лексикографически упорядоченных орбит всех перестановок во главе с образующей комбинаций орбиты (ОКО) и возможность за счет этого снизить объем памяти КК как в первом, так и во втором блоках ее памяти на величину равную длине кодового вектора [1]. Показано, что любая ОКО единственным образом отвечает эталонной матрице ЭК. При этом предложен быстрый алгоритм поиска требуемой ОКО при фиксации декодером произвольной комбинации НС. Было доказано, что сумма значений НС для любой ОКО всегда меньше суммы любого другого элемента, входящего в образуемую орбиту. Слабым местом рассматриваемого метода оставался прямой перебор данных при заполнении КК, что требует больших временных затрат при обучении декодера, т. е. при заполнении КК.

Второй подход в свое время был направлен на реализацию метода исправления кодовых комбинаций, принятых с ошибками за счет оценки конфигурации образа кластера. Поскольку полное множество информационных разрядов длины k символов для любого избыточного кода определяется строгой структурой поля $GF(2^k)$, то предлагалось использовать эту структуру для нумерации кластеров. Были вскрыты закономерности объединения комбинаций избыточного кода в кластеры и описаны их свойства. В работе [9] установлено, что пространство кодовых векторов можно разбить на кластеры только в том случае, если за номером кластера следует полноценное двоичное поле Галуа степени расширения $GF(2^{k-q})$, где q – число разрядов, введенных для нумерации кластера, при этом $k > q$ всегда. Перспективность такого подхода была основана на закономерностях составления списка (метод списочного декодирования) наиболее вероятных комбинаций, входящих в состав кластера, к вектору принятому из канала связи с ошибками.

В ходе исследований была установлена более глубокая связь свойств первого метода с возможностями кластерного подхода, которая вскрывает новые закономерности и свойства избыточных групповых кодов для их рационального использования в системе ПД.

СВОЙСТВА МЕТОДА ПЕРЕСТАНОВОК

Известна таблица (см. табл. 1) формирования орбит перестановок для кода Хэмминга (7,4,3) [1]. Жирным выделены ОКО. Важно отметить, что в системе ОКО используются, главным образом, левые НС, но цикл их перемещения осуществляется вправо, т. е. в сторону увеличения абсолютных значений НС. Этот факт является прямым доказательством того, что сумма всех НС, входящих в ОКО, будет для данной орбиты минимальной.

Таблица 1

Орбиты перестановок кода Хэмминга (7,4,3)

H_1	H_2	H_3	H_4	$\Delta \equiv 0$
1234	1236	1245	1246	1235
2345	2347	2356	2357	2346
3456	1345	3467	1346	3457
4567	2456	1457	2457	1456
1567	3567	1256	1356	2567
1267	1467	2367	2467	1367
1237	1257	1347	1357	1247

Правая колонка таблицы 1 представляет орбиту перестановок НС, которая не позволяет сформировать ЭК, поскольку определители переставленной в соответствии со значениями этой орбиты комбинациями НС приводят к вырожденным матрицам, что условно показано через символику $\Delta \equiv 0$. Изменение только правого разряда таких сочетаний НС в большую или меньшую сторону немедленно приводит к положительному результату в формировании ЭК. Именно по этой причине при реализации ПД в алгоритме работы декодера целесообразно проверять в первую очередь принадлежность сформированной приемником комбинации НС к значениям $\Delta \equiv 0$. В случае такого исхода декодер не отказывается от декодирования кодового вектора. Просто осуществляется замена переставленного символа с номером (правый символ в орбите комбинаций $\Delta \equiv 0$) на символ с номером $k' + 1$ при условии, что надежность такого символа достаточно высока.

С точки зрения последующих рассуждений целесообразно рассмотреть структуру кодовых комбинаций кода (7,4,3), которая представлена в таблице 2.

Из таблицы 2 заметно, что к комбинациям вида $\Delta \equiv 0$ относятся все комбинации веса три. Они не обеспечивают получение ЭК, а их циклические свойства показаны в таблице 1. Можно показать, что переход к укороченному коду приводит к нарушению циклических свойств перестановок (см. табл. 3). Следовательно, укороченный код не несет полной информации об исходном коде и по этой причине не может быть использован в качестве инструмента поиска непродуктивных перестановок.

Таким образом, процедура укорачивания кода приводит к искажению циклических свойств комбинаций перестановок и по этой причине нарушает технологию рационального поиска комбинаций НС, определяющих структуру ОКО. Это усложняет правило использования в процедуре декодирования инструмента КК. Вывод о нецелесообразном использовании укороченных кодов в системе ПД сделан впервые. В последующем это будет доказано на конкретном примере.

Вместе с этим, комбинации исходного кода, имеющие одинаковый вес при своем циклическом сдвиге, транслируют свойство вырожденности или невы-

Таблица 2

Структура кодовых комбинаций кода (7,4,3)

НС комбинаций							Вес	$\Delta \equiv 0$
1	2	3	4	5	6	7		
0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	1	1	3	1235
0	0	1	0	1	1	0	3	1247
0	0	1	1	1	0	1	4	
0	1	0	0	1	1	1	4	
0	1	0	1	1	0	0	3	1367
0	1	1	0	0	0	1	3	1456
0	1	1	1	0	1	0	4	
1	0	0	0	1	0	1	3	2346
1	0	0	1	1	1	0	4	
1	0	1	0	0	1	1	4	
1	0	1	1	0	0	0	3	2567
1	1	0	0	0	1	0	3	3457
1	1	0	1	0	0	1	4	
1	1	1	0	1	0	0	4	
1	1	1	1	1	1	1	7	

Таблица 3

Структура кодовых комбинаций укороченного кода (6, 3, 3)

Новые НС комбинаций						Вес	$\Delta \equiv 0$
1	2	3	4	5	6		
0	0	0	0	0	0	0	
0	0	1	0	1	1	3	
0	1	0	1	1	0	3	124
0	1	1	1	0	1	4	
1	0	0	1	1	1	4	
1	0	1	1	0	0	3	136
1	1	0	0	0	1	3	
1	1	1	0	1	0	4	

рожденности переставленной порождающей матрицы на все циклические сдвиги без исключения.

Суть кластерного представления кода

Процесс разбиения пространства кодовых векторов на кластеры подробно рассматривался в работе [9]. Его суть заключается в том, что разряды кодовых комбинаций, относящиеся к информационным символам, выделяются слева направо по одному, по два и т. д. под номер кластера, как показано в таблице 4, где для обозначения номера кластера выделены первый и второй столбцы.

Это позволяет в зависимости от целей исследования уменьшить (увеличить) объем комбинаций в кластере

Таблица 4
Структура кластеров кода (7, 4, 3)

Кластеры	НС комбинаций						
	1	2	3	4	5	6	7
Кластер с номером 0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	1	1
	0	0	1	0	1	1	0
	0	0	1	1	1	0	1
Кластер с номером 1 ₁₀	0	1	0	0	1	1	1
	0	1	0	1	1	0	0
	0	1	1	0	0	0	1
	0	1	1	1	0	1	0
Кластер с номером 2 ₁₀	1	0	0	0	1	0	1
	1	0	0	1	1	1	0
	1	0	1	0	0	1	1
	1	0	1	1	0	0	0
Кластер с номером 3 ₁₀	1	1	0	0	0	1	0
	1	1	0	1	0	0	1
	1	1	1	0	1	0	0
	1	1	1	1	1	1	1

и, самое главное, свойства комбинаций одного кластера перенести на комбинации других кластеров практически без изменений. Например, выделение нулевых символов первого столбца, как показано в таблице 4, приводит к образованию всего двух кластеров. Обозначим группу нулевых символов в первом столбце через $2^3 \downarrow 0$, а группу символов с единицами в этом же столбце как $2^3 \uparrow 1$. Встречное направление стрелок в указанных обозначениях символизирует замкнутость поля Галуа $GF(2^4)$. При этом к нулевым и единичным символам в первом столбце примыкают два одинаковых поля размерности $GF(2^3)$. Выделение двух разрядов из состава первого и второго столбцов таблицы 4 приводит к образованию уже четырех кластеров с двоичными номерами 00₂, 01₂, 10₂ и 11₂. При этом каждый кластер в новом разбиении содержит только четыре комбинации. Для решения задачи рационального поиска непродуктивных перестановок, исключающего переборный

метод, целесообразно рассмотреть более подробно структуру одного из таких кластеров и выявить его свойства (см. табл. 5). Заметно, что в каждом кластере на позиции нумераторов 3 и 4 оказалось сформировано поле $GF(2^2)$. Благодаря этому признаку, комбинации избыточного кода в каждом кластере являются линейно независимыми. Оценка ситуации, при которой свойство линейной независимости нарушается, однозначно связывается с разрушением поля $GF(2^2)$. Поскольку все ОКО образуются за счет наименьших нумераторов, то для оценки линейной зависимости комбинаций достаточно проанализировать все комбинации первого и второго кластеров. Анализ комбинаций кластера 00₂ показывает, что линейная зависимость в поле $GF(2^2)$ образуется при замене нумератора 4 на нумератор 5. Формируется знакомая из таблицы 1 перестановка НС вида 1235.

Свойство такой перестановки транслируется на все другие кластеры, как показано в таблице 6 на примере кластера с номером 11₂. Это дает основание утверждать, что если за номером кластера в комплексе его комбинаций не следует поле Галуа, то полученное сочетание столбцов приводит к вырожденной матрице перестановки и невозможности формирования ЭК.

Отыскан в кластере 00₂ комбинацию непродуктивной перестановки 1235 таким простым методом и сделав для нее циклические преобразования, выявляют все непродуктивные перестановки кода, которые заносятся далее в соответствующее поле КК.

Исходя из введенных выше обозначений, вложенность полей Галуа можно представить рекуррентным выражением вида

$$\begin{aligned}
 GF(2) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \downarrow 0:GF(2) \\ 2 \uparrow 1:GF(2) \end{array} \right\} &= GF(2^2) \Rightarrow \\
 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4 \downarrow 0:GF(2^2) \\ 4 \uparrow 1:GF(2^2) \end{array} \right\} &= GF(2^3) \Rightarrow \\
 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 8 \downarrow 0:GF(2^3) \\ 8 \uparrow 1:GF(2^3) \end{array} \right\} &= GF(2^4) \Rightarrow \dots
 \end{aligned}$$

Таблица 5
Структура кластера с номером 00₂

НС комбинаций						
1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	1

Таблица 6
Структура переставленного кластера 11₂

НС комбинаций						
1	2	3	5	4	6	7
1	1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1
1	1	<u>1</u>	<u>1</u>	0	0	0
1	1	<u>1</u>	<u>1</u>	1	1	1

В этом выражении проявляется фрактальная зависимость вложенных полей Галуа, которая может быть использована для поиска непродуктивных перестановок, однозначно приводящих к вырожденности переставленных матриц [10]. Из анализа таблиц 2 и 4 становится ясно, что в коде (7,4,3) вырожденные матрицы формируются только из комбинаций веса 4. Это говорит о том, что для анализа иного произвольного кода необходимо знать весовую структуру кода [4]. Покажем на примере кода Боуза-Чоудхури-Хоквингема (БЧХ) (15,7,5), весовая структура которого представлена на рисунке 1, способ вычисления ОКО, которые формируют орбиты с вырожденными матрицами.

Симметричность спектра весов очевидна. Это говорит о том, что для анализа данных необходимо найти образующие комбинации для кодовых векторов веса 5, 6 и 7. Уточним правило формирования циклических структур кода для указанных весов. Если число комбинаций в спектре кода равно sn и $s \in N$, это означает, что в коде имеется ровно s образцов комбинаций, которые образуют самостоятельные циклы. Так на рисунке 1 комбинации веса 6 повторяются 60 раз, следовательно, в коде имеется два образца комбинаций веса 6. Отсюда, образцов комбинаций веса 7 всего один. Сложнее дать оценку комбинациям веса 5. Их всего 18. Тогда в коде имеется два образца с циклом повторения 15 и один образец с циклом повторения 3. К последнему образцу может относиться комбинация вида 001001001001001 или подобная структура.

Зная порождающую матрицу кода $G_{15,7,5}$, всегда можно вычислить комбинации первых двух кластеров, используя при этом систему параллельных вычислений [11, 12].

Анализ второй, четвертой и восьмой строк показывает, что эти комбинации веса 5 принадлежат одному циклу (в каждой комбинации подряд идут шесть нулей). Для анализа линейной зависимости комбинаций поля с нумераторами 6 и 7 достаточно только одной второй строки нулевого кластера. Разрушить поле $GF(2^2)$ возможно, устанавливая на позицию нумератора 7 любой

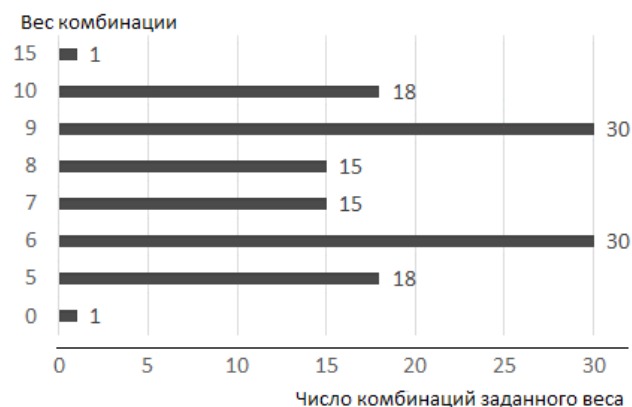


Рис. 1. Весовая структура кода БЧХ (15,7,5)

нумератор больше 7 с нулевым битом в этой позиции, например, A_{16} . С учетом всех нулей во второй строке после позиции 5 будем иметь $C_5^2 = 10$ ОКО для спектра кода с показателем 5. Например, 123456 A_{16} или 12345 $C_{16}E_{16}$ и т. п.

Анализ комбинаций веса 6 из рисунка 1 показывает, что комбинации кода третьей и седьмой строк структурно различаются. Поэтому для строки три будет получено всего $C_4^2 = 6$ ОКО. Для комбинации седьмой строки будет в точности получено $C_5^3 = 10$ ОКО. Анализ структуры комбинации с весом 7 (шестая строка рисунка 1) приводит к результату $C_4^2 = 6$. Таким образом, для кода БЧХ по результатам анализа двух первых кластеров и без учета ОКО, формируемых периодической комбинацией вида 001001001001001, получаем 32 образца ОКО.

Анализ показал, что комбинация веса 5 периодического вида порождает 28 ОКО. Действительно, $C_8^3 = 28$. Общее количество непродуктивных ОКО в данном коде составляет 60 комбинаций, что от общего количества орбит и их ОКО равно 14%. Вот некоторые из них: 1245678; 124578 A_{16} ; 124578 B_{16} и т. п. Общее количество ОКО оценивается как $C_n^k/n = C_{15}^7/n = 429$.

Кластер	Строка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A_{16}	B_{16}	C_{16}	D_{16}	E_{16}	F_{16}	Вес	
Кластер с номером 0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	5
	3	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	6
	4	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	5
Кластер с номером 1	5	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	6
	6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	7
	7	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	6	
	8	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	5

Рис. 2. Пример фрактальной кластеризации части кода БЧХ (15,7,5)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод поиска непродуктивных перестановок в системе ПД отличается от существующих аналогов использованием аппарата фрактальной кластеризации групповых кодов. Это позволяет за счет использования свойств орбит циклических перестановок осуществить быстрый поиск непродуктивных сочетаний НС. Для решения подобной задачи новым методом требуется знание весового спектра кода, который в условиях применения современной вычислительной техники определяется довольно легко. Поиск всех ОКО для выбранного кода в новых условиях исключает переборные методы и может быть с успехом использован при формировании КК декодера. Предложенный алгоритм поиска ОКО по произвольной комбинации НС использует свойство минимальной суммы ОКО относительно этого параметра для других элементов циклической орбиты.

В ходе исследований все ОКО, приводящие к вырожденным матрицам, были проверены на предмет равенства нулю соответствующих переставленных матриц, что подтверждает главные теоретически выводы, изложенные в статье.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свойства циклических структур в системе перестановочного декодирования избыточных кодов / Н.Ю. Бабанов, А.А. Гладких, С.М. Наместников, С.В. Шахтанов // Автоматизация процессов управления. 2020. № 2 (60). С. 101–108.
2. Процедура поиска множества вырожденных матриц в системе перестановок двоичного блокового кода / Д.В. Ганин, Г.М. Тамразян, С.В. Шахтанов, Б. Саид, А.Д. Бакурова // Автоматизация процессов управления. 2019. № 4 (58). С. 82–89.
3. Coding Methods and Permutation Decoding in the Systems for Network Processing of Data / A.A. Gladkikh, D.V. Ganin, N.A. Pchelin, S.V. Shakhtanov, A.V. Ochepovsky // International Journal of Control and Automation. 2020. Vol. 13, No. 1. pp. 93–110.
4. Morelos-Zaragoza R. The Art of noise-tolerant coding. Methods, algorithms, and applications / Per. from the English ed. V.B. Afanasiev. M. : Technosphere, 2005. 320 p.
5. Ал Тамими Т.Ф.Х. Система быстрых матричных преобразований в процедуре перестановочного декодирования недвоичных избыточных кодов // Докл. XX Междунар. конф. РНТОРЭС «Цифровая обработка сигналов – DSPA». М., 2018. С. 164–169.
6. Gladkikh A.A., Ovinnikov A.A., Tamrazian G.M. Mathematical model of a cognitive permutation decoder // Digital signal processing. 2019. No. 1. pp. 14–19.
7. Стивен С. Цифровая обработка сигналов / пер. с англ. А.Ю. Линовича, С.В. Витязева, И.С. Гусинского. М. : Додэка-XXI, 2008. 720 с.
8. Николенко С., Кадури А., Архангельская Е. Глубокое обучение – погружение в мир нейронных сетей. СПб. : Питер, 2020. 480 с.
9. Гладких А.А. Основы теории мягкого декодирования избыточных кодов в стирающем канале связи. Ульяновск : УлГТУ, 2010. 379 с.
10. Шелухин О.И., Тенякшев А.М., Осин А.В. Фрактальные процессы в телекоммуникациях. Монография. М. : Радиотехника, 2003. 480 с.
11. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. СПб. : БХВ-Петербург, 2004. 608 с.
12. Аджемов А.С., Санников В.Г. Общая теория связи. Учеб. для вузов. М. : Горячая линия Телеком, 2018. 624 с.

REFERENCES

1. Babanov N.Iu., Gladkikh A.A., Namestnikov S.M., Shakhtanov S.V. Svoistva tsiklicheskih struktur v sisteme perestanovochnogo dekodirovaniia izbytochnykh kodov [Properties of Cyclic Structures in the System of Permutation Decoding of Redundant Codes]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2020, no. 2 (60), pp. 101–108.
2. Ganin D.V., Tamrazian G.M., Shakhtanov S.V., Basem Said, Bakurova A.D. Protsedura poiska mnozhestva vyrozhdennykh matrits v sisteme perestanovok dvoichnogo blokovogo koda [A Procedure for Finding a Set of Degenerate Matrices in a Binary Block Code Permutation System]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2019, no. 4 (58), pp. 82–89.
3. Gladkikh A.A., Ganin D.V., Pchelin N.A., Shakhtanov S.V., Ochepovsky A.V. Coding Methods and Permutation Decoding in the Systems for Network Processing of Data. *International Journal of Control and Automation*, 2020, vol. 13, no. 1, pp. 93–110.
4. Morelos-Zaragoza R. *The Art of Noise-Tolerant Coding. Methods, Algorithms, and Applications*. Translated from Engl., ed. V.B. Afanasev. Moscow, Technosphere Publ., 2005. 320 p.
5. Al Tamimi T.F.H. Sistema bystrykh matrichnykh preobrazovaniy v protsedure perestanovochnogo dekodirovaniia nedvoichnykh izbytochnykh kodov [The System of Fast Matrix Transformations in Permutation Decoding of Non-Binary Redundant Codes]. *Dokl. XX Mezhdunar. konf. RNTORES "Tsifrovaia obrabotka signalov – DSPA"* [Proc. of the 20th Int. Conf. RNTORES "Digital Signal Processing – DSPA"]. Moscow, 2018, pp. 164–169.
6. Gladkikh A.A., Ovinnikov A.A., Tamrazian G.M. Mathematical Model of a Cognitive Permutation Decoder. *Digital Signal Processing*, 2019, no. 1, pp. 14–19.
7. Steven S. *Tsifrovaia obrabotka signalov*. Per. s angl. A.Iu. Linovicha, S.V. Vitiyazeva, I.S. Gusinskogo [Digital Signal Processing. Transl. from Engl. A.Iu. Linovich, S.V. Vitiyazev, I.S. Gusinskii (ed.)]. Moscow, Dodeka-XXI Publ., 2008. 720 p.
8. Nikolenko S., Kadurin A., Arkhangel'skaia E. *Glubokoe obuchenie – pogruzhenie v mir neironnykh setei* [Deep Learning. Jumping into the Neural Network World]. St. Petersburg, Piter Publ., 2020. 480 p.

9. Gladkikh A.A. *Osnovy teorii miagkogo dekodirovaniia izbytochnykh kodov v stiraiushchem kanale sviazi* [Fundamentals of the Theory of Soft Decoding of Redundant Codes in the Erasure Communication Cannel]. Ulyanovsk, UISTU Publ., 2010. 379 p.

10. Shelukhin O.I., Teniakshev A.M., Osin A.V. *Fraktalnye protsessy v telekommunikatsiakh*. Monografiia [Fractal Process in Telecommunications. Monography]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2003. 480 p.

11. Voevodin V.V., Voevodin V.I. *Parallelnye vychisleniia* [Parallel Computing]. St. Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2004. 608 p.

12. Adzhemov A.S., Sannikov V.G. *Obshchaia teoriia sviazi*. Ucheb. dlia vuzov [General Communications Theory. College Textbook]. Moscow, Goriachaia liniia Telekom Publ., 2018. 624 p.